1. 6으로 나누면 5가 남고, 8로 나누면 7이 남고, 9로 나누면 8이 남는 세 자리의 자연수 중 가장 큰 수는?

① 901   ② 941   ③ 959   ④ 935   ⑤ 999

해설

구하는 수를 n 이라 하면
 $n = (6, 8, 9 \text{의 공배수}) - 1$ 인 수이다.
6, 8, 9의 최소공배수는 72이다.
세 자리 자연수 중 가장 큰 72의 배수는 936이다.
 $\therefore n = 936 - 1 = 935$

2. $\frac{24}{n}$ 와 $\frac{40}{n}$ 을 자연수로 만드는 자연수 n 들을 모두 합하면?

- ① 8   ② 12   ③ 15   ④ 20   ⑤ 25

해설

n 은 24, 40 의 공약수이고, 공약수는 최대공약수의 약수이다.
24 와 40 의 최대공약수는 8 이고,
8 의 약수는 1, 2, 4, 8 이므로
따라서 합은 $1 + 2 + 4 + 8 = 15$ 이다.

3. 자연수 a 에 대하여 $P(a)$ 는 a 의 약수의 개수를 나타낸다고 할 때, 소인수분해를 이용하여 $P(P(630))$ 의 값을 구하면?

- ① 2   ② 4   ③ 8   ④ 16   ⑤ 32

해설

$$630 = 2 \times 3^2 \times 5 \times 7 \text{ 이므로}$$

$$P(630) = (1+1) \times (2+1) \times (1+1) \times (1+1) = 24,$$

$$24 = 2^3 \times 3 \text{ 이므로}$$

$$P(P(630)) = P(24) = (3+1) \times (1+1) = 8$$

4. 소인수분해를 이용하여 50의 약수의 개수를 구하려고 한다. 다음 중 a, b, c 에 들어갈 알맞은 수를 차례대로 나열한 것은?

$$50 = 2^a \times 5^b \quad \text{약수의 개수} : (a+1) \times (b+1) = c \text{ (개)}$$

- ① 1, 2, 3   ② 1, 2, 6   ③ 2, 4, 8   ④ 2, 5, 8   ⑤ 3, 4, 5

해설

50을 소인수분해하면 $50 = 2 \times 5^2$ 이므로 $a = 1, b = 2$ 이다.
또한 50의 약수의 개수는 $(1+1) \times (2+1) = 6$ (개) 이므로 $c = 6$ 이다.
따라서 $a = 1, b = 2, c = 6$ 이다.

5. 자연수 120 을 소인수분해했더니 $2^a \times b \times c$ 이고 약수의 개수는 d 개이다. $a+b+c+d$ 의 값은?

① 27   ② 16   ③ 29   ④ 18   ⑤ 21

해설

$120 = 2^3 \times 3 \times 5$ 이므로 $a = 3, b = 3, c = 5$,
약수의 개수 $d = (3+1) \times (1+1) \times (1+1) = 16$
 $\therefore a+b+c+d = 27$

6. 어떤 수로 35 를 나누면 3 이 남고 118 을 나누면 2 가 모자란다고 한다. 이러한 수 중 가장 큰 수는?

- ① 16   ② 8   ③ 6   ④ 4   ⑤ 2

해설

32 와 120 의 최대공약수이므로 8 이다.

7. 어떤 자연수로 100 을 나누면 4 가 남고, 70 을 나누면 6 이 남는다고 한다. 이러한 자연수 중에서 가장 큰 자연수를 구하면?

- ① 16   ② 18   ③ 24   ④ 32   ⑤ 48

해설

96 과 64 의 최대공약수이므로 32

8. 어떤 자연수로 65 를 나누면 7 이 부족하고 140 을 나누면 4 가 부족하고, 210 을 나누면 6 이 부족하다고 한다. 이러한 자연수 중에서 가장 큰 것은?

① 6   ② 12   ③ 36   ④ 42   ⑤ 72

해설

$65 + 7 = 72$, $140 + 4 = 144$, $210 + 6 = 216$ 의 최대공약수는 72 이다.

9. $\frac{12}{n}, \frac{56}{n}, \frac{32}{n}$ 를 자연수로 만드는 자연수 n 들을 모두 곱하면?

- ① 12   ② 10   ③ 8   ④ 7   ⑤ 6

해설

n 은 12, 56, 32 의 공약수, 공약수는 최대공약수의 약수이므로
12, 56, 32 의 최대공약수는 4 이다.
4 의 약수는 1, 2, 4 이다.
따라서 8 이다.

10. 100 이하의 자연수 중 5의 배수이거나 7의 배수인 것의 개수는?

- ① 31 개   ② 32 개   ③ 33 개   ④ 34 개   ⑤ 35 개

해설

100 이하의 자연수 중 5의 배수의 개수는 20개
100 이하의 자연수 중 7의 배수의 개수는 14개
100 이하의 자연수 중 5의 배수이면서 7의 배수인 것의 개수는 2개
100 이하의 자연수 중 5의 배수이거나 7의 배수인 것의 개수는 $20 + 14 - 2 = 32$

11. 자연수 a 의 약수의 개수를 $A(a)$ 로 나타낼 때, $A(24) \times A(x) = 32$ 에서 가장 작은 x 의 값은?

- ① 9   ② 8   ③ 7   ④ 6   ⑤ 4

해설

$24 = 2^3 \times 3$ 이므로

$$A(24) = (3+1) \times (1+1) \\ = 4 \times 2 = 8$$

$$8 \times A(x) = 32$$

$$A(x) = 4$$

약수의 개수가 4개인 수 중에서 가장 작은 수는 $2 \times 3 = 6$ 이다.

12. 100 부터 300 까지의 자연수 중에서 3, 4 중 어떤수로도 나누어 떨어지지 않는 수의 갯수는 모두 몇 개인가?

① 67   ② 99   ③ 100   ④ 101   ⑤ 200

해설

3의 배수의 갯수는 $100 - 33 = 67$,

4의 배수의 갯수는 $75 - 24 = 51$,

12의 배수의 갯수는 $25 - 8 = 17$

따라서 3, 4 중 어떤 수로도 나누어 떨어지지 않는 수의 갯수는

$201 - (67 + 51 - 17) = 100$

13. 두 자리의 두 정수의 최소공배수가 792 이고 최대공약수가 11 이라고 한다. 이때, 이를 만족하는 두 정수의 합을 구하면?

① 87   ② 99   ③ 175   ④ 183   ⑤ 187

해설

$792 = 2^3 \times 3^2 \times 11$ 이고, 두 수는 최대공약수 11 의 배수이고, 두 자리 수이므로 $11 \times 2^3 = 88$ 과 $11 \times 3^2 = 99$ 가 된다.
 $\therefore 88 + 99 = 187$

14. 두 수 $2^2 \times 3^3$ 과 A 의 최대공약수가 $2^2 \times 3^2$, 최소공배수가 $2^3 \times 3^3 \times 7$ 일 때, 자연수 A 의 값은?

- ① 500   ② 502   ③ 504   ④ 506   ⑤ 508

해설

$$A \times 2^2 \times 3^3 = 2^2 \times 3^2 \times 2^3 \times 3^3 \times 7$$

$$\therefore A = 504$$

15. 두 자연수 24, 30 중 어떤 수로 나누어도 나머지가 5인 세 자리의 자연수 중 가장 큰 자연수와 가장 작은 자연수의 차는?

- ① 360   ② 480   ③ 600   ④ 720   ⑤ 840

해설

24와 30의 최소공배수를 구하면 120이다.
가장 작은 자연수 $120 + 5 = 125$,
가장 큰 수 $960 + 5 = 965$ 이다.
따라서 두 수의 차는 $965 - 125 = 840$ 이다.