

1. $a = \sqrt{5}$, $b = \sqrt{7}$ 일 때, $\frac{10b}{a} + \frac{14a}{b} = m\sqrt{n}$ 이다. $m + n$ 의 값을
바르게 구한 것은? (단, $\sqrt{n}$ 은 무리수이다.)

① 25

② 29

③ 35

④ 39

⑤ 45

해설

$$\begin{aligned}\frac{10b}{a} + \frac{14a}{b} &= \frac{10\sqrt{7}}{\sqrt{5}} + \frac{14\sqrt{5}}{\sqrt{7}} \\ &= \frac{10\sqrt{35}}{5} + \frac{14\sqrt{35}}{7} \\ &= 2\sqrt{35} + 2\sqrt{35} = 4\sqrt{35}\end{aligned}$$

$m = 4$, $n = 35$ 이므로 $m + n = 39$

2. $f(x) = \sqrt{x+1} - \sqrt{x}$ 이고, $S(x) = f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(x)$ 이라고 한다. 100 이하의 자연수 n 에 대하여 $S(n)$ 의 값이 자연수가 되는 n 을 모두 고르면?

① 8

② 15

③ 35

④ 50

⑤ 99

해설

$$S(n) = (\sqrt{2} - 1) + (\sqrt{3} - \sqrt{2}) + (\sqrt{4} - \sqrt{3}) + \dots +$$

$$(\sqrt{n+1} - \sqrt{n}) = \sqrt{n+1} - 1$$

① $n = 8$ 일 때, $S(n) = 3 - 1 = 2$

② $n = 15$ 일 때, $S(n) = 4 - 1 = 3$

③ $n = 35$ 일 때, $S(n) = 6 - 1 = 5$

④ $n = 50$ 일 때, $S(n) = \sqrt{51} - 1$

⑤ $n = 99$ 일 때, $S(n) = 10 - 1 = 9$

따라서 ①, ②, ③, ⑤가 답이다.

3. 다음 중에서 옳은 설명을 모두 고른 것은?

모든 무리수 x, y 에 대하여

ㄱ. $x + y$ 는 항상 무리수이다.

ㄴ. $x - y$ 는 항상 무리수이다.

ㄷ. $x \times y$ 는 항상 무리수이다.

ㄹ. $x \div y$ 는 항상 무리수이다.

① ㄱ

② ㄱ, ㄴ

③ ㄱ, ㄴ, ㄷ

④ ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㄹ

⑤ 없다

해설

ㄱ.의 반례 : $x = \sqrt{2}, y = -\sqrt{2}$ 라 하면 $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$

ㄴ.의 반례 : $x = \sqrt{2}, y = \sqrt{2}$ 라 하면 $\sqrt{2} - \sqrt{2} = 0$

ㄷ.의 반례 : $x = \sqrt{2}, y = \sqrt{2}$ 라 하면 $\sqrt{2} \times \sqrt{2} = (\sqrt{2})^2 = 2$

ㄹ.의 반례 : $x = \sqrt{2}, y = \sqrt{2}$ 라 하면 $\sqrt{2} \div \sqrt{2} = 1$

따라서, 옳은 것은 ⑤ 없다.

4. $-1 < x < 0$ 일 때, 다음 중 그 값이 가장 큰 것은?

- ① $-x^2$ ② $-x$ ③ $\frac{1}{\sqrt{x}}$ ④ $-\frac{1}{x}$ ⑤ $-\frac{1}{\sqrt{x}}$

해설

$-\frac{1}{x}$ 이 양수이고 1 보다 크므로 ④이 답이다.

5. 다음 중 가장 큰 수를 a 라 할 때, 어떤 정수 b 에 대해서 $b - a$ 의 절댓값이 0 과 1 사이이다. 정수 b 가 될 수 있는 것의 합을 구하여라.

보기

$$\sqrt{2}, \sqrt{3}, \frac{1}{2}, \sqrt{\frac{4}{5}}$$

▶ 답 :

▶ 정답 : 3

해설

$\frac{1}{2} = \sqrt{\frac{1}{4}}$ 이고, $\frac{1}{4} < \frac{4}{5} < 2 < 3$ 이므로 가장 큰 수는 $\sqrt{3}$ 이다.

그런데 $1^2 < 3 < 2^2 = 4$ 이므로 $1 < \sqrt{3} < 2$ 가 성립한다.

따라서 b 가 될 수 있는 것은 1, 2 이므로 이를 합하면 3 이다.

6. 다음 중 옳은 것을 골라라.

보기

- ㉠ $y = x - \sqrt{3}$ 을 만족하는 유리수 x, y 가 적어도 한 쌍은 존재한다.
- ㉡ $y = x + \sqrt{2}$ 일 때, $x + y$ 의 값은 항상 무리수이다.
- ㉢ 임의의 무리수 x 에 대하여 $xy = 1$ 이면 y 도 항상 무리수이다.
- ㉣ 직선 $y = \sqrt{3}x$ 를 지나는 점의 x 좌표와 y 좌표는 모두 항상 무리수이다.
- ㉤ $x + y, x - y$ 가 모두 무리수이면, x, y 도 항상 무리수이다.

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉢

해설

㉠ (유리수) $\pm$ (유리수) = (유리수) 이므로 두 유리수 x, y 에 대하여 $x - y \neq \sqrt{3} \therefore y \neq x - \sqrt{3}$

㉡ $x = -\frac{\sqrt{2}}{2}, y = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 이면 $x + y = 0$: 유리수

㉢ 임의의 무리수 x 에 대해 $y = \frac{1}{x}$ 이므로 y 는 항상 무리수이다.

㉣ $y = \sqrt{3}x$ 은 $(0, 0)$ 을 지나므로 $x = 0, y = 0$: 유리수

㉤ $x = 1, y = \sqrt{3}$ 이면 $x + y = 1 + \sqrt{3}$ 으로 무리수, $x - y = 1 - \sqrt{3}$ 으로 무리수, 하지만 x 는 유리수

7. 자연수 x 에 대하여 $1 < x < 50$ 일 때, $\sqrt{20x}$ 가 자연수가 되도록 하는 모든 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 5$

▷ 정답 : $x = 20$

▷ 정답 : $x = 45$

해설

$20x = 2^2 \times 5 \times x$ 이므로

$x = 5, 2^2 \times 5, 3^2 \times 5, 2^4 \times 5 \dots$

$1 < x < 50$ 이므로, $x = 5, 2^2 \times 5, 3^2 \times 5$ 이다.

8. $\sqrt{(3-2\sqrt{2})^2} - \sqrt{(2\sqrt{2}-3)^2}$ 을 간단히 하면?

① $6 - 4\sqrt{2}$

② $-4\sqrt{2}$

③ 6

④ 0

⑤ $-6 + 4\sqrt{2}$

해설

$3 > 2\sqrt{2}$ 이므로

$$\begin{aligned} & \sqrt{(3-2\sqrt{2})^2} - \sqrt{(2\sqrt{2}-3)^2} \\ &= |3-2\sqrt{2}| - |2\sqrt{2}-3| \\ &= 3-2\sqrt{2} + 2\sqrt{2}-3 \\ &= 0 \end{aligned}$$

9. $4\sqrt{2} - \frac{23}{2}\sqrt{6} - \sqrt{2} + \frac{11}{2}\sqrt{6} = A\sqrt{2} + B\sqrt{6}$ 이 성립할 때, $A - B$ 의 값은? (단, A, B 는 유리수이다.)

① 9

② -9

③ 3

④ -3

⑤ 0

해설

$$4\sqrt{2} - \frac{23}{2}\sqrt{6} - \sqrt{2} + \frac{11}{2}\sqrt{6}$$

$$= (4 - 1)\sqrt{2} + \frac{-23 + 11}{2}\sqrt{6}$$

$$= 3\sqrt{2} - 6\sqrt{6}$$

$$A = 3, B = -6 \text{ 이므로 } A - B = 9$$

10. $-1 < x < 0$ 일 때, 다음 보기 중 그 값이 가장 큰 것을 구하여라.

보기

㉠ $-x^2$

㉡ x

㉢ $\sqrt{x}$

㉤ $-\frac{1}{x}$

㉥ $-\frac{1}{\sqrt{x}}$

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉤

해설

$-\frac{1}{x}$ 이 양수이고 1 보다 크므로 답이다.