

1. $\frac{1}{45}, \frac{2}{45}, \frac{3}{45}, \dots, \frac{199}{45}, \frac{200}{45}$ 중에서 유한소수이면서, 정수가 아닌 유리수의 개수는?

① 4개 ② 18개 ③ 22개 ④ 62개 ⑤ 66개

해설

$\frac{n}{45} = \frac{n}{3^2 \times 5}$ 이 유한소수가 되게 하는 n 은 9의 배수이므로 22개, 이때 정수가 되게 하는 n 은 45의 배수로 4개이다.
따라서 $22 - 4 = 18$ 개이다.

2. $\frac{9 \times 6^n}{4}$ 의 약수의 개수가 77 개일 때, 자연수 n 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

주어진 식을 소인수분해하여 간단히 정리하면

$$\begin{aligned}\frac{9 \times 6^n}{4} &= \frac{3^2 \times (2 \times 3)^n}{2^2} \\ &= 2^{-2} \times 2^n \times 3^2 \times 3^n \\ &= 2^{n-2} \times 3^{n+2}\end{aligned}$$

따라서 약수의 개수는

$$(n-2+1)(n+2+1) = (n-1)(n+3) = 77 \text{ 이므로}$$

$$n-1=7, n+3=11$$

$$\therefore n=8$$

3. 분수 $\frac{21}{2^3 \times 5 \times 7 \times a}$ 를 소수로 나타내면 무한소수가 된다. 이때 가장 작은 a 는?

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

$\frac{3}{2^3 \times 5 \times a}$ 가 무한소수가 되기 위해서는 a 가 2 나 5 가 아닌 수를 소인수로 가져야 한다. a 가 3 이 될 경우에는 약분이 된다.

4. $\frac{x}{2 \times 3 \times 5^2}$ 를 소수로 나타내면 유한소수이고, 이 분수를 기약분수로 나타내면 $\frac{4}{y}$ 이다. 이때, $y - x$ 의 값은? (단, x 는 $20 < x < 30$ 인 자연수)
- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$\frac{x}{150} = \frac{x}{2 \times 3 \times 5^2} = \frac{4}{y}$ 에서 유한소수이므로
 x 는 3의 배수이고, 기약분수이므로 8의 배수이다.
3과 8의 공배수인 24의 배수 중에서 20과 30사이의 수는 24이고,
이때, $y = 25$ 이므로 $y - x = 1$ 이다.

5. $x = \frac{2}{3}$ 일 때, $x + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}$ 의 값을 순환소수로 나타내면?

- ① $1.\dot{6}$ ② $1.0\dot{6}$ ③ $1.\dot{0}\dot{6}$ ④ $1.\dot{6}\dot{6}$ ⑤ $1.\dot{6}0\dot{6}$

해설

$$\begin{aligned}x + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}} &= x + \frac{1}{\frac{x+1}{x}} \\&= x + \frac{x}{x+1}\end{aligned}$$

$$x \text{의 값을 대입하면 } \frac{2}{3} + \frac{\frac{2}{3}}{\frac{2}{3} + 1} = \frac{16}{15}$$

따라서 $x = \frac{16}{15} = 1.06666\cdots$ 이므로 순환소수로 나타내면 $1.0\dot{6}$ 이다.

6. 분수 $\frac{2}{7}$ 의 소수 n 번째 자리의 수를 X_n 이라 할 때, $X_1 + X_2 + \cdots + X_{50}$ 의 값은?

① 218 ② 226 ③ 231 ④ 238 ⑤ 239

해설

$\frac{2}{7} = 0.285714285\cdots = 0.\dot{2}8571\dot{4}$ 이므로 순환마디의 숫자 6개
 $50 = 6 \times 8 + 2$ 이므로
 $X_1 + X_2 + \cdots + X_{50} = (2 + 8 + 5 + 7 + 1 + 4) \times 8 + (2 + 8) = 226$

7. 서로 다른 한 자리 자연수 a, b, c, d 에 대하여 기약분수 $\frac{a}{b} = 0.cd\dot{}$ 일

때, a, b, c, d 의 값을 각각 구하여라.(단, $\frac{a}{b}$ 는 유한소수가 아니다.)

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 5$

▷ 정답 : $b = 6$

▷ 정답 : $c = 8$

▷ 정답 : $d = 3$

해설

$0.cd\dot{}$ 를 분수로 고치면 분모가 90 이므로 b 는 90 의 약수 중 한 자리인 2, 3, 5, 6, 9 이다.

그런데 $\frac{a}{b}$ 는 유한소수가 아니므로 2, 5 는 만족하지 않는다.

또한 분모가 3, 9 이면 $0.\dot{x}$ 의 꼴이어야 하므로 만족하지 않는다.

$\therefore b = 6$

$\frac{a}{b} = 0.cd\dot{} < 1$ 이므로 $a < b$

$b = 6$ 일 때, $a = 1, 2, 3, 4, 5$ 이고, a 와 b 는 서로소이어야 하므로 $a = 1, 5$ 이다.

$a = 1$ 일 때, $\frac{a}{b} = \frac{1}{6} = 0.1\dot{6} = 0.cd\dot{}$ 에서 $a = c, b = d$ 이므로 성립하지 않는다.

$a = 5$ 일 때, $\frac{a}{b} = \frac{5}{6} = 0.8\dot{3} = 0.cd\dot{}$ 에서 a, b, c, d 는 모두 다른 수이므로 성립한다.

따라서 $a = 5, b = 6, c = 8, d = 3$ 이다.

8. 다음 식을 만족하는 0 이 아닌 숫자 a, b, c, d, e 의 합을 구하면?

$$0.\overline{abcde} = \frac{abcde - ab}{99900} = \frac{24301}{99900}$$

- ① 9
- ② 16
- ③ 24
- ④ 28
- ⑤ 31

해설

$0.\overline{abcde} = \frac{24301}{99900}$ 이므로 $ab = 24$ 이다.

따라서 $24301 = abcde - 24$

$abcde = 24301 + 24$

$\therefore abcde = 24325$

$\therefore a + b + c + d + e = 16$

9. 11의 배수가 아닌 자연수 n 에 대하여 $f(n)$ 을 $\frac{n}{11}$ 을 소수로 나타낼 때, 순환마디에 있는 각 자리의 숫자를 더한 값으로 정의하자.
 이때 $\frac{f(1)}{f(2)} + \frac{f(2)}{f(3)} + \frac{f(3)}{f(4)} + \cdots + \frac{f(9)}{f(10)} + \frac{f(12)}{f(13)} + \cdots + \frac{f(97)}{f(98)}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 81

해설

$$\frac{1}{11} = 0.090909 \cdots = 0.\dot{0}9, \quad f(1) = 9$$

$$\frac{2}{11} = 0.181818 \cdots = 0.\dot{1}8, \quad f(2) = 9$$

$$\frac{3}{11} = 0.272727 \cdots = 0.\dot{2}7, \quad f(3) = 9 \text{ 이므로}$$

n 의 값에 관계없이 $f(n) = 9$

$$\frac{f(1)}{f(2)} + \frac{f(2)}{f(3)} + \frac{f(3)}{f(4)} + \cdots + \frac{f(9)}{f(10)} + \frac{f(12)}{f(13)} + \cdots + \frac{f(97)}{f(98)} \text{ 은}$$

분모가 $f(2)$ 부터 $f(98)$ 중에서

$f(11), f(12), f(22), f(23), f(33), f(34), \cdots, f(88), f(89)$ 의 총

$2 \times 8 = 16$ (개)가 빠졌으므로

$$1 \times (97 - 16) = 81$$

10. $x = 100.9\bar{9}$ 일 때, $x \times \frac{10^3 - 1}{101}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 999

해설

$$x = \frac{10099 - 100}{99} = \frac{9999}{99} = 101$$

$$x \times \left(\frac{10^3 - 1}{101} \right) = 101 \times \frac{999}{101} = 999$$

11. $1.4\bar{2}$ 에 어떤 기약분수 A 를 곱하였더니 $4.8\bar{8}$ 이 되었다. A 의 값을 분수로 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{55}{16}$

해설

$$1.4\bar{2} \times A = 4.8\bar{8} ,$$

$$A = \frac{484}{99} \times \frac{90}{128} = \frac{55}{16}$$

12. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ㉠ 무한소수는 유리수이다.

㉡ 모든 정수는 순환소수로 나타낼 수 없다.

㉢ 무한소수 중에서 순환하지 않는 소수는 무리수이다.

㉤ 유한소수가 아닌 소수는 순환소수이다.

㉥ 유한소수로 나타낼 수 없는 분수는 순환소수로 나타낼 수 있다.

㉦ 기약분수를 소수로 고치면 모두 유한소수가 된다.

- ① ㉠, ㉡, ㉢

② ㉡, ㉢, ㉥

③ ㉢, ㉥

④ ㉢, ㉥, ㉦

⑤ ㉠, ㉢, ㉥, ㉦

해설

㉠ 무한소수중 순환소수는 유리수이고, 순환하지 않는 무한소수는 무리수이다.

㉡ $1 = \frac{9}{9} = 0.\dot{9}$ 이므로 정수를 순환소수로 나타낼 수 있다.

㉢ 소수에는 유한소수와 무한소수가 있고, 무한소수에 순환소수와 순환하지 않는 무한소수가 있다.

㉥ 기약분수를 소수로 고치면, 유한소수나 순환소수가 된다.

13. 다음 마방진의 가로, 세로, 대각선의 곱이 모두 같아지도록 $3^2, 3^3, 3^4, 3^5, 3^6, 3^8, 3^9$ 을 빈 칸에 채워 넣었을 때, $(B - D) \times (C - A)$ 의 값을 구하여라.

A	3^7	
B		3
	C	D

▶ 답 :

▷ 정답 : 236196

해설

2	7	6	$\frac{A}{(3^2)}$	3^7	3^6
9	5	1	$\frac{B}{(3^9)}$	3^5	3
4	3	8	3^4	$\frac{C}{(3^3)}$	$\frac{D}{(3^8)}$

밑이 같은 거듭제곱의 곱은 지수끼리의 합과 같으므로 지수만으로 가로, 세로, 대각선의 합이 모두 같은 마방진을 먼저 만든다.

(왼쪽 마방진)

밑을 3으로 하고 지수를 왼쪽 마방진의 수를 그대로 사용하면 오른쪽과 같이 가로, 세로, 대각선의 곱이 모두 3^{15} 가 되는 표가 완성된다.

따라서 $A(3^2), B(3^9), C(3^3), D(3^8)$ 이다.

$$\begin{aligned} \therefore (B - D) \times (C - A) &= (3^9 - 3^8) \times (3^3 - 3^2) \\ &= (3 \times 3^8 - 3^8) \times (3 \times 3^2 - 3^2) \\ &= (2 \times 3^8) \times (2 \times 3^2) \\ &= 4 \times 3^{10} \\ &= 236196 \end{aligned}$$

14. $3^x \times 27 = 81^3$ 을 만족하는 x 의 값은?

① 3

② 4

③ 6

④ 9

⑤ 12

해설

$$(\text{좌변}) = 3^x \times 27 = 3^x \times 3^3 = 3^{x+3}$$

$$(\text{우변}) = 81^3 = (3^4)^3 = 3^{12}$$

$$3^{x+3} = 3^{12} \text{ 에서 } x+3=12 \quad \therefore x=9$$

15. n 이 자연수일 때, 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠ $(-1)^n + (-1)^{n+1} = 0$
- ㉡ $(-1)^n - (-1)^{n+1} = 1$ (단, n 은 짝수)
- ㉢ $(-1)^n \times (-1)^{n+1} = -1$
- ㉣ $(-1)^n \div (-1)^{n+1} = 1$

- ① ㉠ ② ㉠, ㉢ ③ ㉡, ㉢ ④ ㉡, ㉣ ⑤ ㉢, ㉣

해설

㉠ 모든 자연수에 대하여 $(-1)^n + (-1)^{n+1} = 0$ 이다.
㉡ $1 - (-1) = 1 + 1 = 2$
㉢ $(-1)^{n+n+1} = (-1)^{2n+1} = -1$
㉣ n 이 홀수일 때, $(-1) \div 1 = -1$ 이고, n 이 짝수일 때, $1 \div (-1) = -1$ 이므로 -1 이다.
이므로 옳은 것은 ㉠, ㉢이 답이다.

16. 자연수 m, n 에 대하여 $(-4)^9 \div (-2)^{n+1} = -(-2)^{m-7} \div (-8)$ 을 만족하는 m, n 에 대하여 $m + n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 27

해설

$$\begin{aligned} & (-4)^9 \div (-2)^{n+1} = -(-2)^{m-7} \div (-8) \\ & \{(-1) \times 2^2\}^9 \div (-2)^{n+1} \\ & = (-1) \times (-2)^{m-7} \div (-1) \times 2^3 \\ & \frac{(-1) \times 2^{18}}{(-2)^{n+1}} = \frac{(-1) \times (-2)^{m-7}}{(-1) \times 2^3} \\ & \text{즉,} \\ & (-1) \times 2^{18} \times (-1) \times 2^3 = (-1) \times (-2)^{m-7} \times (-2)^{n+1} \\ & (-1) \times 2^{21} = (-2)^{m-7+n+1} \\ & (-2)^{21} = (-2)^{m-7+n+1} \\ & \text{따라서 } 21 = m - 7 + n + 1 \text{ 이므로 } m + n = 27 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

17. $(a^3)^x \div (a^2)^3 \div (a^x)^2 = \frac{1}{a}$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$a^{3x} \div a^6 \div a^{2x} = a^{-1}$$

$$3x - 6 - 2x = -1$$

$$\therefore x = 5$$

18. $2^3 = x$ 일 때, 32^6 을 x 의 거듭제곱으로 바르게 나타낸 것은?

① x^2

② x^4

③ x^6

④ x^8

⑤ x^{10}

해설

$$32^6 = (2^5)^6 = 2^{30} = (2^3)^{10} = x^{10}$$

19. $3^{3^{(3)^4}}$ 의 일의 자리의 숫자를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

3의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자는 3, 9, 7, 1이 계속 반복된다.

$3^{3^{(3)^4}} = 3^{3^{81}}$ 에서 3^{81} 의 일의 자리의 숫자는 $81 = 4 \times 20 + 1$ 이므로 3이다.

$x = 3^{81}$ 일 때, 3^x 의 일의 자리의 숫자는 3^3 의 일의 자리의 숫자와 같으므로 $3^{3^{(3)^4}} = 3^{3^{81}}$ 의 일의 자리의 숫자는 $3 = 4 \times 0 + 3$ 이므로 7이다.

20. $3^m(3^n + 1) = 2430$ 을 만족하는 양의 정수 m, n 에 대하여 $m \times n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$2430 = 243 \times 10 = 3^5 \times (3^2 + 1)$$

$$m = 5, n = 2$$

$$\therefore m \times n = 10$$

21. $(-3x^2y)^2 \div \frac{3x^2y^4}{2y^2} - 2x^3y^2 \times \frac{1}{xy^2}$ 의 값은?

① $3xy^3$

② $-3x^3y$

③ $-4x^2$

④ $4x^2$

⑤ $4x^2y$

해설

$$\begin{aligned} & (-3x^2y)^2 \div \frac{3x^2y^4}{2y^2} - 2x^3y^2 \times \frac{1}{xy^2} \\ &= 9x^4y^2 \times \frac{2y^2}{3x^2y^4} - 2x^3y^2 \times \frac{1}{xy^2} \\ &= 6x^2 - 2x^2 = 4x^2 \end{aligned}$$

22. 밑면의 반지름의 길이가 r 이고, 높이가 h 인 원뿔이 있다. 이 원뿔의 밑면의 반지름은 10% 늘리고, 높이는 10% 줄이면 부피는 원래 부피보다 몇 % 변화하는지 구하여라.

▶ 답 : %

▷ 정답 : 8.9 %

해설

(처음 원뿔의 부피) $= \frac{1}{3} \times \pi r^2 \times h = \frac{1}{3} \pi r^2 h$
(변화된 원뿔의 부피)
 $= \frac{1}{3} \times \pi \left(\frac{110}{100} \times r \right)^2 \times \left(\frac{90}{100} \times h \right)$
 $= \frac{1}{3} \times \frac{11^2}{10^2} \times \frac{9}{10} \times \pi r^2 h$
 $= \frac{1089}{1000} \times \left(\frac{1}{3} \pi r^2 h \right)$
변화된 원뿔의 부피는 처음 원뿔의 부피의 $\frac{1089}{1000}$ 배이므로 변화된 부피는
 $\left(\frac{1089}{1000} - 1 \right) \times 100 = 8.9(\%)$ 이다.

23. $(5x - y + 6) - (\quad) = -2x + y - 2$ 에서 () 안에 알맞은 식은?

① $-7x - 2y - 8$ ② $-7x - 2y + 8$ ③ $7x + 4$

④ $7x - 2y + 8$ ⑤ $7x + 8$

해설

$$(5x - y + 6) - (-2x + y - 2) = (\quad) \text{ 이므로}$$

$$(\quad) = 5x - y + 6 + 2x - y + 2 \\ = 7x - 2y + 8$$

24. 두 다항식 A, B 에 대하여 $A * B = A - 2B$ 라 정의 하자. $A = x^2 - 4x + 2$, $B = x^2 + 3x - 5$ 에 대하여 $(A * B) * B$ 를 간단히 하면?

① $-3x^2 - 16x - 22$

② $-3x^2 - 16x + 22$

③ $2x^2 - 14x + 21$

④ $2x^2 - 15x + 22$

⑤ $3x^2 + 14x + 22$

해설

$$\begin{aligned}(A * B) * B &= (A - 2B) - 2B = A - 4B \text{ 이므로} \\(x^2 - 4x + 2) - 4(x^2 + 3x - 5) \\&= x^2 - 4x + 2 - 4x^2 - 12x + 20 \\&= -3x^2 - 16x + 22\end{aligned}$$

25. $x = 2$, $y = -1$ 일 때, 다음 식의 값을 구하여라.

$2x - [7y - 2x - \{2x - (x - 3y)\}]$

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$2x - [7y - 2x - \{2x - (x - 3y)\}]$ 을 정리하면
 $2x - \{7y - 2x - (x + 3y)\}$
 $= 2x - (-3x + 4y)$
 $= 5x - 4y$
 $5x - 4y = 5 \times 2 - 4 \times (-1) = 14$

26. 다음 계산 중 옳은 것을 모두 고르면?

① $-(a-5b) = a+5b$

② $-x(-3x+y) = 3x^2-xy$

③ $2x(3x-6) = 6x^2-6x$

④ $3x(2x-3y)-2y(x+y) = 6x^2-11xy-2y^2$

⑤ $-x(x-y+2)+3y(2x+y+4) = -x^2+7xy-2x+3y^2+12y$

해설

① $-(a-5b) = -a+5b$

③ $2x(3x-6) = 6x^2-12x$

27. $\left(x^2 - 4 + \frac{4}{x^2}\right)\left(x + \frac{3}{x} + 1\right)$ 을 전개한 식에서 $\frac{1}{x}$ 의 계수와 x 의 계수의 곱은?

- ① $-\frac{1}{8}$ ② $-\frac{1}{4}$ ③ 2 ④ 4 ⑤ 8

해설

$$\frac{1}{x} \text{의 항} : -4 \times \frac{3}{x} + \frac{4}{x^2} \times x = -\frac{12}{x} + \frac{4}{x} = -\frac{8}{x}$$

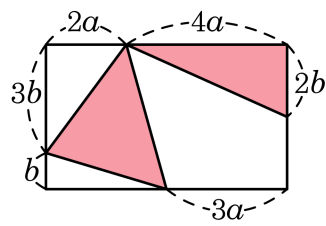
$$\frac{1}{x} \text{의 계수} : -8$$

$$x \text{의 항} : x^2 \times \frac{3}{x} - 4x = 3x - 4x = -x$$

$$x \text{의 계수} : -1$$

$$\therefore (-8) \times (-1) = 8$$

28. 다음 그림의 직사각형에서 어두운 부분의 넓이를 a, b 에 관한 식으로 나타내면?



- ① $6ab$ ② $8ab$ ③ $\frac{17}{2}ab$ ④ $\frac{19}{2}ab$ ⑤ $\frac{25}{2}ab$

해설

$$\frac{(2a + 3a) \times 4b}{2} - \left(3ab + \frac{3ab}{2} \right) = \frac{11}{2}ab,$$
$$\frac{4a \times 2b}{2} = 4ab \text{ 이므로 } \frac{11}{2}ab + 4ab = \frac{19}{2}ab \text{ 이다.}$$

29. $a = 5$, $b = -\frac{1}{2}$ 일 때, $\frac{a^2 + 2ab}{a} - \frac{4b^2 - ab}{b}$ 의 값은?

① $-\frac{1}{2}$

② 3

③ $\frac{9}{2}$

④ 5

⑤ 11

해설

$$\begin{aligned} & \frac{a^2 + 2ab}{a} - \frac{4b^2 - ab}{b} \\ &= a + 2b - (4b - a) \\ &= 2a - 2b = 2 \times 5 - 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) \\ &= 10 + 1 = 11 \end{aligned}$$

30. $A = (24a^4b^5 - 12a^5b^4) \div (-2a^2b)^2$, $B = (8a^3b^4 - 4a^2b^2) \div (-ab)^2$ 일 때, $A - (B + 3C) = ab^2 + 1$ 을 만족하는 식 C 를 구하면?
- ① $C = b^3 - 2ab^2 - 1$ ② $C = b^3 - 4ab^2 - 2$
③ $C = 2b^3 - ab^2 - 1$ ④ $C = 2b^3 - 4ab^2 + 1$
⑤ $C = b^3 - ab^2 - 4$

해설

주어진 식 A, B 를 정리하면
 $A = 6b^3 - 3ab^2$, $B = 8ab^2 - 4$
 $A - (B + 3C) = ab^2 + 1$ 에서
 $A - B - 3C = ab^2 + 1$ 이고,
 $3C = A - B - ab^2 - 1$
 $3C = 6b^3 - 3ab^2 - 8ab^2 + 4 - ab^2 - 1$
 $= 6b^3 - 12ab^2 + 3$
양변을 3 으로 나누면
 $C = 2b^3 - 4ab^2 + 1$

31. 다음 비례식을 y 에 관하여 풀어라.

$(3x - 5y) : 7 = (x - y) : 2$

▶ 답 :

▷ 정답 : $y = -\frac{1}{3}x$

해설

$$\begin{aligned}7(x - y) &= 2(3x - 5y) \\7x - 7y &= 6x - 10y, \quad 3y = -x \\ \therefore y &= -\frac{1}{3}x\end{aligned}$$

32. $2x - y = 1$ 일 때, 식 $3x^2 + xy - 2$ 를 x 에 관한 식으로 나타내면 $ax^2 + bx + c$ 라 한다. 이때, a, b, c 의 값을 차례로 나열하면?

① $a = 3, b = 1, c = -1$

② $a = 3, b = 2, c = -1$

③ $a = 3, b = -1, c = -2$

④ $a = 5, b = 1, c = -1$

⑤ $a = 5, b = -1, c = -2$

해설

$2x - y = 1$ 을 y 로 정리하면 $y = 2x - 1$ 이다.

이것을 $3x^2 + xy - 2$ 에 대입하면

$$3x^2 + xy - 2 = 3x^2 + x(2x - 1) - 2 = 5x^2 - x - 2$$

$$\therefore a = 5, b = -1, c = -2$$

33. $\frac{2}{x} = \frac{1}{y}$ 일 때, $(10xy - 15y^2) \div 5y^2$ 의 값은?

① -5

② -3

③ -2

④ 1

⑤ 5

해설

$$(10xy - 15y^2) \div 5y^2 = \frac{2x}{y} - 3$$

$\frac{2}{x} = \frac{1}{y}$ 은 $x = 2y$ 이므로 $\frac{4y}{y} - 3 = 1$ 이다.