

1. 다음 중 수직선 위의 모든 점과 일대일 대응하는 수는?

① 자연수

② 정수

③ 무리수

④ 유리수

⑤ 실수

해설

연속성을 갖는 수는 실수뿐이며 수직선 위의 모든 점과 일대일 대응을 이루는 수는 실수이다.

2. 부등식 $\sqrt{5} < 2x - 1 < \sqrt{27}$ 을 만족하는 자연수 x 를 모두 구하면?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$$(\sqrt{5} + 1) \div 2 < x < (\sqrt{27} + 1) \div 2$$

$$1. \times \times \times < x < 3. \times \times \times$$

$$\therefore x = 2, 3$$

3. $\sqrt{50-x}$ 가 자연수가 되도록 하는 자연수 x 중 세번째로 작은 값은?

① 1

② 5

③ 9

④ 14

⑤ 25

해설

50 보다 작은 제곱수 중 가장 큰 수부터 차례대로 구하면 49, 36, 25 이고, 이를 만족하는 자연수 x 중 세번째로 작은 값은 $\sqrt{50-x} = 25$ 가 될 때이다.

$$\sqrt{50-x} = \sqrt{25}$$

$$50-x = 25$$

$$\therefore x = 25$$

4. $-3\sqrt{2} - \frac{11}{4}\sqrt{5} + 5\sqrt{2} + \frac{3}{4}\sqrt{5} = a\sqrt{2} + b\sqrt{5}$ 가 성립할 때, $2a + b$ 의 값은? (단, a, b 는 유리수)

① -4

② -2

③ 0

④ 2

⑤ 4

해설

$$-3\sqrt{2} - \frac{11}{4}\sqrt{5} + 5\sqrt{2} + \frac{3}{4}\sqrt{5}$$

$$= (-3 + 5)\sqrt{2} + \frac{-11 + 3}{4}\sqrt{5}$$

$$= 2\sqrt{2} - 2\sqrt{5}$$

$$a = 2, b = -2 \text{ 이므로 } 2a + b = 2$$

5. 다음은 $a = 4\sqrt{2}$, $b = 3\sqrt{6}$ 의 대소를 비교하는 과정이다.
안에 알맞은 것을 순서대로 넣은 것은?

$$\begin{aligned} a & \quad \square \quad b = 4\sqrt{2} - \square \\ & = \sqrt{32} - \sqrt{54} \quad \square \quad 0 \\ \therefore a & \quad \square \quad b \end{aligned}$$

① $+$, $3\sqrt{6}$, $<$, $>$

② $+$, $4\sqrt{2}$, $>$, $>$

③ $-$, $3\sqrt{6}$, $>$, $>$

④ $-$, $4\sqrt{2}$, $<$, $<$

⑤ $-$, $3\sqrt{6}$, $<$, $<$

해설

$$\begin{aligned} a - b &= (4\sqrt{2}) - (3\sqrt{6}) \\ &= \sqrt{32} - \sqrt{54} < 0 \end{aligned}$$

$\therefore a < b$ 이다.

6. $a = \sqrt{2}$ 일 때, $b = 2a - \frac{3}{a}$ 이면 b 는 a 의 몇 배인가?

① 2 배

② $\sqrt{2}$ 배

③ $\frac{3}{2}$ 배

④ $\frac{1}{2}$ 배

⑤ 3 배

해설

$$b = 2a - \frac{3}{a} = 2\sqrt{2} - \frac{3}{\sqrt{2}}$$

$$= 2\sqrt{2} - \frac{3\sqrt{2}}{2} = \left(2 - \frac{3}{2}\right)\sqrt{2} = \frac{1}{2}a$$

7. $\sqrt{384 - 24x}$ 가 자연수일 때, 자연수 x 의 값의 합을 구하면?

① 8

② 9

③ 10

④ 11

⑤ 12

해설

$\sqrt{384 - 24x}$ 에서

$384 - 24x = 24(16 - x)$ 이므로

$\sqrt{24(16-x)} = 2\sqrt{6} \times \sqrt{16-x}$ 이다.

$\Rightarrow 2\sqrt{2 \times 3} \times \sqrt{16-x}$

$16 - x = 6 \times 1^2 = 6$

$x = 10$ 이다.

$16 - x = 6 \times 2^2 = 24$ 는 $x < 0$ 이므로 x 가 자연수가 될 수 없다.

따라서 $x = 10$ 의 값 한 개뿐이다.

8. 다음 중 옳은 것은?

- ① 유리수의 제곱근은 항상 무리수이다.
- ② 네 변의 길이가 무리수인 직사각형의 넓이는 항상 무리수이다.
- ③ 서로 다른 두 유리수의 곱은 항상 유리수이다.
- ④ 순환하지 않는 무한소수도 유리수일 수 있다.
- ⑤ 모든 유리수의 제곱근은 2 개이다.

해설

- ① 유리수 9의 제곱근은 ± 3 으로 유리수이므로 옳지 않다.
 - ② 가로, 세로의 길이가 각각 $\sqrt{3}$, $\sqrt{12}$ 인 무리수인 직사각형의 넓이는 $\sqrt{36} = 6$ 이 되어 유리수이므로 옳지 않다.
 - ④ 순환하지 않는 무한소수는 모두 무리수이다.
 - ⑤ 0의 제곱근은 1개, -1의 제곱근은 0개이므로 옳지 않다.
- 따라서 옳은 것을 고르면 ③이다.

9. 다음 중 수직선 위에서 -1 과 $\sqrt{3}$ 사이에 있는 수에 대한 설명으로 옳은 것은?

- ① 자연수가 2 개 있다.
- ② 정수가 3 개 있다.
- ③ 유리수가 유한개 있다.
- ④ 무리수는 없다.
- ⑤ 실수는 무수히 많다.

해설

$1 < \sqrt{3} < 2$ 이므로 범위는 $-1 \sim 1. \times \times \times$

- ① 자연수가 2 개 있다. → 자연수는 1, 한 개 있다.
- ② 정수가 3 개 있다. → 정수는 0, 1. 두 개 있다.
- ③ 유리수가 유한개 있다. → 무수히 많다.
- ④ 무리수는 없다. → 무수히 많다.

10. $\sqrt{7} < \sqrt{2a+3b} < \sqrt{15}$ 를 만족하는 순서쌍 (a, b) 는 모두 몇 개인가?
(단, a, b 는 자연수)

① 7개

② 10개

③ 11개

④ 13개

⑤ 15개

해설

$$\sqrt{7} < \sqrt{2a+3b} < \sqrt{15}$$

$$7 < 2a+3b < 15$$

$$b=1 \text{ 일 때, } a=3, 4, 5$$

$$b=2 \text{ 일 때, } a=1, 2, 3, 4$$

$$b=3 \text{ 일 때, } a=1, 2$$

$$b=4 \text{ 일 때, } a=1$$

$\therefore$ 10개

11. $\sqrt{28-x}$ 가 자연수가 되도록 하는 자연수 x 의 값이 아닌 것을 고르면?

① 3

② 5

③ 12

④ 19

⑤ 27

해설

28 보다 작은 제곱수는 1, 4, 9, 16, 25

② $\sqrt{28-5} = \sqrt{23}$

23 은 제곱수가 아니므로 $x = 5$

12. 다음 중에서 옳은 설명을 모두 고른 것은?

모든 무리수 x, y 에 대하여

ㄱ. $x + y$ 는 항상 무리수이다.

ㄴ. $x - y$ 는 항상 무리수이다.

ㄷ. $x \times y$ 는 항상 무리수이다.

ㄹ. $x \div y$ 는 항상 무리수이다.

① ㄱ

② ㄱ, ㄴ

③ ㄱ, ㄴ, ㄷ

④ ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㄹ

⑤ 없다

해설

ㄱ.의 반례 : $x = \sqrt{2}, y = -\sqrt{2}$ 라 하면 $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$

ㄴ.의 반례 : $x = \sqrt{2}, y = \sqrt{2}$ 라 하면 $\sqrt{2} - \sqrt{2} = 0$

ㄷ.의 반례 : $x = \sqrt{2}, y = \sqrt{2}$ 라 하면 $\sqrt{2} \times \sqrt{2} = (\sqrt{2})^2 = 2$

ㄹ.의 반례 : $x = \sqrt{2}, y = \sqrt{2}$ 라 하면 $\sqrt{2} \div \sqrt{2} = 1$

따라서, 옳은 것은 ⑤ 없다.

13. 다음 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

㉠ $\sqrt{5} - 1 > 1$

㉡ $\sqrt{11} - 2 < -2 + \sqrt{10}$

㉢ $2 - \sqrt{3} < \sqrt{5} - \sqrt{3}$

㉣ $\sqrt{7} + 3 < \sqrt{7} + \sqrt{8}$

㉤ $5 - \sqrt{5} > 5 - \sqrt{6}$

① ㉠, ㉡, ㉣

② ㉠, ㉡, ㉤

③ ㉠, ㉢, ㉤

④ ㉡, ㉢, ㉤

⑤ ㉢, ㉣, ㉤

해설

$$\text{㉡ } \sqrt{11} - 2 - (-2 + \sqrt{10}) = \sqrt{11} - \sqrt{10} > 0$$

$$\therefore \sqrt{11} - 2 > -2 + \sqrt{10}$$

$$\text{㉣ } \sqrt{7} + 3 - (\sqrt{7} + \sqrt{8}) = 3 - \sqrt{8} > 0$$

$$\therefore \sqrt{7} + 3 > \sqrt{7} + \sqrt{8}$$

14. $4\sqrt{2} - \frac{23}{2}\sqrt{6} - \sqrt{2} + \frac{11}{2}\sqrt{6} = A\sqrt{2} + B\sqrt{6}$ 이 성립할 때, $A - B$ 의 값은? (단, A, B 는 유리수이다.)

① 9

② -9

③ 3

④ -3

⑤ 0

해설

$$4\sqrt{2} - \frac{23}{2}\sqrt{6} - \sqrt{2} + \frac{11}{2}\sqrt{6}$$

$$= (4 - 1)\sqrt{2} + \frac{-23 + 11}{2}\sqrt{6}$$

$$= 3\sqrt{2} - 6\sqrt{6}$$

$$A = 3, B = -6 \text{ 이므로 } A - B = 9$$

15. 다음 중 옳은 것은?

① (무리수) + (유리수) = (무리수)

② (무리수) $\times$ (무리수) = (무리수)

③ (유리수) $\div$ (무리수) = (무리수)

④ (무리수) + (무리수) = (무리수)

⑤ (유리수) $\times$ (무리수) = (무리수)

해설

② $\sqrt{3} \times \sqrt{3} = 3$: 유리수

③ $\frac{0}{\sqrt{3}} = 0$: 유리수

④ $\sqrt{3} + (-\sqrt{3}) = 0$: 유리수

⑤ $0 \times \sqrt{3} = 0$: 유리수