

1.  $a = \sqrt{5}$ ,  $b = \sqrt{7}$  일 때,  $\frac{10b}{a} + \frac{14a}{b} = m\sqrt{n}$  이다.  $m+n$ 의 값을  
바르게 구한 것은? (단,  $\sqrt{n}$ 은 무리수이다.)

- ① 25      ② 29      ③ 35      ④ 39      ⑤ 45

해설

$$\begin{aligned}\frac{10b}{a} + \frac{14a}{b} &= \frac{10\sqrt{7}}{\sqrt{5}} + \frac{14\sqrt{5}}{\sqrt{7}} \\ &= \frac{10\sqrt{35}}{5} + \frac{14\sqrt{35}}{7} \\ &= 2\sqrt{35} + 2\sqrt{35} = 4\sqrt{35} \\ m &= 4, n = 35 \text{ 이므로 } m+n = 39\end{aligned}$$

2.  $f(x) = \sqrt{x+1} - \sqrt{x}$ 이고,  $S(x) = f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(x)$ 이라고 한다. 100 이하의 자연수  $n$ 에 대하여  $S(n)$ 의 값이 자연수가 되는  $n$ 을 모두 고르면?

- ① 8      ② 15      ③ 35      ④ 50      ⑤ 99

해설

$$S(n) = (\sqrt{2} - 1) + (\sqrt{3} - \sqrt{2}) + (\sqrt{4} - \sqrt{3}) + \dots +$$

$$(\sqrt{n+1} - \sqrt{n}) = \sqrt{n+1} - 1$$

①  $n = 8$ 일 때,  $S(n) = 3 - 1 = 2$

②  $n = 15$ 일 때,  $S(n) = 4 - 1 = 3$

③  $n = 35$ 일 때,  $S(n) = 6 - 1 = 5$

④  $n = 50$ 일 때,  $S(n) = \sqrt{51} - 1$

⑤  $n = 99$ 일 때,  $S(n) = 10 - 1 = 9$

따라서 ①, ②, ③, ⑤가 답이다.

3. 다음 중에서 옳은 설명을 모두 고른 것은?

모든 무리수  $x, y$  에 대하여  
ㄱ.  $x+y$  는 항상 무리수이다.  
ㄴ.  $x-y$  는 항상 무리수이다.  
ㄷ.  $x \times y$  는 항상 무리수이다.  
ㄹ.  $x \div y$  는 항상 무리수이다.

- ① ㄱ                      ② ㄱ, ㄴ                      ③ ㄱ, ㄴ, ㄷ  
④ ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㄹ        ⑤ **없다**

**해설**

ㄱ.의 반례 :  $x = \sqrt{2}, y = -\sqrt{2}$  라 하면  $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$   
ㄴ.의 반례 :  $x = \sqrt{2}, y = \sqrt{2}$  라 하면  $\sqrt{2} - \sqrt{2} = 0$   
ㄷ.의 반례 :  $x = \sqrt{2}, y = \sqrt{2}$  라 하면  $\sqrt{2} \times \sqrt{2} = (\sqrt{2})^2 = 2$   
ㄹ.의 반례 :  $x = \sqrt{2}, y = \sqrt{2}$  라 하면  $\sqrt{2} \div \sqrt{2} = 1$   
따라서, 옳은 것은 ⑤ 없다.

4.  $-1 < x < 0$  일 때, 다음 중 그 값이 가장 큰 것은?

- ①  $-x^2$     ②  $-x$     ③  $\frac{1}{\sqrt{x}}$     ④  $-\frac{1}{x}$     ⑤  $-\frac{1}{\sqrt{x}}$

해설

$-\frac{1}{x}$  이 양수이고 1 보다 크므로 ④이 답이다.

5. 다음 중 가장 큰 수를  $a$  라 할 때, 어떤 정수  $b$  에 대해서  $b - a$  의 절댓값이 0 과 1 사이이다. 정수  $b$  가 될 수 있는 것의 합을 구하여라.

보기

$$\sqrt{2}, \sqrt{3}, \frac{1}{2}, \sqrt{\frac{4}{5}}$$

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$\frac{1}{2} = \sqrt{\frac{1}{4}}$  이고,  $\frac{1}{4} < \frac{4}{5} < 2 < 3$  이므로 가장 큰 수는  $\sqrt{3}$  이다.  
그런데  $1^2 < 3 < 2^2 = 4$  이므로  $1 < \sqrt{3} < 2$  가 성립한다.  
따라서  $b$  가 될 수 있는 것은 1, 2 이므로 이를 합하면 3 이다.

6. 다음 중 옳은 것을 골라라.

보기

- ㉠  $y = x - \sqrt{3}$  을 만족하는 유리수  $x, y$  가 적어도 한 쌍은 존재한다.
- ㉡  $y = x + \sqrt{2}$  일 때,  $x + y$  의 값은 항상 무리수이다.
- ㉢ 임의의 무리수  $x$  에 대하여  $xy = 1$  이면  $y$  도 항상 무리수이다.
- ㉣ 직선  $y = \sqrt{3}x$  를 지나는 점의  $x$  좌표와  $y$  좌표는 모두 항상 무리수이다.
- ㉤  $x + y, x - y$  가 모두 무리수이면,  $x, y$  도 항상 무리수이다.

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

해설

㉠ (유리수)  $\pm$  (유리수) = (유리수) 이므로 두 유리수  $x, y$  에 대하여  $x - y \neq \sqrt{3} \therefore y \neq x - \sqrt{3}$

㉡  $x = -\frac{\sqrt{2}}{2}, y = \frac{\sqrt{2}}{2}$  이면  $x + y = 0$  : 유리수

㉢ 임의의 무리수  $x$  에 대해  $y = \frac{1}{x}$  이므로  $y$  는 항상 무리수이다.

㉣  $y = \sqrt{3}x$  은  $(0, 0)$  을 지나므로  $x = 0, y = 0$  : 유리수

㉤  $x = 1, y = \sqrt{3}$  이면  $x + y = 1 + \sqrt{3}$  으로 무리수,  $x - y = 1 - \sqrt{3}$  으로 무리수, 하지만  $x$  는 유리수

7. 자연수  $x$ 에 대하여  $1 < x < 50$  일 때,  $\sqrt{20x}$ 가 자연수가 되도록 하는 모든  $x$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답:  $x = 5$

▷ 정답:  $x = 20$

▷ 정답:  $x = 45$

해설

$20x = 2^2 \times 5 \times x$  이므로

$x = 5, 2^2 \times 5, 3^2 \times 5, 2^4 \times 5 \dots$

$1 < x < 50$ 이므로,  $x = 5, 2^2 \times 5, 3^2 \times 5$  이다.

8.  $\sqrt{(3-2\sqrt{2})^2} - \sqrt{(2\sqrt{2}-3)^2}$  을 간단히 하면?

①  $6 - 4\sqrt{2}$

②  $-4\sqrt{2}$

③ 6

④ 0

⑤  $-6 + 4\sqrt{2}$

해설

$3 > 2\sqrt{2}$  이므로

$$\begin{aligned} & \sqrt{(3-2\sqrt{2})^2} - \sqrt{(2\sqrt{2}-3)^2} \\ &= |3-2\sqrt{2}| - |2\sqrt{2}-3| \\ &= 3-2\sqrt{2} + 2\sqrt{2}-3 \\ &= 0 \end{aligned}$$

9.  $4\sqrt{2} - \frac{23}{2}\sqrt{6} - \sqrt{2} + \frac{11}{2}\sqrt{6} = A\sqrt{2} + B\sqrt{6}$  이 성립할 때,  $A - B$  의 값은? (단,  $A, B$  는 유리수이다.)

- ① 9      ② -9      ③ 3      ④ -3      ⑤ 0

해설

$$\begin{aligned} & 4\sqrt{2} - \frac{23}{2}\sqrt{6} - \sqrt{2} + \frac{11}{2}\sqrt{6} \\ &= (4-1)\sqrt{2} + \frac{-23+11}{2}\sqrt{6} \\ &= 3\sqrt{2} - 6\sqrt{6} \\ & A = 3, B = -6 \text{ 이므로 } A - B = 9 \end{aligned}$$

10.  $-1 < x < 0$  일 때, 다음 보기 중 그 값이 가장 큰 것을 구하여라.

보기

㉠  $-x^2$

㉡  $x$

㉢  $\sqrt{x}$

㉣  $-\frac{1}{x}$

㉤  $-\frac{1}{\sqrt{x}}$

▶ 답:

▷ 정답: ㉣

해설

$-\frac{1}{x}$  이 양수이고 1 보다 크므로 답이다.