

1. $3^4 \times x$ 는 약수의 개수가 10 개 인 자연수이다. 다음 중 x 의 값으로 알맞지 않은 것은?

① 2 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 3^5

해설

약수의 개수는 $3^4 \times x$ 에서

$(4+1) \times (\square+1) = 5 \times 2 = 10$ 또는 $(9+1) = 10$ 이 될 수 있다.
즉 x 가 될 수 있는 수는 3 과 서로소이고 지수가 1 인 수 또는 3^5 이다.

그러므로 알맞지 않은 것은 3 이다.

2. $5^6 \times \square$ 의 약수의 개수가 21 개일 때, $\square$ 안에 들어갈 수 있는 자연수 중 가장 작은 것은?

① 1 ② 4 ③ 9 ④ 16 ⑤ 25

해설

$$21 = 7 \times 3 = (6 + 1) \times (2 + 1)$$

$\square$ 에 알맞은 가장 작은 자연수는 $2^2 = 4$

$\therefore 4$

3. $2^2 \times \square \times 7$ 은 어떤 수를 소인수분해한 식이고 이 수는 약수의 개수가 12 개인 가장 작은 수이다. $\square$ 안에 알맞은 수는?

① 2 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 11

해설

$$2^2 \times a^n \times 7$$

$$(2+1) \times (n+1) \times (1+1) = 12 \quad \therefore n = 1$$

2를 제외한 가장 작은 소수는 3이므로

$$3^1 = 3$$

4. 3으로 나누면 2가 남고, 4로 나누면 3이 남고, 5로 나누면 4가 남는 자연수 중에서 110에 가장 가까운 수를 구하면?

① 112 ② 113 ③ 114 ④ 119 ⑤ 120

해설

구하는 수를 n 이라 하면
 $n = (3, 4, 5 \text{의 공배수}) - 1$ 이고
3, 4, 5의 최소공배수는 60이므로
3, 4, 5의 공배수는 60, 120, 180, ... 이다.
 $\therefore n = 59, 119, 179, \dots$
 $\therefore$ 110에 가장 가까운 수는 119

5. 6으로 나누면 5가 남고, 5로 나누면 4가 남고, 4로 나누면 3이 남는 세 자리의 자연수 중 가장 작은 수를 구하여라.

① 116 ② 117 ③ 118 ④ 119 ⑤ 120

해설

구하는 수를 x 라 하면 $(x+1)$ 은 6, 5, 4 의 공배수이다.

$$\begin{array}{r} 6 \overline{) 6 \quad 5 \quad 4} \\ \underline{3 \quad 5 \quad 2} \end{array}$$

$$\therefore \text{최소공배수} = 2 \times 3 \times 5 \times 2 = 60$$

세 자리의 공배수 중 가장 작은 수는 $60 \times 2 = 120$ 이고

$$x+1 = 120 \quad \therefore x = 119$$

6. 4, 5, 6 의 어느 것으로 나누어도 2 가 남는 수 중에서 400 에 가장 가까운 자연수는?

① 387 ② 399 ③ 401 ④ 416 ⑤ 422

해설

구하고자 하는 수를 x 라 하면 $x - 2$ 는 4, 5, 6 의 공배수인 60, 120, 180, ... 이다.

이 중에서 400 에 가장 가까운 수는 $x - 2 = 420$ 이다.

$\therefore x = 422$

7. 다음 수들의 최대공약수와 최소공배수를 소수의 거듭제곱을 써서 나타낸 것으로 옳은 것은?

$2^2 \times 3^2 \times 7, 2 \times 3 \times 5 \times 7$

- ① 최대공약수 : 2×3 , 최소공배수 : $2^2 \times 3^2 \times 7$
- ② 최대공약수 : 2×3 , 최소공배수 : $2 \times 3 \times 5 \times 7$
- ③ 최대공약수 : $2 \times 3 \times 5 \times 7$, 최소공배수 : $2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7$
- ④ 최대공약수 : $2 \times 3 \times 7$, 최소공배수 : $2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7$
- ⑤ 최대공약수 : $2 \times 3 \times 7$, 최소공배수 : $2^2 \times 3 \times 5 \times 7$

해설

$$\begin{array}{r} 2^2 \times 3^2 \quad \times 7 \\ 2 \times 3 \times 5 \times 7 \\ \hline \end{array}$$

최대공약수 : $2 \times 3 \quad \times 7$

최소공배수 : $2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7$

8. 다음 중 두 수 $2^2 \times 3$, $2^3 \times 3 \times 5^2$ 의 최대공약수와 최소공배수를 차례로
바르게 나타낸 것은?

① 2×3 , $2^3 \times 3 \times 5^2$

② $2^2 \times 3$, $2^3 \times 3 \times 5^2$

③ $2^3 \times 3$, $2^3 \times 3^2 \times 5^2$

④ $2^2 \times 3$, $2^3 \times 3^2 \times 5^2$

⑤ 2×3 , $2 \times 3 \times 5$

해설

최대공약수는 공통인 소인수 중 지수가 같거나 작은 쪽을 택한다.

따라서 최대공약수는 $2^2 \times 3$ 이다.

최소공배수는 공통인 소인수 중 지수가 같거나 큰 쪽을 택하고,

공통이 아닌 소인수는 모두 택하여 곱한다. 따라서 최소공배수는

$2^3 \times 3 \times 5^2$ 이다.

9. 소인수분해를 이용하여 다음 수들의 최소공배수와 최대공약수를 알맞게 짝지은 것을 골라라.

45, 60, 90

- ① 최대공약수 : 15 , 최소공배수 : 90
- ② 최대공약수 : 15 , 최소공배수 : 180
- ③ 최대공약수 : 30 , 최소공배수 : 180
- ④ 최대공약수 : 45 , 최소공배수 : 90
- ⑤ 최대공약수 : 45 , 최소공배수 : 180

해설

$$\begin{array}{l} 45 = 3^2 \times 5 \\ 60 = 2^2 \times 3 \times 5 \\ 90 = 2 \times 3^2 \times 5 \\ \hline 2^2 \times 3^2 \times 5 \end{array}$$

최대공약수 : $3 \times 5 = 15$
최소공배수 : $2^2 \times 3^2 \times 5 = 180$

10. 54의 약수의 개수가 a , 108의 약수의 개수가 b 일 때 $a+b$ 의 값은?

- ① 20 ② 30 ③ 40 ④ 50 ⑤ 60

해설

$54 = 2 \times 3^3$ 이므로 약수의 개수는
 $(1+1) \times (3+1) = 8$, $a = 8$
 $108 = 2^2 \times 3^3$ 이므로 약수의 개수는
 $(2+1) \times (3+1) = 12$, $b = 12$
 $\therefore a+b = 20$

11. 다음 중 약수의 개수가 나머지 셋과 다른 것을 모두 고르면?

① $2^2 \times 3^3$

② 24

③ $2 \times 9 \times 5$

④ 500

⑤ $3^4 \times 7^3$

해설

① $(2+1) \times (3+1) = 12$ (개)

② $24 = 2^3 \times 3 \Rightarrow (3+1) \times (1+1) = 8$ (개)

③ $2 \times 9 \times 5 = 2 \times 3^2 \times 5$

$\Rightarrow (1+1) \times (2+1) \times (1+1) = 2 \times 3 \times 2 = 12$ (개)

④ $500 = 2^2 \times 5^3 \Rightarrow (2+1) \times (3+1) = 12$ (개)

⑤ $3^4 \times 7^3 \Rightarrow (4+1) \times (3+1) = 5 \times 4 = 20$ (개)

12. 소인수분해를 이용하여 50 의 약수의 개수를 구하려고 한다. 다음 중 a, b, c 에 들어갈 알맞은 수를 차례대로 나열한 것은?

$50 = 2^a \times 5^b$ 약수의 개수 : $(a + 1) \times (b + 1) = c$ (개)

- ① 1, 2, 3 ② 1, 2, 6 ③ 2, 4, 8 ④ 2, 5, 8 ⑤ 3, 4, 5

해설

50 을 소인수분해하면 $50 = 2 \times 5^2$ 이므로 $a = 1, b = 2$ 이다.
또한 50 의 약수의 개수는 $(1 + 1) \times (2 + 1) = 6$ (개) 이므로 $c = 6$ 이다.
따라서 $a = 1, b = 2, c = 6$ 이다.

13. 검은 펜 70 개, 빨간 펜 100 개, 파란 펜 130 개를 지영이네 반 학생들에게 똑같이 나누어주었더니 검은 펜이 6 개, 빨간 펜이 4 개, 파란 펜이 2 개 남았다. 지영이네 반 학생은 30 명 이상이라고 할 때, 지영이네 반 학생 수를 구하여라.
- ① 30 명 ② 32 명 ③ 34 명 ④ 36 명 ⑤ 38 명

해설

70 보다 6 작은 수, 100 보다 4 작은 수, 130 보다 2 작은 수는 어떤 수로 나누어 떨어진다. 그러므로 64, 96, 128 의 공약수 중, 30 이상인 수를 구한다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 64 \ 96 \ 128} \\ 2 \overline{) 32 \ 48 \ 64} \\ 2 \overline{) 16 \ 24 \ 32} \\ 2 \overline{) 8 \ 12 \ 16} \\ 2 \overline{) 4 \ 6 \ 8} \\ \quad 2 \quad 3 \quad 4 \end{array}$$

최대공약수 : $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$

최대공약수인 32 의 약수 중 30 보다 큰 수는 32 이다. 따라서 지영이네 반 학생 수는 32 명이다.

14. 어떤 자연수로 100 을 나누면 4 가 남고, 70 을 나누면 6 이 남는다고 한다. 이러한 자연수 중에서 가장 큰 자연수를 구하면?

① 16

② 18

③ 24

④ 32

⑤ 48

해설

96 과 64 의 최대공약수이므로 32

15. 어떤 수로 33 을 나누면 나누어 떨어지고, 25 를 나누면 3이 남고, 51 을 나누면 4 가 모자란다고 한다. 이러한 수 중 가장 큰 수는?

① 3 ② 7 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

해설

어떤 수는 33, $25 - 3 = 22$, $51 + 4 = 55$ 의 공약수이다.
이 중 가장 큰 수는 세 수의 최대공약수이므로 11 이다.