

1. 20이하의 홀수 중에서 두 자리 소수를 모두 고른 것은?

① 11, 13, 17

② 11, 13, 15, 17

③ 11, 13, 15, 19

④ 11, 15, 17, 19

⑤ 11, 13, 17, 19

해설

1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19의 수 중에서
두 자리 소수는 11, 13, 17, 19 이다.

2. 다음 중 세 수 108, 144, 162 의 공약수는?

① $2^2 \times 3^2$

② $2^2 \times 5$

③ 2×3^2

④ 2×3^3

⑤ $2^2 \times 3$

해설

세 수의 최대공약수는 2×3^2 이고

공약수는 최대공약수는 최대공약수의 약수이다.

따라서 세 수의 공약수는 1, 2, 3, 2×3 , 3^2 , 2×3^2 이다.

3. 한 업체가 고객들에게 사과 56 개, 배 84 권, 귤 70 개를 모두 나누어주려고 한다. 각 고객들에게 똑같이 나누어주고자 할 때, 최대 몇 명의 사람들에게 나누어 줄 수 있는가?

① 15 명

② 14 명

③ 13 명

④ 12 명

⑤ 11 명

해설

$$56 = 2^3 \times 7, 84 = 2^2 \times 3 \times 7, 70 = 2 \times 5 \times 7$$

56, 84, 70 의 최대공약수는 $2 \times 7 = 14$

4. $\frac{16}{n}$ 과 $\frac{20}{n}$ 을 자연수로 만드는 자연수 n 을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : 4

해설

$\frac{16}{n}, \frac{20}{n}$ 을 자연수로 만드는 자연수 n 은 16 과 20 의 공약수이다.

16 과 20 의 최대공약수는 4 이므로 $n = 1, 2, 4$ 이다.

5. 어떤 수를 13 으로 나누면 6 이 남는 수 중 200 에 가장 가까운 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 201

해설

어떤 수를 x 라 하고 몫을 k 라 하면 $x = 13 \times k + 6$ 이다.

$k = 15$ 일 때, $x = 13 \times 15 + 6 = 201$ 이고 $k = 16$ 일 때,
 $x = 13 \times 16 + 6 = 214$ 이다.

따라서 200 에 가장 가까운 수는 201 이다.

6. 다음 수 중 서로소인 것끼리 짝지어진 것은?

① 9 과 21

② 9 와 18

③ 12 과 30

④ 12 와 35

⑤ 24 과 42

해설

④ 12 와 25 는 공약수가 1 뿐이다.

7. 세 수 48, 72, $2^3 \times 3 \times 5$ 의 최대공약수는?

① 2×3^2

② $2^3 \times 3$

③ $2^2 \times 3^2$

④ $2^2 \times 3^2$

⑤ 2×3^2

해설

$48 = 2^4 \times 3$, $72 = 2^3 \times 3^2$, $2^3 \times 3 \times 5$ 이므로 최대공약수는 $2^3 \times 3$

8. 가로 길이가 96cm, 세로 길이가 120cm 인 직사각형 모양의 벽이 있다. 이 벽에 남는 부분이 없이 가능한 한 큰 정사각형 모양의 타일을 붙이려고 한다. 이때, 정사각형의 한 변의 길이는?

① 4 cm

② 6 cm

③ 20 cm

④ 24 cm

⑤ 48 cm

해설

가장 큰 정사각형 모양의 타일의 한 변의 길이는 96, 120 의 최대공약수 : 24

9. 어떤 자연수로 17을 나누면 1이 남고, 34를 나누면 2가 남는다. 어떤 수 중 가장 큰 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

17을 나누면 1이 남는다. : $(17 - 1)$ 을 나누면 나누어 떨어진다.
34를 나누면 2가 남는다. : $(34 - 2)$ 를 나누면 나누어 떨어진다.
이러한 수들은 16과 32의 공약수이고, 가장 큰 수는 16과 32의 최대공약수 16이다.

10. 6으로 나누면 5가 남고, 8로 나누면 7이 남고, 9로 나누면 8이 남는 세 자리의 자연수 중 가장 작은 수는?

① 101

② 111

③ 123

④ 143

⑤ 153

해설

어떤 자연수를 x 라고 할 때,

$$x = 6 \times \triangle + 5 = 8 \times \square + 7 = 9 \times \bigcirc + 8$$

x 는 (6, 8, 9의 공배수) - 1 이다.

6, 8, 9의 최소공배수는 72 이므로
세 자리의 자연수 중 가장 작은 수는
 $(72 \times 2) - 1 = 144 - 1 = 143$ 이다.

11. 두 수 $2^3 \times 5^a \times 7$, $2^4 \times 5^5 \times 7^b$ 의 최대공약수가 $2^3 \times 5^3 \times 7$, 최소공배수가 $2^4 \times 5^5 \times 7^3$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

해설

최대공약수가 $2^3 \times 5^3 \times 7$ 이므로 $a = 3$,
최소공배수가 $2^4 \times 5^5 \times 7^3$ 이므로 $b = 3$
따라서 $a + b = 6$ 이다.

12. 273^{100} 의 일의 자리의 숫자를 구하면?

① 1

② 3

③ 9

④ 7

⑤ 0

해설

273^{100} 의 일의 자리만 거듭제곱하여 규칙을 찾는다.

$$3^1 = 3,$$

$$3^2 = 9,$$

$$3^3 = 27,$$

$$3^4 = 81,$$

$$3^5 = 243,$$

...

3 을 거듭제곱할 때, 일의 자리의 숫자는 3, 9, 7, 1 의 네 개의 숫자가 반복된다.

273^{100} 의 지수인 100 를 4 로 나누면 25 이므로

273^{100} 의 일의 자리의 숫자는 반복되는 네 개의 숫자 중 마지막 숫자인 1 이다.

13. 자연수 x, y 에 대하여 $\frac{2^2 \times 5}{x} = y^2$ 을 만족하는 x 의 값을 모두 구하면?

① 1, 4

② 4, 5

③ 5, 20

④ 4, 5, 20

⑤ 1, 2, 4, 5, 20

해설

$\frac{2^2 \times 5}{x} = y^2$ 을 만족하는 자연수 x 는 $5, 5 \times 2^2$ 이다.

14. T, S, L 은 $T \times S \times L = 715$ 을 만족하는 서로 다른 자연수이다. 이때, $T + S + L$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 29

해설

$715 = 5 \times 11 \times 13$ 이고, 합의 최솟값을 구하므로, T, S, L 는 5, 11, 13 이 된다.

15. 160 와 280 의 공약수 중에서 어떤 자연수의 제곱이 되는 것을 바르게 고르면?

① 4

② 9

③ 16

④ 25

⑤ 27

해설

$160 = 2^5 \times 5$, $280 = 2^3 \times 5 \times 7$ 이므로 두수의 최대공약수는 $2^3 \times 5 = 40$ 이다.

두 수의 공약수는 두 수의 최대공약수의 약수이므로 40 의 약수인 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40 중에서 제곱수는 1, 4이다.

16. 세 자연수 $2^2 \times A$, $2 \times 3 \times A$, $3^2 \times A$ 의 최소공배수가 108 일 때, A 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

세 자연수의 최소공배수가 108 이고, $108 = 2^2 \times 3^3$ 이므로 $2^2 \times A$, $2 \times 3 \times A$, $3^2 \times A$ 의 최소공배수와 $2^2 \times 3^3$ 가 같으면 된다. $2^2 \times A$, $2 \times 3 \times A$, $3^2 \times A$ 의 최소공배수는 $2^2 \times 3^2 \times A$ 이므로 $2^2 \times 3^3$ 와 비교하면 A 는 3 이다.

17. 10^n 에 가장 가까운 11의 배수 (단, n 은 자연수)를 작은 순서대로 $a_1, a_2, a_3, \dots$ 라 할 때, $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6$ 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1111110

해설

11의 배수는 짝수 자리 수의 합에서 홀수 자리 수의 합을 뺀
절댓값이 0 이거나 11의 배수인 수이므로,

10^n 에서 가장 가까운 11의 배수를 차례대로 구해 보면,

$$10 \rightarrow 11,$$

$$10^2 \rightarrow 99,$$

$$10^3 \rightarrow 1001,$$

$$10^4 \rightarrow 9999,$$

$$10^5 \rightarrow 100001,$$

$$10^6 \rightarrow 999999,$$

$$\therefore a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 = 1111110$$

18. 자연수 $2^a \times 3^b$ 에 24 를 곱하였더니 어떤 자연수의 제곱이 되었다. 이때, 가능한 a, b 중 가장 작은 a, b 를 올바르게 구한 것을 골라라.

① $a : 0, b : 0$

② $a : 0, b : 1$

③ $a : 1, b : 1$

④ $a : 1, b : 0$

⑤ $a : 2, b : 1$

해설

$2^a \times 3^b$ 이 자연수이려면 a 와 b 는 0 이상이어야 한다.

또, 어떤 자연수의 제곱이 되는 수는 소인수분해를 했을 때 모든 소인수의 지수가 짝수여야 한다. 따라서, $2^a \times 3^b$ 에 $24 = 2^3 \times 3$ 를 곱한 수가 어떤 자연수의 제곱이 되어야 하므로, $2^a \times 3^b \times 2^3 \times 3 = 2^{a+3} \times 3^{b+1}$ 에서 2 의 지수인 $(a+3)$ 과 3 의 지수인 $(b+1)$ 이 모두 짝수여야 한다. 이를 만족하는 가장 작은 수 a, b 는 각각 1 과 1 이다.

19. 1 부터 50 사이의 수 중에서 약수의 개수가 3 개인 수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4 개

해설

약수의 개수가 3 개인 수는 (소수)² 이므로
50 이하의 수 중 소수의 제곱이 되는 수는 $2^2, 3^2, 5^2, 7^2$ 의 4 개

20. 어떤 교차로의 신호등 A는 10초 동안 켜져 있다가 2초 동안 꺼지고, 신호등 B는 12초 동안 켜져 있다가 3초 동안 꺼지며, 신호등 C는 14초 동안 켜져 있다가 4초 동안 꺼진다. 이 세 신호등이 동시에 켜진 후 다시 처음으로 동시에 켜지기까지는 몇 초가 걸리겠는가?

① 90 초

② 180 초

③ 210 초

④ 360 초

⑤ 420 초

해설

10 + 2, 12 + 3, 14 + 4의 최소공배수는 180이므로
180초 후에 다시 처음으로 동시에 켜진다.