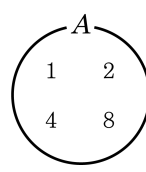


1. 다음 그림의 집합 A 를 조건제시법으로 나타내면?



- ① $\{x \mid x \text{는 } 2 \text{의 배수}\}$
- ② $\{x \mid x \text{는 } 4 \text{의 배수}\}$
- ③ $\{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 배수}\}$
- ④ $\{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}$
- ⑤ $\{x \mid x \text{는 } 10 \text{의 약수}\}$

해설

$A = \{1, 2, 4, 8\}$ 이므로 조건제시법으로 나타내면 $\{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}$ 이다.

2. $A = \{1, 2, 3, 5, 7, 8, 9\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 11 \text{보다 작은 홀수}\}$ 일 때, $n(A) + n(B)$ 의 값은?

① 6

② 8

③ 10

④ 12

⑤ 14

해설

$B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 이므로 $n(B) = 5$

$\therefore n(A) + n(B) = 7 + 5 = 12$

3. 다음 중에서 기호를 바르게 사용한 것을 모두 고르면? (정답 2 개)

- ①

$\emptyset \subset A$
- ②

$3 \in \{1, 2, 3\}$
- ③

$\{1, 2\} \in \{1, 2\}$
- ④

$\{0\} \subset \emptyset$
- ⑤

$1 \subset \{1, 2\}$

해설

- ③ $\{1, 2\} \subset \{1, 2\}$
- ④ $\emptyset \subset \{0\}$
- ⑤ $1 \in \{1, 2\}$

4. 세 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 6\text{의 약수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 8\text{의 약수}\}$, $C = \{x \mid x \text{는 } 12\text{의 약수}\}$ 에 대하여 $A \cap (B \cup C)$ 는?
- ① $\{4, 8\}$

② $\{1, 2, 4, 8\}$

③ $\{1, 2, 6\}$

④ $\{1, 2, 3, 6\}$

⑤ $\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$

해설

조건제시법을 원소나열법으로 고쳐 보면
 $A = \{1, 2, 3, 6\}$, $B = \{1, 2, 4, 8\}$, $C = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$
 $B \cup C = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12\}$ 가 된다.
집합 A 와의 공통 원소를 찾으면 $\{1, 2, 3, 6\}$ 이다.

5. 미란이는 두 집합의 연산을 이용하여 새로운 집합을 만드는 탐구를 하다가 $A - B = \{2, 6\}$ 인 새로운 집합을 만든 원래의 두 집합 $A = \{2, 3, 4, b\}$, $B = \{3, a, 5, 7\}$ 을 발견하였다. 이 때, 원소 a, b 를 찾아 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $a + b = 10$

해설

$A - B \subset A$ 이고 $A - B = \{2, 6\}$ 이므로 $b = 6$ 이다. $A \cap B = \{3, 4\}$ 이므로 $a = 4$ 이다. 따라서 $a + b = 10$ 이다.

6. $A = \{1, 3, 5, 7, 8\}$, $B = \{1, 7, 8, 9\}$ 에 대하여 $A \cap X = X$, $(A - B) \cup X = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수는?

① 2 개 ② 4 개 ③ 8 개 ④ 16 개 ⑤ 32 개

해설

$(A - B) \subset X \subset A$, 즉 $\{3, 5\} \subset X \subset \{1, 3, 5, 7, 8\}$ 이므로 집합 X 의 개수는 $2 \times 2 \times 2 = 8(\text{개})$ 이다.

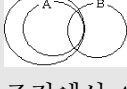
7. <보기>의 집합의 포함 관계 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ $\emptyset \subset \emptyset$
- ㉡ $A \subset \emptyset$ 이면 $A = \emptyset$
- ㉢ $A \subset B$ 이고 $C \subset B$ 이면 $A = C$
- ㉣ $A \not\subset B$ 이고 $B \not\subset C$ 이면 $A \not\subset C$
- ㉤ $A \subset B, B \subset C, C \subset D$ 이면 $A \subset D$

- ① ㉠, ㉡, ㉢ ② ㉠, ㉢, ㉣ ③ ㉠, ㉡, ㉤
④ ㉡, ㉢, ㉣ ⑤ ㉢, ㉣, ㉤

해설

- ㉠ $\emptyset \subset \emptyset$ 는 옳다. (참)
㉡ $\emptyset \subset A$ 이므로 $A \subset \emptyset$ 이면 $A = \emptyset$ 이다. (참)
㉢ 먼저 B 를 그린 다음, $A \subset B$ 이고 $C \subset B$ 이도록 A 와 C 를 그렸을 때 항상 $A = C$ 인지 알아보면 그림1에서 그렇지 않음을 알 수 있다. (거짓)
- 
- ㉣ 먼저 B 를 그린 다음, $A \not\subset B$ 이고 $B \not\subset C$ 이도록 A 와 C 를 그렸을 때 항상 $A \not\subset C$ 인지 알아보면 다음 그림에서 그렇지 않음을 알 수 있다. (거짓)
- 
- ㉤ 조건에서 $A \subset B, B \subset C$ 이므로 $A \subset C$ 이고 조건에서 $C \subset D$ 이므로 $A \subset D$ 이다. (참)
따라서 옳은 것은 ㉠, ㉡, ㉤이다.

8. 집합 $A = \{1, 2, \dots, n\}$ 에서 1 을 포함하지 않는 부분집합의 개수가 4 개라고 할 때, 자연수 n 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$2^{(1을 제외한 원소의 개수)} = 2^{n-1} = 4 = 2^2 \quad \therefore n = 3$$

9. 두 집합 A, B 가 각각 공집합이 아닐 때, <보기>에서 서로소인 것은 모두 몇 개인가?

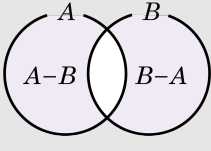
보기

- $\supsetneq A$ 와 $A \cup B$
- $\supsetneq A - B$ 와 B
- $\supsetneq B - A$ 와 A
- $\supsetneq A - B$ 와 $B - A$

- ① 없다.
- ② 1 개
- ③ 2 개
- ④ 3 개
- ⑤ 4 개

해설

$\supsetneq, \supsetneq, \supsetneq$ 3개이다.



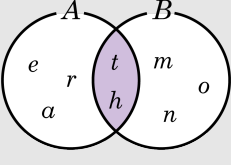
10. 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{e, a, r, t, h\}, A \cap B = \{t, h\}, A \cup B = \{e, a, r, t, h, m, o, n\}$ 일 때, 집합 B 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\{m, o, n, t, h\}$

해설

주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



따라서 $B = \{m, o, n, t, h\}$ 이다.

11. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{ 미만의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$, $B = \{2, 3, 5, 6, 7, 11\}$ 에 대하여 $n((A - B)^c)$ 은?

- ① 4
- ② 6
- ③ 8
- ④ 9
- ⑤ 10

해설

$$U = \{1, 2, 3, 4, 5, \cdots, 10, 11\}$$
$$A - B = \{4, 8, 10\}$$
$$(A - B)^c = \{1, 2, 3, 5, 6, 7, 9, 11\}$$
$$\therefore n((A - B)^c) = 8$$

12. 두 집합 $A = \{x|x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$, $B = \{x|x \text{는 } 12 \text{ 이하의 소수}\}$ 일 때, $n((A \cup B) - (A \cap B))$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$$

$$B = \{2, 3, 5, 7, 11\}$$

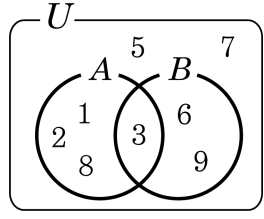
$$A \cap B = \{2, 3\}$$

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 11, 12\}$$

$$(A \cup B) - (A \cap B) = \{1, 4, 5, 6, 7, 11, 12\}$$

$$\therefore n((A \cup B) - (A \cap B)) = 7$$

13. 다음 벤 다이어그램을 보고, $A^c \cup B^c$ 에 속하지 않는 원소는?



- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 8

해설

$A^c \cup B^c = \{1, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

14. 세 집합 $A = \{3, 7, a\}$, $B = \{3, b, 15\}$, $C = \{c, 7, 15\}$ 에 대하여 $(A - B) \cup (B - C) \cup (C - A) = \emptyset$ 이 성립할 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 25

해설

$(A - B) \cup (B - C) \cup (C - A) = \emptyset$ 에서

$A - B = \emptyset$, $B - C = \emptyset$, $C - A = \emptyset$

즉, $A \subset B$, $B \subset C$, $C \subset A$ 이므로

$A = B = C$

$\therefore a = 15, b = 7, c = 3$

$a + b + c = 25$

15. 자연수 k 의 양의 배수의 집합을 A_k 라 할 때, 다음 중 $(A_6 \cup A_{12}) \cap (A_9 \cup A_{18})$ 과 같은 집합은?

① A_3 ② A_6 ③ A_9 ④ A_{12} ⑤ A_{18}

해설

$A_6 = \{6, 12, 18, 24 \cdots\}$, $A_9 = \{9, 18, 27, 39 \cdots\}$, $A_{12} = \{12, 24, 36, 48 \cdots\}$, $A_{18} = \{18, 36, 54 \cdots\}$ 이므로 $(A_6 \cup A_{12}) \cap (A_9 \cup A_{18}) = A_6 \cap A_9 = A_{18}$

16. 다음은 수근이가 중학교에 입학한 첫 날의 일기이다. 밑 줄 친 말 중에서 집합이 될 수 있는 것을 모두 골라라.

5월 18일 비온 뒤 껌
오늘은 내가 중학교에 입학한 첫 날이다. 교복을 입은 내 모습이 어색해 보였지만, 새로 사귀게 될 ㉠ 멋진 친구들과 선생님을 만날 생각을 하니 기대가 되었다.
입학 첫 날이어서 그런지 부모님과 함께 온 학생들도 많았다. 나는 ㉡ 1학년 1반에 배정되었는데, ㉢ 6학년 때 같은 반이었던 친구들도 있었다.
선생님은 중학교 생활에 대하여 여러 가지 말씀을 하신 후, 자리를 정해 주셨다. 나는 ㉣ 키가 큰 편이어서 뒤쪽에 앉게 되었는데, 눈이 나빠서 칠판이 잘 보이지 않았다. 내일은 안경을 맞추어야겠다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉢

해설

‘멋진’이라는 단어는 개인에 따라 그 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.
‘큰’이라는 단어는 그 기준이 애매하므로 집합이 될 수 없다.

17. 두 집합 $A = \{0, 1\}$, $B = \{1, 2, 3\}$ 에 대하여 집합 $C = \{x \mid x = a \times b, a \in A, b \in B\}$ 이다. 이때, 집합 C 를 원소나열법으로 나타낸 것은?

- ① $\{0\}$
- ② $\{0, 1\}$
- ③ $\{0, 1, 2\}$
- ④ $\{0, 1, 2, 3\}$
- ⑤ $\{0, 1, 2, 3, 4\}$

해설

$0 \times 1 = 0, 0 \times 2 = 0, 0 \times 3 = 0, 1 \times 1 = 1, 1 \times 2 = 2, 1 \times 3 = 3$
이므로 $C = \{0, 1, 2, 3\}$ 이다.

18. 집합 $A = \{1, 3, 5, \{3, 5\}\}$ 에 대하여 다음 중에서 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- ① $1 \notin A$

② $\{3, 5\} \subset A$

③ $\{5\} \in A$
- ④ $\{3, 5\} \in A$

⑤ $n(A) = 5$

해설

- ① $1 \in A$
- ③ $\{5\}$ 는 집합 A 의 부분집합이므로 $\subset$ 로 써야한다.
- ⑤ $\{3, 5\}$ 는 집합 A 의 하나의 원소이므로 $n(A) = 4$ 이다.

19. 두 집합 $A = \{3, 7, y\}$, $B = \{5, y + 2, x\}$ 에 대하여 $A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 일 때, $y - x$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 는 $A = B$ 이다. 집합 A , B 의 모든 원소가 같아야 하므로 $y = 5$ 이고, 다시 집합 B 를 원소나열법으로 나타내면 $B = \{5, 7, x\}$ 이고 $x = 3$ 이다.
따라서 $y - x = 5 - 3 = 2$ 이다.

20. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \subset B, A \neq B$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

- ① $n(A) < n(B)$
- ② $B = \{1, 2, 3\}$ 일 때, 집합 A 의 개수는 8개이다.
- ③ $n(B) = 3$ 이면 $n(A) = 1$ 이다.
- ④ $n(A) + 2 = n(B)$
- ⑤ $n(A) = n(B)$

해설

- ① A 는 B 의 진부분집합이므로 $n(B) \geq n(A) + 1$ 이다. 따라서 $n(A) < n(B)$ 가 된다.
- ② $B = \{1, 2, 3\}$ 일 때, 집합 A 의 개수는 자기 자신을 제외해야 하므로 7개이다.
- ③ A 는 B 의 진부분집합이므로 $n(B) = 3$ 이면 $n(A) \leq 2$ 이다.
- ④, ⑤ A 는 B 의 진부분집합이므로 $n(B) > n(A)$ 이다.

21. 세 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 1\text{을 제외한 } 4\text{의 약수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{ 이하의 짝수}\}$, $X = \{2, 4, 6, \dots, n\}$ 에 대하여 $A \subset X \subset B$ 일 때, n 의 최댓값과 최솟값의 차는?

① 12 ② 16 ③ 20 ④ 24 ⑤ 28

해설

$A \subset X \subset B$ 이므로, $A = X$ 일 때, n 이 최솟값을 갖고, $X = B$ 일 때, n 이 최댓값을 갖는다.

따라서 $A = \{2, 4\} = X$, $n = 4$ (최솟값)

$B = \{2, 4, 6, \dots, 20\} = X$, $n = 20$ (최댓값)

$\therefore 20 - 4 = 16$

22. 두 집합 A, B 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

① $A \cup B = B \cup A$

② $B \subset A$ 이면 $A \cap B = B$

③ $A \cap A = \emptyset$

④ $B \cap \emptyset = \emptyset$

⑤ $A \subset (A \cup B)$

해설

③ $A \cap A = A$

24. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

① $(A \cup B) \supset A$

② $A - B = A \cap B^C$

③ $\emptyset^C = U$

④ $A - B = B - A$

⑤ $A \subset B$ 이면 $A \cap B = A$

해설

$A = \{1, 2\}, B = \{2, 3\}$ 이면

$A - B = \{1\}, B - A = \{3\}$

$\therefore A - B \neq B - A$

25. 두 집합 $A = \{2, 1, a + 3, b\}$, $B = \{4, a, b + 1\}$ 에 대하여 $A \cap B = B$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

(i) $a + 3 = 4$ 일 때, $a = 1$

$A = \{2, 1, 4, b\}$

$B = \{4, 1, b + 1\}$

$b + 1 = 2$, $b = 1(\times)$

(ii) $b = 4$ 일 때,

$A = \{2, 1, a + 3, 4\}$

$B = \{4, a, 5\}$

$a + 3 = 5$, $a = 2(\bigcirc)$

$\therefore a + b = 2 + 4 = 6$

26. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \cap \{1, 3\} = B$, $B \cup \{2, 3, 4\} = A$ 일 때, $n(A) + n(B)$ 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$B \cup \{2, 3, 4\} = A$ 이면 $B \subset A$, $\{2, 3, 4\} \subset A$

$A \cap \{1, 3\} = B$ 이면 $\{3\} \subset B \subset \{1, 3\}$

따라서 B 는 2, 4, 5 를 원소로 가질 수 없으므로 $n(B)$ 의 최댓값은 2

$n(B) = 2$ 일 때, $B = \{1, 3\}$ 이고, $A \cap \{1, 3\} = B$ 에서 $1 \in A$

또, $5 \in A$ 라고 가정하면, $B \cup \{2, 3, 4\} = A$ 에서 $5 \in B$ 이어야 하므로 모순

따라서 $5 \notin A$, $n(A)$ 의 최댓값은 $A = \{1, 2, 3, 4\}$ 일 때 4

따라서 $n(A) + n(B)$ 의 최댓값은 $2 + 4 = 6$

27. 이차함수 $f(x) = x^2 + x - 2$ 에서 $X = \{n \mid 1 \leq n \leq 100, n \text{은 정수}\}$, $Y = \{y \mid y = f(n), n \in X\}$ 이고 집합 Y 의 원소가 3의 배수일 때 $n(X \cap Y^c)$ 값을 구하면?

- ① 60 ② 86 ③ 98 ④ 102 ⑤ 126

해설

$f(n) = n^2 + n - 2 = (n + 2)(n - 1)$
 $n + 2$ 와 $n - 1$ 의 차이가 3이므로 $n + 2$ 가 3의 배수이면 당연히 $n - 1$ 도 3의 배수가 된 $n + 2 = 3k, n = 3k - 2$
 $n = 1$ 일 때 : $f(1) = 0$
 $n = 4$ 일 때 : $f(4) = 18$
 $n = 7$ 일 때 : $f(7) = 54$
 $n = 10$ 일 때 : $f(10) = 108 \cdots$ 에서
 $X = \{1, 2, 3, \cdots, 100\}, X \cap Y = \{18, 54\}$
 $n(X \cap Y^c) = n(X - Y) = 98$

28. 집합 A, B 에 대한 연산 Δ 를 $A\Delta B = (A - B) \cup (B - A)$ 라고 정의할 때, 임의의 집합 A, B, C 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?
- ① $(A\Delta B)\Delta C = A\Delta(B\Delta C)$
- ② $A\Delta A\Delta A\Delta \cdots \Delta A \neq \phi$
- ③ $A^c\Delta B^c = A\Delta B$
- ④ $A \cap (B\Delta C) = (A \cap B)\Delta(A \cap C)$
- ⑤ $A\Delta(B \cap C) = (A\Delta B) \cap (A\Delta C)$

해설

- ① 벤 다이어그램을 그려 보면 성립함을 알 수 있다.
- ② $A\Delta A = (A \cup A) - (A \cap A) = A - A = \phi$
 $(A\Delta A)\Delta A = \phi\Delta A = (\phi \cup A) - (\phi \cap A) = A$ $(A\Delta A\Delta A)\Delta A = A\Delta A = \phi \cdots \cdots$
 $A\Delta A\Delta A\Delta \cdots \Delta A$
n개
- 에서 n 이 홀수이면 A , 짝수이면 ϕ 임을 알 수 있다.
- ③ $A^c\Delta B^c = (A^c \cup B^c) - (A^c \cap B^c) = (A \cap B)^c \cap (A \cup B) = (A \cup B) - (A \cap B) = A\Delta B$
- ④ 벤 다이어그램을 그려 보면 성립함을 알 수 있다.
- ⑤ 벤 다이어그램을 그려 보면 성립하지 않음을 알 수 있다.

29. 원소의 개수가 40 개인 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(A \cap B) = k$ 라고 할 때, $n(A) = n(A^c) = 5k$, $n(B - A) = 3k$ 이다. 이때 $n(A^c \cap B^c)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$n(A) = n(A^c) = 5k \rightarrow n(U) = 40$ 이므로 $10k = 40$, $k = 4$ 이고,
 $n(A) = 20$, $n(B - A) = 12$ 이므로 $n(A \cup B) = 32$
 $\therefore n(A^c \cap B^c) = n((A \cup B)^c) = n(U) - n(A \cup B) = 40 - 32 = 8$

30. 긴 나무막대기 위에 이 막대기의 길이를 10등분, 12등분, 15등분하는 세 종류의 눈금이 새겨져 있다. 이 눈금을 따라 막대기를 자르면 모두 몇 토막이 나겠는가?

- ① 20토막
- ② 28토막
- ③ 36토막
- ④ 48토막
- ⑤ 60토막

해설

나무막대기의 길이를 1이라 하면 세 종류의 눈금의 간격은 각각 $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{12}$, $\frac{1}{15}$ 이다.

즉, $\frac{6}{60}$, $\frac{5}{60}$, $\frac{4}{60}$ 이므로 60이하의 수 중에서 4의 배수 또는 5의 배수 또는 6의 배수인 수의 개수를 구하면 된다. 60이하의 자연수 중 4의 배수, 5의 배수, 6의 배수의 집합을 각각 A , B , C 라 하면

$$n(A) = 15, n(B) = 12, n(C) = 10, n(A \cap B) = 3, n(B \cap C) = 2, n(C \cap A) = 5, n(A \cap B \cap C) = 1$$

$$\begin{aligned} \therefore n(A \cup B \cup C) &= n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C) \\ &= 15 + 12 + 10 - 3 - 2 - 5 + 1 \\ &= 28 \end{aligned}$$