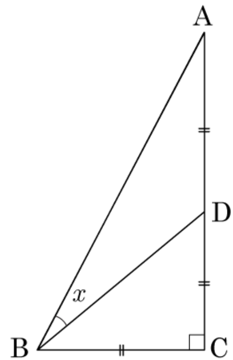
1. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90°$ 인 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AD} = \overline{CD} = \overline{BC} = 3\sqrt{2}$ 이고, $\angle ABD = x$ 라 할 때, $\cos x$ 의 값은?



① $\dfrac{\sqrt{10}}{3}$ ② $\dfrac{2\sqrt{10}}{3}$ ③ $\dfrac{\sqrt{10}}{10}$

④ $\dfrac{2\sqrt{10}}{10}$ ⑤ $\dfrac{3\sqrt{10}}{10}$

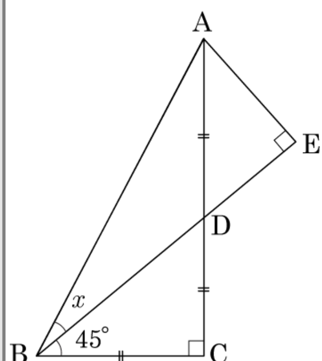
해설

점 A 에서 $\overline{BD}$ 의 연장선에 그은 수선의 발을 E 라 하면 $\overline{BD} = \sqrt{2}\,\overline{BC} = 6$, $\overline{DE} = \overline{AE} = \dfrac{\overline{AD}}{\sqrt{2}} = 3$

$\triangle ABC$ 에서

$$\begin{aligned}\overline{AB} &= \sqrt{\overline{AC}^2 + \overline{BC}^2} \\ &= \sqrt{(6\sqrt{2})^2 + (3\sqrt{2})^2} \\ &= 3\sqrt{10}\end{aligned}$$

$\therefore \cos x = \dfrac{\overline{BE}}{\overline{AB}} = \dfrac{6+3}{3\sqrt{10}} = \dfrac{3\sqrt{10}}{10}$



2. $\tan A = \dfrac{1}{2}$ 일 때, $\dfrac{\cos^2 A - \cos^2(90° - A)}{1 + 2\cos A \times \cos(90° - A)}$ 의 값은?

① $\dfrac{1}{2}$ ② $\dfrac{1}{3}$ ③ $\dfrac{1}{4}$ ④ $\dfrac{1}{6}$ ⑤ $\dfrac{1}{9}$

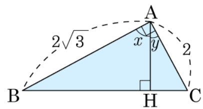
해설

$\cos(90° - A) = \sin A$

$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ 이므로

$$
\begin{aligned}
(\text{준식}) &= \frac{\cos^2 A - \sin^2 A}{\cos^2 A + 2\cos A \times \sin A + \sin^2 A} \\
&= \frac{(\cos A + \sin A)(\cos A - \sin A)}{(\cos A + \sin A)^2} \\
&= \frac{\cos A - \sin A}{\cos A + \sin A} \quad (\because \ \cos A + \sin A \neq 0) \\
&= \frac{1 - \dfrac{\sin A}{\cos A}}{1 + \dfrac{\sin A}{\cos A}} = \frac{1 - \tan A}{1 + \tan A} \\
&= \frac{1}{3}
\end{aligned}
$$

3. 다음 그림의 직각삼각형 ABC 에서 $\cos x + \cos y$ 의 값은?



① $\dfrac{\sqrt{3}-1}{2}$ ② 1 ③ $\dfrac{1+\sqrt{3}}{2}$

④ $\sqrt{3}$ ⑤ $4\sqrt{3}$

해설

$\triangle\mathrm{AHC} \backsim \triangle\mathrm{BAC}$ (AA 닮음)

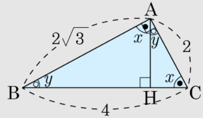
$\angle \mathrm{B} = \angle y,\ \angle \mathrm{C} = \angle x$

$\overline{\mathrm{BC}} = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 + 2^2} = 4$

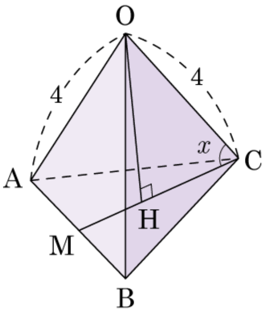
$\angle x = \angle \mathrm{C},\quad \cos x = \dfrac{\overline{\mathrm{AC}}}{\overline{\mathrm{BC}}} = \dfrac{2}{4}$

$\angle y = \angle \mathrm{B},\quad \cos y = \dfrac{\overline{\mathrm{AB}}}{\overline{\mathrm{BC}}} = \dfrac{2\sqrt{3}}{4}$

$\therefore \cos x + \cos y = \dfrac{2}{4} + \dfrac{2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{1+\sqrt{3}}{2}$



4. 다음 그림과 같이 모서리의 길이가 4 인 정사면체의 한 꼭지점 O 에서 밑면에 내린 수선의 발을 H 라 하고, $\overline{\mathrm{AB}}$ 의 중점을 M 이라 하자. $\angle \mathrm{OCH} = x$ 라 할 때, $\tan x$ 의 값은?



① $\sqrt{2}$　② $2\sqrt{2}$　③ $3\sqrt{2}$

④ $\sqrt{3}$　⑤ $3\sqrt{3}$

해설

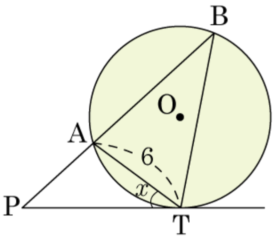
$$\overline{\mathrm{CM}} = 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$$

$$\overline{\mathrm{CH}} = 2\sqrt{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

$$\overline{\mathrm{OH}} = \sqrt{4^2 - \left(\frac{4\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \sqrt{\frac{32}{3}} = \frac{4\sqrt{6}}{3}$$

$$\therefore\ \tan x = \frac{\overline{\mathrm{OH}}}{\overline{\mathrm{CH}}} = \frac{\frac{4\sqrt{6}}{3}}{\frac{4\sqrt{3}}{3}} = \sqrt{2}$$

5. 다음 그림과 같이 원 O 에서 $\overrightarrow{\mathrm{PT}}$ 는 접선이고, $\overline{\mathrm{AT}} = 6$, $\tan x = \dfrac{3}{4}$ 일 때, 원 O 의 반지름의 길이는?



① 3 ② 4 ③ 5

④ 6 ⑤ 7

해설

$\tan x = \dfrac{3}{4}$ 이므로 $\sin x = \dfrac{3}{5}$ 이다.

원 O 의 반지름을 r 이라 하면, $x = \angle\mathrm{ABT}$ 이므로

$\sin x = \dfrac{6}{2r} = \dfrac{3}{5}$ 이므로 원의 반지름은 5 이다.

6. $\sqrt{(\cos A - \sin A)^2} + \sqrt{(\sin A + \cos A)^2} = \sqrt{2}$ 일 때, $\tan A$ 의 값은? (단, $0° \le A \le 45°$)

① $2\sqrt{2}$　　② $\sqrt{2}$　　③ $\sqrt{3}$　　④ 1　　⑤ 0

해설

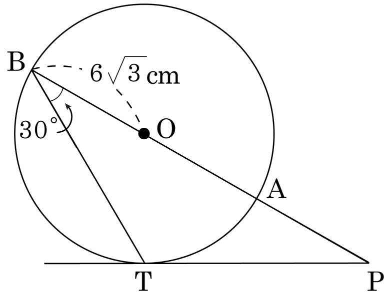
$0° \le A \le 45°$에서 $\cos A - \sin A \ge 0$이므로

$$(준식) = (\cos A - \sin A) + (\sin A + \cos A)$$
$$= 2\cos A = \sqrt{2}$$

즉, $\cos A = \dfrac{\sqrt{2}}{2} = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$ 에서 $\angle A = 45°$

$\therefore\ \tan A = \tan 45° = 1$

7. 다음 그림에서 직선 PT 는 반지름의 길이가 $6\sqrt{3}$ cm 인 원 O 의 접선이고 $\angle PBT = 30°$ 일 때, $\overline{PA}$ 의 길이는?



① $3\sqrt{3}$ cm

② 6 cm

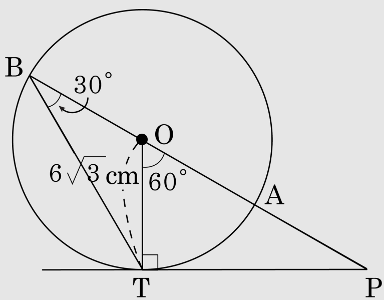
③ $6\sqrt{3}$ cm

④ 12 cm

⑤ $12\sqrt{3}$ cm

해설

다음 그림에서 $\angle AOT = 60°$, $\angle OTP = 90°$ 이므로



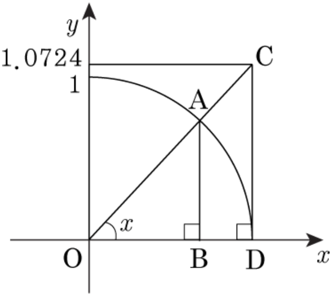
$\triangle OTP$ 에서

$\cos 60° = \dfrac{6\sqrt{3}}{\overline{OP}} = \dfrac{1}{2}$ 이므로

$\therefore \overline{OP} = 12\sqrt{3}(\text{cm})$

$\therefore \overline{PA} = \overline{PO} - \overline{AO} = 12\sqrt{3} - 6\sqrt{3} = 6\sqrt{3}(\text{cm})$

8. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 1 인 사분원에서 다음 표를 이용하여 $\overline{BD}$의 길이를 구하면?



〈삼각비의 표〉

x	$\sin x$	$\cos x$	$\tan x$
43°	0.6820	0.7314	0.9325
44°	0.6947	0.7193	0.9657
45°	0.7071	0.7071	1.0000
46°	0.7193	0.6947	1.0355
47°	0.7314	0.6821	1.0724

① 0.2807　② 0.3179　③ 0.6821

④ 0.7314　⑤ 0.9657

해설

$\tan x = \overline{CD} = 1.0724$

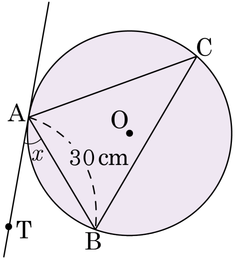
$\therefore x = 47°$

$\overline{BD} = \overline{OD} - \overline{OB}$ 이므로

$\overline{OB} = \cos x = \cos 47°$

$\therefore \overline{BD} = 1 - 0.6821 = 0.3179$

9. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 원 O 에 내접하고 $\overleftrightarrow{AT}$ 는 원 O 의 접선이다. $\angle BAT = x$ 라 하고 $\cos x = \frac{4}{5}$, $\overline{AB} = 30\text{cm}$ 일 때, 원 O 의 지름의 길이는?



① 25 cm ② 50 cm ③ 60 cm

④ 67 cm ⑤ 70 cm

해설

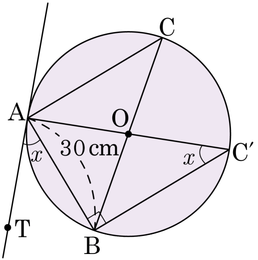
반지름의 길이를 r 이라 하면, $\triangle ABC'$ 은 직각삼각형이므로

$\cos x = \frac{\overline{BC'}}{2r} = \frac{4}{5}$ $\therefore\ \overline{BC'} = \frac{8}{5}r$

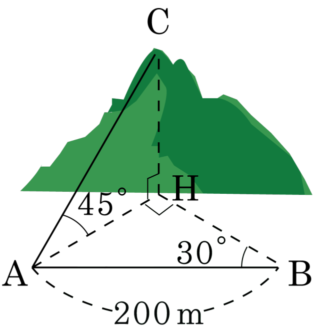
직각삼각형 ABC' 에서 $30^2 + \left(\frac{8}{5}r\right)^2 = (2r)^2$, $\frac{36}{25}r^2 = 900$, $r^2 = 625$, $r = 25$

$\therefore\ r = 25\ (\text{cm})$

따라서 원의 지름은 50 cm 이다.



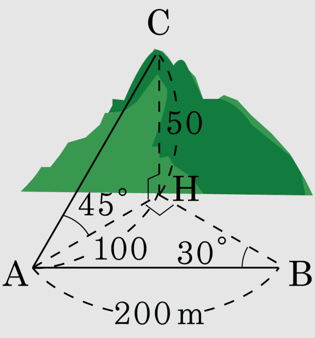
10. 산의 높이 $\overline{CH}$ 를 구하기 위하여 산 아래쪽의 수평면 위에 $\overline{AB} = 200\text{m}$ 가 되도록 두 점 A, B 를 잡고 측량하였더니 다음 그림과 같았다. 이때, 산의 높이 $\overline{CH}$ 의 길이는?



① $50\sqrt{2}\text{m}$　② 100m　③ 150m

④ $150\sqrt{2}\text{m}$　⑤ 200m

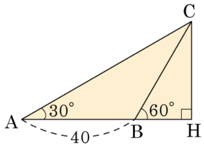
해설



$\overline{AH} = 200\sin 30° = 200 \times \dfrac{1}{2} = 100\,\text{m}$

따라서 $\overline{CH} = \overline{AH} = 100\,\text{m}$ 이다.

11. 다음은 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A = 30°$, $\angle CBH = 60°$, $\overline{AB} = 40$ 일 때, $\overline{CH}$ 의 길이를 구하는 과정이다. $\square$안의 값이 옳지 <u>않은</u> 것은?



$\overline{CH} = h$라고 하면

$\overline{AH} = \dfrac{h}{\boxed{(가)}}$, $\overline{BH} = \dfrac{h}{\boxed{(나)}}$

$\overline{AB} = \boxed{(다)} = \dfrac{h}{\tan 30°} - \dfrac{h}{\tan 60°}$, $h \times \dfrac{2}{\sqrt{3}} = \boxed{(라)}$

$\therefore\ h = 40 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} = \boxed{(마)}$

① (가) $\tan 60°$ ② (나) $\tan 60°$ ③ (다) $\overline{AH} - \overline{BH}$

④ (라) 40 ⑤ (마) $20\sqrt{3}$

해설

(가) 에 $\tan 30°$ 가 들어가야 한다.

$\overline{CH} = h$라고 하면

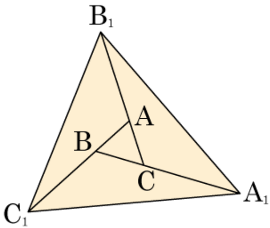
$\overline{AH} = \dfrac{h}{\tan 30°}$, $\overline{BH} = \dfrac{h}{\tan 60°}$

$\overline{AB} = \overline{AH} - \overline{BH} = \dfrac{h}{\tan 30°} - \dfrac{h}{\tan 60°} = 40$

$h\left(\dfrac{1}{\tan 30°} - \dfrac{1}{\tan 60°}\right) = 40,\ h \times \dfrac{2}{\sqrt{3}} = 40$

$\therefore\ h = 40 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 20\sqrt{3}$

12. 다음 그림과 같이 주어진 $\triangle ABC$ 에 대하여 변 BC 의 연장선 위에 $2\overline{BC} = \overline{CA_1}$ 이 되도록 점 A_1 를 찍고 같은 방법으로 점 B_1, C_1 를 찍어 $\triangle A_1B_1C_1$ 을 만들었다. $\triangle ABC$ 의 넓이가 4 일 때, $\triangle A_1B_1C_1$ 의 넓이는?



① 70 ② 72 ③ 74 ④ 76 ⑤ 78

해설

$\triangle BC_1A_1$ 의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times \overline{BC_1} \times \overline{BA_1} \times \sin \angle C_1BA_1$$

$$= \frac{1}{2} \times \left(2\overline{AB}\right) \times \left(3\overline{BC}\right) \times \sin\left(180^\circ - \angle C_1BA_1\right)$$

$$= 6 \times \left(\frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{BC} \times \sin \angle ABC\right)$$

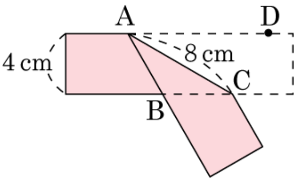
$$= 6 \times (\triangle ABC\text{의 넓이})$$

마찬가지로 계산하면

$$\triangle AB_1C_1 = \triangle CB_1A_1 = 6\triangle ABC$$

$$\begin{aligned} \therefore\ \triangle A_1B_1C_1 &= 18\triangle ABC + \triangle ABC \\ &= 19\triangle ABC \\ &= 76 \end{aligned}$$

13. 다음 그림과 같이 폭이 4cm 인 종이 테이프를 선분 AC 에서 접었다. $\overline{AC} = 8\text{cm}$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하면?



① $\dfrac{4\sqrt{3}}{3}\,\text{cm}^2$ ② $\dfrac{8\sqrt{3}}{3}\,\text{cm}^2$

③ $\dfrac{16\sqrt{3}}{3}\,\text{cm}^2$ ④ $\dfrac{3\sqrt{3}+\sqrt{2}}{3}\,\text{cm}^2$

⑤ $\dfrac{3\sqrt{2}+\sqrt{3}}{3}\,\text{cm}^2$

해설

$\sin C = \dfrac{4}{8} = \dfrac{1}{2}$ 이므로 $\angle C = 30°$ 이다.

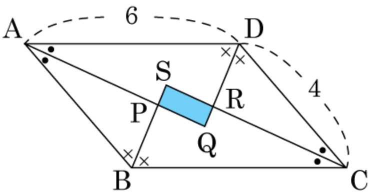
$\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이고 $\angle ABC = 120°$, $\angle ABH = 60°$ 이므로

(단, 점 H는 점 A에서 수직으로 내린 점)

$\overline{BC} = \overline{AB} = \dfrac{4}{\sin 60°} = \dfrac{8\sqrt{3}}{3}(\text{cm})$ 이다.

따라서 $\triangle ABC = \dfrac{1}{2} \times \dfrac{8\sqrt{3}}{3} \times \dfrac{8\sqrt{3}}{3} \times \sin(180° - 120°) = \dfrac{16\sqrt{3}}{3}(\text{cm}^2)$ 이다.

14. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 ∠D 가 ∠A 의 크기의 2 배일 때,
네 각의 이등분선이 만드는 사각형 PQRS 의 넓이가 $a\sqrt{b}$ 이다. $a+b$ 의 값은?(단, b는 최소의 자연수)



① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

∠A = ∠C = 60°, ∠B = ∠D = 120° 이므로 □PQRS 는 직사각형이다.

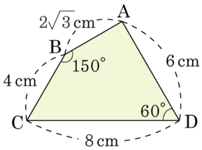
$\overline{PS} = \overline{BS} - \overline{BP} = 6 \cdot \cos 60° - 4 \cdot \cos 60° = 2 \times \frac{1}{2} = 1$

$\overline{PQ} = \overline{AQ} - \overline{AP} = 6a \times \cos 30° - 4 \times \cos 30° = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$

$\therefore S = \overline{PS} \times \overline{PQ} = \sqrt{3}$ 이다.

따라서 $a + b = 1 + 3 = 4$ 이다.

15. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 와 $\triangle ACD$ 의 넓이의 차는?



① $(9+\sqrt{2})\,\mathrm{cm}^2$　② $10\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$　③ $12\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$

④ $14\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$　⑤ $15\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$

해설

$$\triangle ABC = \frac{1}{2}\times 4\times 2\sqrt{3}\times \sin 30^\circ = 2\sqrt{3}(\mathrm{cm}^2)$$

$$\triangle ACD = \frac{1}{2}\times 8\times 6\times \sin 60^\circ = 12\sqrt{3}(\mathrm{cm}^2)$$

따라서 $\triangle ABC$ 와 $\triangle ACD$ 의 넓이의 차는 $\triangle ACD - \triangle ABC = 10\sqrt{3}(\mathrm{cm}^2)$ 이다.