

1. $\sqrt{3} = a$, $\sqrt{5} = b$ 일 때, $\sqrt{0.008} + \sqrt{300}$ 을 a , b 를 이용하여 나타내면?

① $5a + \frac{1}{10}b$

② $5a + \frac{1}{20}b$

③ $10a + \frac{1}{15}b$

④ $10a + \frac{1}{25}b$

⑤ $15a + \frac{1}{20}b$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{0.008} &= \sqrt{\frac{80}{10000}} = \frac{\sqrt{80}}{100} \\ &= \frac{\sqrt{2^4 \times 5}}{100} = \frac{4\sqrt{5}}{100} = \frac{1}{25}b\end{aligned}$$

$$\sqrt{300} = \sqrt{3 \times 100} = 10\sqrt{3} = 10a$$

$$\therefore \sqrt{0.008} + \sqrt{300} = 10a + \frac{1}{25}b$$

2. $\sqrt{2} = a$, $\sqrt{6} = b$ 일 때, $\sqrt{0.96} + \sqrt{200}$ 을 a , b 를 이용하여 나타내면?

① $5a + \frac{1}{10}b$

② $5a + \frac{1}{20}b$

③ $10a + \frac{2}{5}b$

④ $10a + \frac{1}{25}b$

⑤ $15a + \frac{1}{20}b$

해설

$$\sqrt{0.96} = \sqrt{\frac{96}{100}} = \frac{\sqrt{2^4 \times 6}}{10} = \frac{4\sqrt{6}}{10} = \frac{2}{5}b$$

$$\sqrt{200} = \sqrt{2 \times 100} = 10\sqrt{2} = 10a$$

$$\therefore \sqrt{0.96} + \sqrt{200} = 10a + \frac{2}{5}b$$

3. $a = \sqrt{3}, b = \sqrt{5}$ 라 할 때, $\sqrt{675}$ 를 a, b 를 써서 나타내어라.

▶ 답:

▷ 정답: a^3b^2

해설

$$\sqrt{675} = \sqrt{27 \times 25} = \sqrt{3^3} \sqrt{5^2} = a^3b^2$$

4. $\sqrt{n^2 + 77} = m$ 이 되도록 자연수 m, n 의 값을 정하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $m = 39, n = 38$ 또는 $m = 9, n = 2$

해설

양변을 제곱하면 $n^2 + 77 = m^2$ 이므로

$$m^2 - n^2 = (m - n)(m + n) = 77$$

따라서 $(m + n, m - n) = (77, 1)$ 또는 $(11, 7)$ ($\because m, n$ 은 자연수이므로 $m + n > m - n$)

따라서 $m = 39, n = 38$ 또는 $m = 9, n = 2$ 이다.

5. 두 자리 자연수 m 에 대하여, $\sqrt{18(m+1)}$ 이 자연수가 되도록 하는 m 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 265

해설

$$10 \leq m < 100, \sqrt{2(m+1)} \rightarrow \text{자연수}$$

$$m+1 = 2k^2$$

$$11 \leq 2k^2 < 101$$

$$5.5 \leq k^2 < 50.5$$

$$k^2 = 9, 16, 25, 36, 49$$

$$m = 2 \times 9 - 1 = 17, m = 2 \times 16 - 1 = 31, m = 2 \times 25 - 1 = 49$$

$$, m = 2 \times 36 - 1 = 71, m = 2 \times 49 - 1 = 97$$

따라서 m 값의 합은 $17 + 31 + 49 + 71 + 97 = 265$ 이다.

6. $2x - y = 3$ 일 때, $\sqrt{2x + y}$ 가 자연수가 되게 만드는 가장 작은 두 자리 자연수 x 는?

① 10

② 13

③ 16

④ 19

⑤ 22

해설

$$2x - y = 3 \Rightarrow y = 2x - 3$$

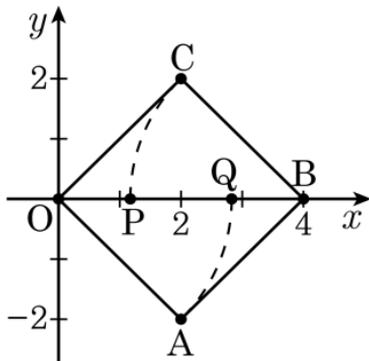
$$\sqrt{2x + y} = \sqrt{2x + 2x - 3} = \sqrt{4x - 3}$$

x 는 최소한 가장 작은 두자리 수인 10 이상이어야 하므로,
근호 안의 제곱수는 7^2 이상이 되어야 한다. ($\sqrt{4 \times 10 - 3} = \sqrt{37} > 7^2$)

$\therefore \sqrt{4x - 3} = 7$ 일 때, $x = 13$ 이므로 성립한다.

$$\therefore x = 13$$

7. 다음그림과 같이 좌표평면 위의 정사각형 OABC 에서 $\overline{OA} = \overline{OQ}$, $\overline{BC} = \overline{BP}$ 이다. 두 점 P, Q 의 x 좌표를 각각 p , q 라 할 때, $p + q$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $p + q = 4$

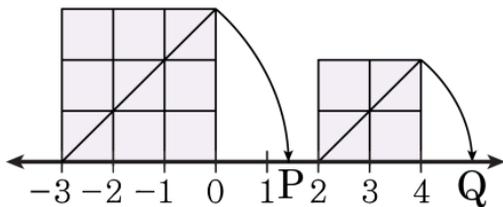
해설

$$p = 4 - 2\sqrt{2}$$

$$q = 0 + 2\sqrt{2} = 2\sqrt{2} \text{ 이므로}$$

$$p + q = 4 - 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 4 \text{ 이다.}$$

8. 다음 그림에서 점 P의 좌표를 a , 점 Q의 좌표를 b 라고 할 때, $\frac{a}{b}$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{9 - 6\sqrt{2}}{2}$

해설

$$a = -3 + 3\sqrt{2}, \quad b = 2 + 2\sqrt{2}$$

$$\frac{a}{b}$$

$$= \frac{-3 + 3\sqrt{2}}{2 + 2\sqrt{2}}$$

$$= \frac{(-3 + 3\sqrt{2})(2 - 2\sqrt{2})}{(2 + 2\sqrt{2})(2 - 2\sqrt{2})}$$

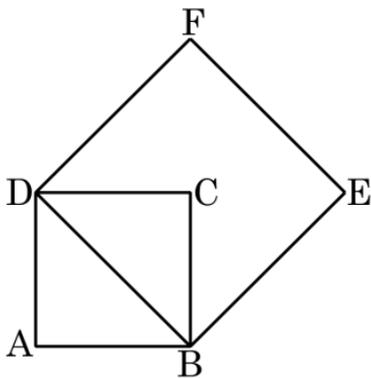
$$= \frac{-6 + 6\sqrt{2} + 6\sqrt{2} - 12}{-4}$$

$$= \frac{-18 + 12\sqrt{2}}{-4}$$

$$= \frac{-4}{9 - 6\sqrt{2}}$$

$$= \frac{9 - 6\sqrt{2}}{2}$$

9. 그림과 같이 한 변의 길이가 4인 정사각형 ABCD의 대각선 \overline{BD} 를 한 변으로 하는 정사각형 DBEF가 있다. DBEF의 대각선을 반지름으로 하는 원의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 16π

해설

한 변의 길이가 4인 정사각형 ABCD의 대각선 \overline{BD} 의 길이는 $4\sqrt{2}$

한 변의 길이가 $4\sqrt{2}$ 인 정사각형 DBEF의 대각선의 길이는 $4\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 8$ 이다.

따라서 반지름이 8인 원의 둘레의 길이는 $2\pi \times 8 = 16\pi$ 이다.

10. 다음 보기의 A, B, C, D, E 에서 가장 큰 수와 가장 작은 수의 곱은?

보기

$$\text{㉠ } \sqrt{75} = A\sqrt{3}$$

$$\text{㉡ } \sqrt{2^2 \times 5^2 \times 3} = B\sqrt{3}$$

$$\text{㉢ } 3\sqrt{3} + 4\sqrt{3} = C\sqrt{3}$$

$$\text{㉣ } \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{6}} = D\sqrt{3}$$

$$\text{㉤ } \sqrt{0.21} \div \sqrt{7} = E\sqrt{3}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\text{㉠ } \sqrt{5 \times 5 \times 3} = 5\sqrt{3}, \therefore A = 5$$

$$\text{㉡ } \sqrt{10^2 \times 3} = 10\sqrt{3}, \therefore B = 10$$

$$\text{㉢ } 7\sqrt{3}, \therefore C = 7$$

$$\text{㉣ } \frac{3\sqrt{2}\sqrt{6}}{\sqrt{6}\sqrt{6}} = \frac{6}{6}\sqrt{3} = \sqrt{3}, \therefore D = 1$$

$$\text{㉤ } \sqrt{\frac{21}{100} \times \frac{1}{7}} = \sqrt{\frac{3}{100}} = \frac{1}{10}\sqrt{3}, \therefore E = 0.1$$

가장 큰 수 : 10, 가장 작은 수 : 0.1

$$\therefore 10 \times 0.1 = 1$$

11. $\sqrt{(-6)^2} + (-2\sqrt{3})^2 - \sqrt{3}\left(\sqrt{24} - \frac{3}{\sqrt{3}}\right) = a + b\sqrt{2}$ 의 꼴로 나타낼 때, $a + b$ 의 값은?(단, a, b 는 유리수)

① -15

② 15

③ -9

④ 9

⑤ 0

해설

$$6 + 12 - 6\sqrt{2} + 3 = 21 - 6\sqrt{2}$$

$$\therefore a = 21, b = -6$$

$$\therefore a + b = 21 - 6 = 15$$

12. $X = \sqrt{200}$, $Y = 2\sqrt{12} - \sqrt{48}$, $Z = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{8}} - 3\sqrt{6}$ 일 때, $\sqrt{3}X + Y - Z$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▶ 정답: $\frac{51\sqrt{6}}{4}$

해설

$$X = \sqrt{200} = \sqrt{2^2 \times 5^2 \times 2} = 10\sqrt{2}$$

$$Y = 2\sqrt{12} - \sqrt{48} = 2\sqrt{2^2 \times 3} - \sqrt{2^4 \times 3} = 4\sqrt{3} - 4\sqrt{3} = 0$$

$$Z = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{8}} - 3\sqrt{6} = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} - 3\sqrt{6} = \frac{\sqrt{3}\sqrt{2}}{2\sqrt{2}\sqrt{2}} - 3\sqrt{6} = \frac{\sqrt{6}}{4} - 3\sqrt{6} = -\frac{11\sqrt{6}}{4}$$

$$\begin{aligned} \therefore \sqrt{3}X + Y - Z &= \sqrt{3}(10\sqrt{2}) + 0 - \left(-\frac{11\sqrt{6}}{4}\right) = 10\sqrt{6} + \frac{11\sqrt{6}}{4} = \\ &= \frac{51\sqrt{6}}{4} \end{aligned}$$

13. $\frac{1}{1 + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{8} + \sqrt{9}}$ 를 계산하면?

① 6

② 5

③ 4

④ 3

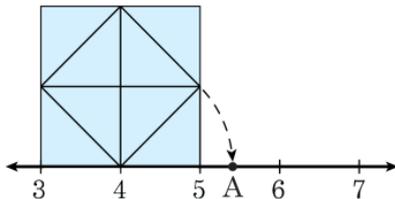
⑤ 2

해설

$$\sqrt{2} - 1 + \sqrt{3} - \sqrt{2} + \cdots + \sqrt{9} - \sqrt{8} = -1 + \sqrt{9} = -1 + 3 = 2$$

14. 다음 수직선에서 점A의 정수 부분을 a , 소수부분을 b 라 할 때, $\frac{1}{a+b} + \frac{1}{a-b}$ 을 구하여라.

$\frac{1}{a-b}$ 을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{55 - 5\sqrt{2}}{119}$

해설

$A = 4 + \sqrt{2}$, $1 < \sqrt{2} < 2$ 이고 $5 < 4 + \sqrt{2} < 6$ 이므로

$$a = 5, b = \sqrt{2} - 1 \quad \frac{1}{a+b} + \frac{1}{a-b} = \frac{1}{4 + \sqrt{2}} + \frac{1}{6 - \sqrt{2}}$$

$$= \frac{6 - \sqrt{2} + 4 + \sqrt{2}}{(4 + \sqrt{2})(6 - \sqrt{2})} = \frac{10}{22 + 2\sqrt{2}} = \frac{5}{11 + \sqrt{2}}$$

$$= \frac{5(11 - \sqrt{2})}{121 - 2} = \frac{55 - 5\sqrt{2}}{119}$$

15. 부등식 $3 \leq (\sqrt{2} + 1)x \leq 7$ 을 만족하는 자연수 x 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$3 \leq (\sqrt{2} + 1)x \leq 7$ 에서 $\sqrt{2} + 1 > 0$ 이므로

$$\frac{3}{\sqrt{2} + 1} \leq x \leq \frac{7}{\sqrt{2} + 1} \therefore 3\sqrt{2} - 3 \leq x \leq 7\sqrt{2} - 7$$

$4 < 3\sqrt{2} = \sqrt{18} < 5$ 에서 $1 < 3\sqrt{2} - 3 < 2$

$9 < 7\sqrt{2} = \sqrt{98} < 10$ 에서 $2 < 7\sqrt{2} - 7 < 3$

$1. \times \times \times \leq x \leq 2. \times \times \times$ 이므로

따라서 자연수 $x = 2$ 이다.