

1. $\begin{cases} x - y = 1 \\ x^2 + y^2 = 5 \end{cases}$ 에서 xy 의 값을 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\begin{cases} x - y = 1 & \dots \textcircled{㉠} \\ x^2 + y^2 = 5 & \dots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

㉠에서 $x = y + 1$ 을 ㉡에 대입하면,

$$(y + 1)^2 + y^2 = 5$$

$$y^2 + y - 2 = 0$$

$$(y + 2)(y - 1) = 0$$

$$\therefore y = -2 \text{ 또는 } y = 1$$

$$y = -2 \text{를 } \textcircled{㉠} \text{에 대입하면 } x = -1$$

$$y = 1 \text{을 } \textcircled{㉡} \text{에 대입하면 } x = 2$$

$$\therefore xy = 2$$

2. 방정식 $x^2 + x + 1 = 0$ 의 한 근을 ω 라 할 때, $\frac{2\omega^2 + 3\bar{\omega}}{\omega^{100} + 1}$ 의 값을 구하면?
(단, $\bar{w}$ 는 w 의 켤레복소수이다.)

① 2

② 3

③ 5

④ -3

⑤ -5

해설

$x^2 + x + 1 = 0$ 의 두 근은

$$\omega, \bar{\omega} \Rightarrow \omega + \bar{\omega} = -1, \omega\bar{\omega} = 1$$

$$\omega^2 + \omega + 1 = 0,$$

$$(\omega - 1)(\omega^2 + \omega + 1) = 0, \omega^3 - 1 = 0, \omega^3 = 1$$

$$\bar{\omega}^2 + \bar{\omega} + 1 = 0,$$

$$(\bar{\omega} - 1)(\bar{\omega}^2 + \bar{\omega} + 1) = 0,$$

$$\bar{\omega}^3 - 1 = 0, \bar{\omega}^3 = 1$$

$$\frac{2\omega^2 + 3\bar{\omega}}{\omega^{100} + 1} = \frac{2\omega^2 + 3\bar{\omega}}{(\omega^3)^{33}\omega + 1}$$

$$= \frac{2\omega^2}{-\omega^2} + \frac{3\bar{\omega}}{-\omega^2}$$

$$= -2 + \frac{3\omega\bar{\omega}}{-\omega^3}$$

$$= -2 - \frac{3}{1} = -5$$

3. 200 m 운동장 트랙에서 두 명의 학생이 일정한 속력으로 달리기를 한다. 두 학생이 같은 방향으로 달리면 3분 후에 만나고, 반대 방향으로 달리면 1분 후에 만난다고 할 때, 두 학생 중 빠른 학생의 속력은?

① 8 km/h

② 9 km/h

③ 10 km/h

④ 11 km/h

⑤ 12 km/h

해설

빠른 학생의 분속 : x

3분간 간 거리 : $3x$

느린 학생의 분속 : y

3분간 간 거리 : $3y$

같은 방향으로 3분간 달려간 후 만났으므로
거리의 차는 200

$$3x - 3y = 200$$

반대방향으로 1분간 달려간 후 만났으므로
거리의 합은 200

$$x + y = 200$$

$$\begin{cases} 3x - 3y = 200 \\ x + y = 200 \end{cases}$$

연립방정식을 풀면 $x = \frac{400}{3} \text{ m/분}$

$$\Rightarrow \frac{400 \text{ m}}{3} / \text{분} = \frac{0.4 \text{ km}}{3} \times 60 / \text{시간} = 8 \text{ km/h}$$

4. 사차방정식 $x^4 - x^3 - 4x^2 - x + 1 = 0$ 을 만족하는 실수 x 에 대하여 $x + \frac{1}{x} = a$ 라 하자. 이 때, a 가 될 수 있는 모든 값의 합은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$x^4 - x^3 - 4x^2 - x + 1 = 0$ 의 양변을
 x^2 으로 나누면

$$x^2 - x - 4 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = 0$$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - \left(x + \frac{1}{x}\right) - 6 = 0$$

$x + \frac{1}{x} = a$ 로 치환하면

$$x^2 - a - 6 = 0, (a - 3)(a + 2) = 0$$

$$\therefore a = 3 \text{ 또는 } a = -2$$

따라서, 모든 A 의 값의 합은 $3 + (-2) = 1$

5. 실수 x, y 에 대하여 $2x^2 + y^2 + 2xy + 2x - 2y + 5 = 0$ 일 때, xy 의 값은?

① -6

② -3

③ 0

④ 3

⑤ 6

해설

$$2x^2 + y^2 + 2xy + 2x - 2y + 5 = 0 \text{ 을}$$

x 에 대한 내림차순으로 정리하면

$$2x^2 + 2(y+1)x + y^2 - 2y + 5 = 0 \quad \cdots \textcircled{1}$$

이 때, x 는 실수이므로 $\textcircled{1}$ 은 실근을 가져야 한다.

$$D = (y+1)^2 - 2(y^2 - 2y + 5) \geq 0$$

$$-y^2 + 6y - 9 \geq 0 \quad (y-3)^2 \leq 0$$

$$\therefore y = 3$$

$y = 3$ 을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$$2x^2 + 8x + 8 = 0, \quad x^2 + 4x + 4 = 0$$

$$(x+2)^2 = 0$$

$$\therefore x = -2 \quad \therefore xy = (-2) \cdot 3 = -6$$