

1. $2^2 \times \square$ 는 약수의 개수가 12 개인 자연수이다. 다음 중 $\square$ 안에 알맞은 수 중 가장 작은 자연수는?

① 4

② 8

③ 15

④ 30

⑤ 32

해설

$12 = (2 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1)$ 이므로

$\square = a \times b$ (a, b 는 소수),

$a \neq 2, b \neq 2$ 이므로 가장 작은 소수는 3×5 ,

$\therefore \square = 15$

2. $27 \times \square$ 는 약수의 개수가 12개인 가장 작은 자연수이다. $\square$ 안에 들어갈 가장 작은 자연수는?

① 2

② 2^2

③ 2^3

④ 3

⑤ 3^2

해설

$3^3 \times \square$ 에서 $\square = a^x$ 이라 하면 약수의 개수는 $(3+1) \times (x+1) = 12$ (개) 이므로

$$(3+1) \times (x+1) = 4 \times (x+1) = 12$$

$$x+1 = 3 \quad \therefore x = 2$$

a 가 될 수 있는 가장 작은 소인수는 2 이므로

$$\square = 2^2$$

3. $3^3 \times a$ 는 약수의 개수가 12 인 수 중 가장 작은 홀수라고 할 때, a 에 맞는 수를 구하면?

① 1

② 4

③ 9

④ 25

⑤ 36

해설

$$12 = 4 \times 3 = (3 + 1) \times (2 + 1)$$

$3^3 \times a$ 가 홀수이므로

a 는 3 보다 큰 소수의 제곱수이므로 $5^2 = 25$

4. 세 수 3×5^2 , $c^3 \times 3^a \times 5^2$, $2 \times 3 \times 5^b \times 7$ 의 최대공약수가 $d \times 5$ 이고,
최소공배수가 $2^3 \times 3^2 \times 5^2 \times 7$ 일 때, $\frac{d}{c} - \frac{b}{a}$ 의 값을 구하면?

① 0

② 1

③ 5

④ 9

⑤ 12

해설

최대공약수가 $d \times 5$,
최소공배수가 $2^3 \times 3^2 \times 5^2 \times 7$ 이므로

$$a = 2, b = 1, c = 2, d = 3$$

$$\therefore \frac{d}{c} - \frac{b}{a} = \frac{3}{2} - \frac{1}{2} = 1$$

5. 두 수 $2^a \times 3^2 \times 5$, $2^3 \times 3^b \times c$ 의 최대공약수가 12 , 최소공배수가 2520 일 때, $a + b - c$ 의 값은?

① 9

② 6

③ -4

④ -5

⑤ -7

해설

$12 = 2^2 \times 3$, $2520 = 2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$ 이므로

$a = 2$, $b = 1$, $c = 7$ 이다.

따라서 $a + b - c = 2 + 1 - 7 = -4$ 이다.

6. 두 자리의 자연수 A, B 의 최대공약수가 8, 최소공배수가 120 일 때, 이 두 수의 합은?

① 8

② 15

③ 16

④ 64

⑤ 128

해설

$A = 8a, B = 8b$ (a, b 는 서로소)로 놓으면,

$$120 = 8 \times 15 = 8 \times a \times b \therefore a \times b = 15$$

A, B 가 두 자리 자연수이므로

$a = 3, b = 5$ 또는 $a = 5, b = 3$ 이다.

어느 경우든 두 수는 24, 40 이므로 그 합은 64 이다.

7. 1 에서 200 까지의 자연수 중에서 약수의 갯수가 3 개인 수는 모두 몇 개인가?

- ① 6개 ② 8개 ③ 9개 ④ 12개 ⑤ 14개

해설

약수가 3 개인 수는 p 를 소수라 할 때 p^2 인 수,
 $13^2 = 169$, $17^2 = 289$ 이므로
 p 가 될 수 있는 수는 2, 3, 5, 7, 11, 13 의 6 개

8. 100 부터 300 까지의 자연수 중에서 3, 4 중 어떤수로도 나누어 떨어지지 않는 수의 갯수는 모두 몇 개인가?

① 67

② 99

③ 100

④ 101

⑤ 200

해설

3의 배수의 갯수는 $100 - 33 = 67$,

4의 배수의 갯수는 $75 - 24 = 51$,

12의 배수의 갯수는 $25 - 8 = 17$

따라서 3, 4중 어떤 수로도 나누어 떨어지지 않는 수의 갯수는
 $201 - (67 + 51 - 17) = 100$

9. 다음 보기 를 모두 만족 시키는 자연수는 모두 몇 개인가?

보기

- ㉠ 100 이하의 자연수이다.
- ㉡ 3 의 배수
- ㉢ 5 의 배수
- ㉤ 4 로 나누면 나머지가 3 인 수

① 1 개

② 2 개

③ 3 개

④ 4 개

⑤ 5 개

해설

3 과 5 의 최소공배수는 15 이므로 15, 30, 45, 60, 75, 90,
이 중에서 4 로 나누었을 때 나머지가 3 인 수는 15, 75 의 2 개

10. 약수의 개수가 12 개인 가장 작은 자연수를 구하면?

① 12

② 18

③ 24

④ 36

⑤ 60

해설

$12 = 2 \times 2 \times 3$ 이므로

$(1 + 1) \times (1 + 1) \times (2 + 1)$ 에서 $2^2 \times 3 \times 5 = 60$

11. 54의 약수의 개수가 a , 108의 약수의 개수가 b 일 때 $a+b$ 의 값은?



① 20

② 30

③ 40

④ 50

⑤ 60

해설

$54 = 2 \times 3^3$ 이므로 약수의 개수는

$$(1+1) \times (3+1) = 8, a = 8$$

$108 = 2^2 \times 3^3$ 이므로 약수의 개수는

$$(2+1) \times (3+1) = 12, b = 12$$

$$\therefore a + b = 20$$

12. 자연수 a 의 약수의 개수를 $N(a)$ 로 나타낼 때 $N(600) \times N(a) = 96$ 인 자연수 a 중에서 가장 작은 수를 구하면?

① 4

② 6

③ 8

④ 9

⑤ 12

해설

$$600 = 2^3 \times 3 \times 5^2 \text{ 이므로 } N(600) = 4 \times 2 \times 3 = 24$$

$$24 \times N(a) = 96 \quad \therefore N(a) = 4$$

약수의 개수가 4 개인 가장 작은 자연수는

$$6 = 2 \times 3 \text{ 이다.}$$

13. 검은 펜 70 개, 빨간 펜 100 개, 파란 펜 130 개를 지영이네 반 학생들에게 똑같이 나누어주었더니 검은 펜이 6 개, 빨간 펜이 4 개, 파란 펜이 2 개 남았다. 지영이네 반 학생은 30 명 이상이라고 할 때, 지영이네 반 학생 수를 구하여라.

① 30 명

② 32 명

③ 34 명

④ 36 명

⑤ 38 명

해설

70 보다 6 작은 수, 100 보다 4 작은 수, 130 보다 2 작은 수는 어떤 수로 나누어 떨어진다. 그러므로 64, 96, 128 의 공약수 중, 30 이상인 수를 구한다.

$$2 \overline{) 64 \quad 96 \quad 128}$$

$$2 \overline{) 32 \quad 48 \quad 64}$$

$$2 \overline{) 16 \quad 24 \quad 32}$$

$$2 \overline{) 8 \quad 12 \quad 16}$$

$$2 \overline{) 4 \quad 6 \quad 8}$$

$$2 \quad 3 \quad 4$$

$$\text{최대공약수} : 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$$

최대공약수인 32 의 약수 중 30 보다 큰 수는 32 이다. 따라서 지영이네 반 학생 수는 32 명이다.

14. 사과 62 개와 귤 116 개를 될 수 있는 대로 많은 학생에게 똑같이 나누어 주면, 사과는 2 개가 남고, 귤은 6 개가 남는다고 한다. 이때, 학생 수를 구하면?

- ① 10 명 ② 12 명 ③ 3 명 ④ 5 명 ⑤ 15 명

해설

학생 수는 $62 - 2 = 60$, $116 - 6 = 110$ 의 최대공약수이므로 10 (명)

15. 어떤 자연수로 100 을 나누면 4 가 남고, 70 을 나누면 6 이 남는다고 한다. 이러한 자연수 중에서 가장 큰 자연수를 구하면?

① 16

② 18

③ 24

④ 32

⑤ 48

해설

96 과 64 의 최대공약수이므로 32