

1. $\begin{cases} x-y=1 \\ x^2+y^2=5 \end{cases}$ 에서 xy 의 값을 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\begin{cases} x-y=1 & \cdots \textcircled{A} \\ x^2+y^2=5 & \cdots \textcircled{B} \end{cases}$$

①에서 $x=y+1$ 을 ②에 대입하면,

$$(y+1)^2+y^2=5$$

$$y^2+y-2=0$$

$$(y+2)(y-1)=0$$

$$\therefore y=-2 \text{ 또는 } y=1$$

$$y=-2 \text{ 를 } \textcircled{A} \text{ 에 대입하면 } x=-1$$

$$y=1 \text{ 을 } \textcircled{A} \text{ 에 대입하면 } x=2$$

$$\therefore xy=2$$

2. 방정식 $x^2+x+1=0$ 의 한 근을 ω 라 할 때, $\frac{2\omega^2+3\overline{\omega}}{\omega^{100}+1}$ 의 값을 구하면?

(단, $\overline{\omega}$ 는 ω 의 켤레복소수이다.)

- ① 2 ② 3 ③ 5 ④ -3 ⑤ -5

해설

$$\begin{aligned} &x^2+x+1=0 \text{의 두 근은} \\ &\omega, \overline{\omega} \Rightarrow \omega + \overline{\omega} = -1, \omega \overline{\omega} = 1 \\ &\omega^2 + \omega + 1 = 0, \\ &(\omega - 1)(\omega^2 + \omega + 1) = 0, \omega^3 - 1 = 0, \omega^3 = 1 \\ &\overline{\omega}^2 + \overline{\omega} + 1 = 0, \\ &(\overline{\omega} - 1)(\overline{\omega}^2 + \overline{\omega} + 1) = 0, \\ &\overline{\omega}^3 - 1 = 0, \overline{\omega}^3 = 1 \\ &\frac{2\omega^2+3\overline{\omega}}{\omega^{100}+1} = \frac{2\omega^2+3\overline{\omega}}{(\omega^3)^{33}\omega+1} \\ &= \frac{2\omega^2}{-\omega^2} + \frac{3\overline{\omega}}{-\omega^2} \\ &= -2 + \frac{3\omega\overline{\omega}}{-\omega^3} \\ &= -2 - \frac{3}{1} = -5 \end{aligned}$$

3. 200m운동장 트랙에서 두 명의 학생이 일정한 속력으로 달리기를 한다. 두 학생이 같은 방향으로 달리면 3분 후에 만나고, 반대 방향으로 달리면 1분 후에 만난다고 할 때, 두 학생 중 빠른 학생의 속력은?

- ① 8 km/h ② 9 km/h ③ 10 km/h
④ 11 km/h ⑤ 12 km/h

해설

빠른 학생의 분속 : x
3분간 간 거리 : $3x$
느린 학생의 분속 : y
3분간 간 거리 : $3y$
같은 방향으로 3분간 달려간 후 만났으므로
거리의 차는 200
 $3x - 3y = 200$
반대방향으로 1분간 달려간 후 만났으므로
거리의 합은 200
 $x + y = 200$
$$\begin{cases} 3x - 3y = 200 \\ x + y = 200 \end{cases}$$

연립방정식을 풀면 $x = \frac{400}{3}$ m/분
 $\Rightarrow \frac{400\text{m}}{3} / \text{분} = \frac{0.4\text{km}}{3} \times 60 / \text{시간} = 8 \text{ km/h}$

4. 사차방정식 $x^4 - x^3 - 4x^2 - x + 1 = 0$ 을 만족하는 실수 x 에 대하여 $x + \frac{1}{x} = a$ 라 하자. 이 때, a 가 될 수 있는 모든 값의 합은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$x^4 - x^3 - 4x^2 - x + 1 = 0$ 의 양변을 x^2 으로 나누면

$$x^2 - x - 4 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = 0$$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - \left(x + \frac{1}{x}\right) - 6 = 0$$

$x + \frac{1}{x} = a$ 로 치환하면

$$x^2 - a - 6 = 0, (a - 3)(a + 2) = 0$$

$\therefore a = 3$ 또는 $a = -2$

따라서, 모든 A 의 값의 합은 $3 + (-2) = 1$

5. 실수 x, y 에 대하여 $2x^2 + y^2 + 2xy + 2x - 2y + 5 = 0$ 일 때, xy 의 값은?

① -6 ② -3 ③ 0 ④ 3 ⑤ 6

해설

$2x^2 + y^2 + 2xy + 2x - 2y + 5 = 0$ 을
 x 에 대한 내림차순으로 정리하면
 $2x^2 + 2(y+1)x + y^2 - 2y + 5 = 0 \quad \cdots \textcircled{1}$
이 때, x 는 실수이므로 $\textcircled{1}$ 은 실근을 가져야 한다.
 $D = (y+1)^2 - 2(y^2 - 2y + 5) \geq 0$
 $-y^2 + 6y - 9 \geq 0 \quad (y-3)^2 \leq 0$
 $\therefore y = 3$
 $y = 3$ 을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면
 $2x^2 + 8x + 8 = 0, \quad x^2 + 4x + 4 = 0$
 $(x+2)^2 = 0$
 $\therefore x = -2 \quad \therefore xy = (-2) \cdot 3 = -6$