

1. 다음 설명 중 옳은 것은?

- ① 유리수는 조밀하여 수직선을 빈틈없이 메운다.
- ② 서로 다른 두 유리수 사이에는 무리수가 없다.
- ③ 서로 다른 두 무리수 사이에는 유리수가 없다.
- ④ 수직선은 유리수와 무리수로 완전히 메워진다.
- ⑤ 수직선은 무리수로 완전히 채울 수 있다.

해설

- ①, ② 서로 다른 유리수와 유리수 사이에는 무한히 많은 유리수와 무리수가 있다.
- ③ 서로 다른 무리수와 무리수 사이에는 무수히 많은 유리수와 무리수가 있다.
- ⑤ 수직선은 유리수와 무리수로 완전히 메워진다.

2. $a = \sqrt{5}$, $b = \sqrt{7}$ 일 때, $\frac{10b}{a} + \frac{14a}{b} = m\sqrt{n}$ 이다. $m + n$ 의 값을
바르게 구한 것은? (단, $\sqrt{n}$ 은 무리수이다.)

① 25

② 29

③ 35

④ 39

⑤ 45

해설

$$\begin{aligned}\frac{10b}{a} + \frac{14a}{b} &= \frac{10\sqrt{7}}{\sqrt{5}} + \frac{14\sqrt{5}}{\sqrt{7}} \\ &= \frac{10\sqrt{35}}{5} + \frac{14\sqrt{35}}{7} \\ &= 2\sqrt{35} + 2\sqrt{35} = 4\sqrt{35}\end{aligned}$$

$m = 4$, $n = 35$ 이므로 $m + n = 39$

3. 다음 식을 간단히 하였을 때, 계산 결과가 다른 하나는?

① $2\sqrt{3} - 3\sqrt{3} - 3\sqrt{5} + 5\sqrt{5}$

② $4\sqrt{3} + \sqrt{5} - 5\sqrt{3} + \sqrt{5}$

③ $\sqrt{3} + 3\sqrt{5} - \sqrt{5} - 2\sqrt{3}$

④ $\sqrt{5} + \sqrt{5} + \sqrt{3} - 2\sqrt{3}$

⑤ $3\sqrt{5} - \sqrt{5} + 3\sqrt{3} + 2\sqrt{3}$

해설

①, ②, ③, ④ $-\sqrt{3} + 2\sqrt{5}$

⑤ $5\sqrt{3} + 2\sqrt{5}$

4. $-1 < x < 0$ 일 때, 다음 중 그 값이 가장 큰 것은?

- ① $-x^2$ ② $-x$ ③ $\frac{1}{\sqrt{x}}$ ④ $-\frac{1}{x}$ ⑤ $-\frac{1}{\sqrt{x}}$

해설

$-\frac{1}{x}$ 이 양수이고 1 보다 크므로 ④이 답이다.

5. $\sqrt{384 - 24x}$ 가 자연수일 때, 자연수 x 의 값의 합을 구하면?

① 8

② 9

③ 10

④ 11

⑤ 12

해설

$\sqrt{384 - 24x}$ 에서

$384 - 24x = 24(16 - x)$ 이므로

$\sqrt{24(16-x)} = 2\sqrt{6} \times \sqrt{16-x}$ 이다.

$\Rightarrow 2\sqrt{2 \times 3} \times \sqrt{16-x}$

$16 - x = 6 \times 1^2 = 6$

$x = 10$ 이다.

$16 - x = 6 \times 2^2 = 24$ 는 $x < 0$ 이므로 x 가 자연수가 될 수 없다.

따라서 $x = 10$ 의 값 한 개뿐이다.

6. $0 < a < 1$ 일 때, 다음 중 가장 큰 값은?

① a^2

② $\sqrt{\left(\frac{1}{a}\right)^2}$

③ $\sqrt{a}$

④ $\sqrt{(-a)^2}$

⑤ $\frac{1}{\sqrt{a}}$

해설

$0 < a < 1$ 일 때 $a = \frac{1}{4}$ 라 하면

① $a^2 = \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{16}$

② $\sqrt{\left(\frac{1}{a}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{\left(\frac{1}{4}\right)^2}} = \sqrt{16} = 4$

③ $\sqrt{a} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$

④ $\sqrt{(-a)^2} = \sqrt{\left(-\frac{1}{4}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{16}} = \frac{1}{4}$

⑤ $\frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{4}}} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$

7. $\frac{6\sqrt{2}}{2} + \frac{3\sqrt{5}}{5} - \frac{3\sqrt{5}}{5} + 2$ 를 간단히 나타내면?

① $3\sqrt{2} + 2$

② $3\sqrt{2} + 3\sqrt{5} + 2$

③ $3\sqrt{5} + 2$

④ $3\sqrt{2} - 2$

⑤ $3\sqrt{5} - 2$

해설

$$\frac{6\sqrt{2}}{2} + \frac{3\sqrt{5}}{5} - \frac{3\sqrt{5}}{5} + 2 = 3\sqrt{2} + 2$$

8. 다음 중 옳은 것은?

- ① 유리수의 제곱근은 항상 무리수이다.
- ② 네 변의 길이가 무리수인 직사각형의 넓이는 항상 무리수이다.
- ③ 서로 다른 두 유리수의 곱은 항상 유리수이다.
- ④ 순환하지 않는 무한소수도 유리수일 수 있다.
- ⑤ 모든 유리수의 제곱근은 2 개이다.

해설

- ① 유리수 9의 제곱근은 ± 3 으로 유리수이므로 옳지 않다.
 - ② 가로, 세로의 길이가 각각 $\sqrt{3}$, $\sqrt{12}$ 인 무리수인 직사각형의 넓이는 $\sqrt{36} = 6$ 이 되어 유리수이므로 옳지 않다.
 - ④ 순환하지 않는 무한소수는 모두 무리수이다.
 - ⑤ 0의 제곱근은 1개, -1의 제곱근은 0개이므로 옳지 않다.
- 따라서 옳은 것을 고르면 ③이다.

9. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 무리수를 소수로 나타내면 순환하지 않는 무한 소수이다.
- ② 두 무리수 $-\sqrt{3}$ 과 $\sqrt{5}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
- ③ 두 정수 -1 과 3 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
- ④ (무리수) + (무리수) = (무리수) 이다.
- ⑤ 수직선 위의 모든 점은 실수에 대응된다.

해설

④ $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$ 이므로 무리수와 무리수의 합은 유리수가 될 수도 있다.

10. $f(x) = \sqrt{x+1} - \sqrt{x}$ 일 때, $f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(39) + f(40)$ 의 값을 구하면?

① $\sqrt{40} - 1$

② $\sqrt{40} + 1$

③ $\sqrt{41} - 1$

④ $\sqrt{41} + 1$

⑤ $\sqrt{41} - \sqrt{40}$

해설

$$f(1) = \sqrt{2} - 1 = -1 + \sqrt{2}$$

$$f(2) = \sqrt{3} - \sqrt{2} = -\sqrt{2} + \sqrt{3}$$

$$f(3) = \sqrt{4} - \sqrt{3} = -\sqrt{3} + \sqrt{4} \cdots$$

$$f(39) = \sqrt{40} - \sqrt{39} = -\sqrt{39} + \sqrt{40}$$

$$f(40) = \sqrt{41} - \sqrt{40} = -\sqrt{40} + \sqrt{41}$$

$$\therefore f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(39) + f(40)$$

$$= (-1 + \sqrt{2}) + (-\sqrt{2} + \sqrt{3}) + (-\sqrt{3} + \sqrt{4}) + \cdots + (-\sqrt{39} + \sqrt{40}) + (-\sqrt{40} + \sqrt{41}) = -1 + \sqrt{41}$$

11. $6\sqrt{6} - 4\sqrt{3} + 2\sqrt{6} - 3\sqrt{3}$ 을 간단히 하면?

① $2\sqrt{6} + 1\sqrt{3}$

② $3\sqrt{6} - 2\sqrt{3}$

③ $7\sqrt{6} + 8\sqrt{3}$

④ $8\sqrt{6} - 7\sqrt{3}$

⑤ $4\sqrt{6} + 2\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned} & 6\sqrt{6} - 4\sqrt{3} - 3\sqrt{3} + 2\sqrt{6} \\ &= (6\sqrt{6} + 2\sqrt{6}) - (4\sqrt{3} + 3\sqrt{3}) \\ &= 8\sqrt{6} - 7\sqrt{3} \end{aligned}$$

12. 다음 중에서 옳은 설명을 모두 고른 것은?

모든 무리수 x, y 에 대하여

ㄱ. $x + y$ 는 항상 무리수이다.

ㄴ. $x - y$ 는 항상 무리수이다.

ㄷ. $x \times y$ 는 항상 무리수이다.

ㄹ. $x \div y$ 는 항상 무리수이다.

① ㄱ

② ㄱ, ㄴ

③ ㄱ, ㄴ, ㄷ

④ ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㄹ

⑤ 없다

해설

ㄱ.의 반례 : $x = \sqrt{2}, y = -\sqrt{2}$ 라 하면 $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$

ㄴ.의 반례 : $x = \sqrt{2}, y = \sqrt{2}$ 라 하면 $\sqrt{2} - \sqrt{2} = 0$

ㄷ.의 반례 : $x = \sqrt{2}, y = \sqrt{2}$ 라 하면 $\sqrt{2} \times \sqrt{2} = (\sqrt{2})^2 = 2$

ㄹ.의 반례 : $x = \sqrt{2}, y = \sqrt{2}$ 라 하면 $\sqrt{2} \div \sqrt{2} = 1$

따라서, 옳은 것은 ⑤ 없다.

13. $\sqrt{50-x}$ 가 자연수가 되도록 하는 자연수 x 중 세번째로 작은 값은?

① 1

② 5

③ 9

④ 14

⑤ 25

해설

50 보다 작은 제곱수 중 가장 큰 수부터 차례대로 구하면 49, 36, 25 이고, 이를 만족하는 자연수 x 중 세번째로 작은 값은 $\sqrt{50-x} = 25$ 가 될 때이다.

$$\sqrt{50-x} = \sqrt{25}$$

$$50-x = 25$$

$$\therefore x = 25$$

14. $0 < a < 1$ 일 때, 다음 중 가장 큰 것은?

① a

② a^3

③ $\sqrt{a}$

④ $\frac{1}{a^3}$

⑤ $\frac{1}{\sqrt{a}}$

해설

$a = \frac{1}{2}$ 라고 하면

① $\frac{1}{2}$

② $\frac{1}{8}$

③ $\sqrt{\frac{1}{2}}$

④ 8

⑤ $\sqrt{2}$

15. 유리수 a 와 무리수 b 가 $a > 0, b > 0$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

① $b\sqrt{a}$ 는 항상 무리수이다.

② $\frac{b}{\sqrt{a}}$ 는 항상 유리수이다.

③ $b - a$ 는 항상 무리수이다.

④ ab 는 항상 무리수이다.

⑤ $b - \sqrt{a}$ 는 유리수일 수도 있고, 무리수일 수도 있다.

해설

$a = 2, b = \sqrt{2}$ 라 하면

① $b\sqrt{a} = 2$ 유리수이지만 $a = 1, b = \sqrt{3}$ 일 때는 무리수

② $\frac{b}{\sqrt{a}} = 1$ 유리수이지만 $a = 1, b = \sqrt{3}$ 일 때는 무리수

③ $b - a = \sqrt{2} - 2$ 항상 무리수

④ $ab = 2\sqrt{2}$ 항상 무리수

⑤ $b - \sqrt{a} = 0$ 유리수이지만 $a = 1, b = \sqrt{3}$ 일 때는 무리수
따라서 옳은 것은 ③, ④, ⑤이다.