

1. 어떤 수 A 를 5 로 나누었더니 몫이 7 이고, 나머지가 2 이었다. 어떤 수 A 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 37

해설

$$A = 5 \times 7 + 2 = 37$$

2. 7^{100} 을 계산하면 85 자리의 수가 된다. 이 수의 일의 자리의 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

7 의 거듭제곱 수마다 일의 자리 수를 구해보면 7, 9, 3, 1 이 반복되는 것을 알 수 있다.

7의 거듭제곱 수	일의 자리 수
$7^1(=7)$	7
$7^2(=7 \times 7=49)$	9
$7^3(=7 \times 7 \times 7=343)$	3
$7^4(=7 \times 7 \times 7 \times 7=2401)$	1
$7^5(=7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7=16807)$	7
$\vdots$	$\vdots$

100 은 4 로 나누어 떨어지므로 7^{100} 의 일의 자리의 수는 1 이다.

3. 다음 중 소수가 아닌 것은?

- ① 7 ② 11 ③ 13 ④ 19 ⑤ 21

해설

소수는 1 보다 큰 자연수 중 1 과 자기 자신만을 약수로 가지는 수이다.
 $21 = 3 \times 7$ 이므로 소수가 아니다.

4. 다음 보기 중 합성수인 것을 골라라.

보기

㉠ 1 ㉡ 17 ㉢ 31 ㉣ 37 ㉤ 64

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉤

해설

합성수는 1 보다 큰 자연수 중에서 소수가 아닌 수이다. 따라서 합성수는 64 이다.

5. 다음 중 합성수인 것은?

① 13

② 29

③ 41

④ 53

⑤ 81

해설

합성수는 1 보다 큰 자연수 중에서 소수가 아닌 수이다. 따라서 합성수는 81 이다.

6. 108 을 소인수분해 한 것으로 옳은 것은?

① 4×27

② $2^2 \times 3^3$

③ $2^2 \times 3^2$

④ $2^2 \times 3 \times 5$

⑤ $2^3 \times 3^2$

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)108} \\ 2 \overline{)54} \\ 3 \overline{)27} \\ 3 \overline{)9} \\ 3 \end{array}$$

7. 120 을 소인수분해한 것 중 알맞은 것은?

- ① $2^3 \times 3 \times 5$ ② $4^2 \times 3 \times 5$ ③ $2 \times 6 \times 10$
④ $2^2 \times 6 \times 5$ ⑤ $2^2 \times 3 \times 10$

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 120} \\ 2 \overline{) 60} \\ 2 \overline{) 30} \\ 3 \overline{) 15} \\ 5 \end{array}$$
$$120 = 2^3 \times 3 \times 5$$

8. 다음 중 소인수 분해 하였을 때, 소인수가 다른 것끼리 짝지은 것은?

- ① 28 ② 56 ③ 112 ④ 128 ⑤ 196

해설

- ① $28 = 2^2 \times 7$ 이므로
28 의 소인수는 2, 7
② $56 = 2^3 \times 7$ 이므로
56 의 소인수는 2, 7
③ $112 = 2^4 \times 7$ 이므로
112 의 소인수는 2, 7
④ $128 = 2^7$ 이므로
128 의 소인수는 2
⑤ $196 = 2^2 \times 7^2$ 이므로
196 의 소인수는 2, 7

9. x 는 360의 소수인 인수일 때, x 의 개수는?

- ① 2 개 ② 3 개 ③ 8 개 ④ 16 개 ⑤ 32 개

해설

$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$ 이므로 소인수는 2, 3, 5이다.
따라서, x 의 개수는 3(개)이다.

10. $\frac{140}{x} = y^2$ 을 만족할 때, $x + y$ 의 최솟값을 구하여라. (단, x, y 는 자연수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 37

해설

$$\begin{aligned}\frac{140}{x} &= y^2 \text{ 에서} \\ 140 &= 2^2 \times 5 \times 7 \\ x &= 5 \times 7 \\ 2^2 &= y^2 \\ 2 &= y \\ \therefore x + y &= 35 + 2 = 37\end{aligned}$$

11. $3^3 \times 5^2$ 의 약수가 아닌 것은?

- ① 3
- ② 5
- ③ $3^2 \times 5$
- ④ $3^2 \times 5^2$
- ⑤ 3×5^3

해설

$3^3 \times 5^2$ 의 약수

	1	5	5^2
1	1	5	5^2
3	3	3×5	3×5^2
3^2	3^2	$3^2 \times 5$	$3^2 \times 5^2$
3^3	3^3	$3^3 \times 5$	$3^3 \times 5^2$

12. $2^a \times 3^b$ 이 $2^2 \times 3$ 을 약수로 가질 때, 두 자연수 a, b 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

▷ 정답 : $b = 1$

해설

$2^a \times 3^b$ 이 $2^2 \times 3$ 을 약수로 가지므로, a 는 2 이상의 자연수, b 는 1 이상의 자연수가 되어야 한다.
그 중 최솟값은 $a = 2, b = 1$ 일 때이다.

13. $3^2 \times 5 \times 11^3$ 의 약수의 개수는?

- ① 9 개 ② 12 개 ③ 15 개 ④ 18 개 ⑤ 24 개

해설

약수의 개수는 $(2 + 1) \times (1 + 1) \times (3 + 1) = 24$ (개)

14. $2^3 \times 3 \times 5^2 \times 7^2$ 의 약수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 72 개

해설

$$(3 + 1) \times (1 + 1) \times (2 + 1) \times (2 + 1) = 72 \text{ (개)}$$

15. 다음 세 자리 수는 3 의 배수이다. 안에 들어갈 알맞은 숫자를 모두 구하여라.

2 8

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : 5

▷ 정답 : 8

해설

각 자리의 숫자의 합이 3 의 배수이어야 하므로

$$2 + \square + 8 = 10 + \square$$

$$\therefore \square = 2, 5, 8$$

16. 다음 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

- ㉠

$2^4 = 8$

㉡

$5 \times 5 \times 5 \times 7 \times 7 = 5^3 \times 7^2$

㉢

$3^2 = 2^3$

㉤

$\frac{1}{2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5} = \frac{1}{2^2 \times 5^3}$

㉥

$\frac{1}{5^2 \times 5^4} = \frac{1}{5^8}$

- ① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉠, ㉥

④ ㉡, ㉢, ㉤

⑤ ㉢, ㉥

해설

㉠ $2^4 = 16$

㉢ $3^2 \neq 2^3$

㉥ $\frac{1}{5^2 \times 5^4} = \frac{1}{5^6}$

17. 다음은 골드바흐가 생각해 낸 소수에 관한 추측이다. 골드바흐의 추측을 가장 잘 설명하고 있는 식은?

보기

[골드바흐의 추측]
2 보다 큰 모든 짝수는 두 소수의 합으로 나타낼 수 있다.

- ①

$7 = 3 + 4$
- ②

$12 = 5 + 7$
- ③

$14 = 5 + 9$
- ④

$14 = 2 + 5 + 7$
- ⑤

$17 = 1 + 5 + 11$

해설

소수는 2, 3, 5, 7, 11, 13, ... 이므로 골드바흐의 추측을 가장 잘 설명한 것은 $12 = 5 + 7$ 이다.

18. 216 을 소인수분해하면 $2^a \times b^c$ 이다. 이때, $a + b + c$ 의 값은?

- ① 7 ② 9 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

해설

$216 = 2^3 \times 3^3$
따라서 $a = 3, b = 3, c = 3$
 $a + b + c = 9$

19. $27 \times \square$ 는 약수의 개수가 12개인 가장 작은 자연수이다. $\square$ 안에 들어갈 가장 작은 자연수는?

① 2 ② 2^2 ③ 2^3 ④ 3 ⑤ 3^2

해설

$3^3 \times \square$ 에서 $\square = a^x$ 이라 하면 약수의 개수는 $(3+1) \times (x+1) = 12$ (개) 이므로

$$(3+1) \times (x+1) = 4 \times (x+1) = 12$$

$$x+1 = 3 \quad \therefore x = 2$$

a 가 될 수 있는 가장 작은 소인수는 2 이므로

$$\square = 2^2$$

20. $32 \times a$ 가 어떤 자연수의 제곱이 될 때, a 가 될 수 있는 수 중 20 보다 작은 수의 개수를 구하면?

① 3 개 ② 4 개 ③ 5 개 ④ 6 개 ⑤ 7 개

해설

$32 = 2^5$ 이므로

a 가 될 수 있는 수는 $2 \times (\text{자연수})^2$ 의 꼴이다.

따라서 a 가 될 수 있는 20 보다 작은 수는 2, 2^3 , 2×3^2 , 즉 3 개이다.