

1. 다음 설명 중 옳은 것은?

- ① 소수는 약수의 개수가 2 개이다.
- ② 소수는 모두 홀수이다.
- ③ 가장 작은 소수는 1 이다.
- ④ 모든 자연수는 약수의 개수가 2 개 이상이다.
- ⑤ 자연수에는 소수와 합성수가 있다.

해설

- ② 2 는 유일한 짝수인 소수이다.
- ③ 가장 작은 소수는 2 이다. 1 은 소수가 아니다.
- ④ 1 은 약수의 개수가 1 개이다.
- ⑤ 자연수에는 소수와 합성수 그리고 1 이 있다.

2. 다음 네모 칸에 쓰여진 수 중에서 $3^4 \times 11^5$ 의 약수를 모두 찾아 색칠하면 한글 자음 중 하나가 나타난다. 그 한글 자음은 무엇인지 찾아라.

$3^4 \times 11$	11	3×11
$3^2 \times 11^2$	16	3×11^2
33	2×3^2	$3^4 \times 11^5$
$3^2 \times 11$	121	$3^3 \times 11^5$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ

④ ㄹ ⑤ ㅁ

해설

3^4 의 약수는 1, 3, 3^2 , 3^3 , 3^4 이고 11^5 의 약수는 1, 11, 11^2 , 11^3 , 11^4 , 11^5 이다.

표의 수들을 소인수분해하면 $16 = 2^4$, $121 = 11^2$, $33 = 3 \times 11$ 이다.

$3^4 \times 11^5$ 의 약수를 모두 찾아 색칠하면 다음 표와 같다.

$3^4 \times 11$	11	3×11
$3^2 \times 11^2$	16	3×11^2
33	2×3^2	$3^4 \times 11^5$
$3^2 \times 11$	121	$3^3 \times 11^5$

3. 다음 두 수의 최대공약수를 구하여라.

$$2^2 \times 3 \times 5^2, 2 \times 3^3 \times 7^2$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$2 \times 3 = 6$$

4. 다음은 재중이와 사랑이의 대화이다. 안에 알맞은 것을 보기에서 찾아 차례대로 써넣어라.

보기

공약수, 최대공약수, 5, 6

재중 : 드디어 구했어! 사랑아!

사랑 : 무엇을 구했는데?

재중 : 두 수의 최대공약수를 구했어. 45가 답이야.

사랑 : 그럼 그 두 수의 공약수의 개수도 구할 수 있겠네?

재중 : 잠깐만, 아까 두 수가 뭐였더라.

사랑 : 최대공약수만 알면 두 수를 몰라도 공약수를 구할 수 있잖아.

재중 : 그럼, 의 약수의 개수와 두 수의 공약수의 약수의 개수도 같구나!

사랑 : 맞아!

재중 : 공약수의 개수는 개구나.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 최대공약수

▷ 정답 : 6

해설

재중 : 드디어 구했어! 사랑아!

사랑 : 무엇을 구했는데?

재중 : 두 수의 최대공약수를 구했어. 45가 답이야.

사랑 : 그럼 그 두 수의 공약수의 개수도 구할 수 있겠네?

재중 : 잠깐만, 아까 두 수가 뭐였더라.

사랑 : 최대공약수만 알면 두 수를 몰라도 공약수를 구할 수 있잖아.

재중 : 그럼, (= 최대공약수)의 약수의 개수와 두 수의 공약수의 약수의 개수도 같구나!

사랑 : 맞아!

재중 : 공약수의 개수는 (= 6) 개구나.

45를 소인수분해하면 $45 = 3^2 \times 5$ 이므로 약수의 개수는 $(2 + 1) \times (1 + 1) = 6$ (개)이다.

5. 두 자연수 a, b 의 최대공약수가 24 일 때, a, b 의 공약수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 8 개

해설

$$\begin{aligned} a, b \text{의 공약수는 최대공약수 } 24 \text{의 약수와 같으므로 } 24 &= 2^3 \times 3 \\ (a, b \text{의 공약수의 개수}) &= (24 \text{의 약수의 개수}) \\ &= (3 + 1) \times (1 + 1) \\ &= 8(\text{개}) \end{aligned}$$

6. 다음 중 3^4 을 나타낸 식은?

① 3×4

② $3 + 3 + 3 + 3$

③ $4 \times 4 \times 4$

④ $3 \times 3 \times 3 \times 3$

⑤ 4×3

해설

$3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4$ 이다.

7. 120 을 소인수분해한 것 중 알맞은 것은?

① $2^3 \times 3 \times 5$

② $4^2 \times 3 \times 5$

③ $2 \times 6 \times 10$

④ $2^2 \times 6 \times 5$

⑤ $2^2 \times 3 \times 10$

해설

$$2 \overline{) 120}$$

$$2 \overline{) 60}$$

$$2 \overline{) 30}$$

$$3 \overline{) 15}$$

5

$$120 = 2^3 \times 3 \times 5$$

8. $600 = a^x \times b^y \times c^z$ 로 소인수분해될 때, $(a + b + c) \times (x + y + z)$ 의 값은? (단, $a < b < c$)

① 12

② 24

③ 36

④ 48

⑤ 60

해설

$$600 = 2^3 \times 3 \times 5^2 = a^x \times b^y \times c^z \text{ 이므로}$$

$$a = 2, b = 3, c = 5, x = 3, y = 1, z = 2$$

$$\therefore (a + b + c) \times (x + y + z) = (2 + 3 + 5) \times (3 + 1 + 2) = 10 \times 6 = 60$$

9. 다음 중 소인수 분해 하였을 때, 소인수가 다른 것끼리 짝지은 것은?

① 28

② 56

③ 112

④ 128

⑤ 196

해설

① $28 = 2^2 \times 7$ 이므로

28 의 소인수는 2, 7

② $56 = 2^3 \times 7$ 이므로

56 의 소인수는 2, 7

③ $112 = 2^4 \times 7$ 이므로

112 의 소인수는 2, 7

④ $128 = 2^7$ 이므로

128 의 소인수는 2

⑤ $196 = 2^2 \times 7^2$ 이므로

196 의 소인수는 2, 7

10. 다음 중 두 수가 서로소인 것은?

① $36, 66$

② $21, 49$

③ $25, 52$

④ $34, 51$

⑤ $18, 94$

해설

주어진 두 수의 최대공약수는 다음과 같다.

① $36 = 2^2 \times 3^2$

$66 = 2 \times 3 \times 11$

두 수의 최대공약수는 2×3 이다.

② $21 = 3 \times 7$

$49 = 7^2$

두 수의 최대공약수는 7이다.

③ $25 = 5^2$

$52 = 2^2 \times 13$

두 수의 최대공약수는 1이다.

④ $34 = 2 \times 17$

$51 = 3 \times 17$

두 수의 최대공약수는 17이다.

⑤ $18 = 2 \times 3^2$

$94 = 2 \times 47$

두 수의 최대공약수는 2이다.

11. 두 자연수 48, 56의 최소공배수는?

① $2^2 \times 6 \times 7$

② $2^4 \times 6 \times 7$

③ $2^3 \times 5 \times 7$

④ $2^4 \times 3 \times 7$

⑤ $2 \times 6 \times 7$

해설

$48 = 2^4 \times 3$, $56 = 2^3 \times 7$ 이므로
최소공배수는 $2^4 \times 3 \times 7$ 이다.

12. 두 수 $2^2 \times 3 \times 5$ 와 $2^a \times 3^b \times c$ 의 최소공배수가 $2^3 \times 3^3 \times 5 \times 7$ 일 때,
 $a + b + c$ 의 값을 구하면?

①

13

② 12

③ 10

④ 8

⑤ 7

해설

최소공배수가 $2^3 \times 3^3 \times 5 \times 7$ 이므로

$2^a = 2^3$, $3^b = 3^3$, $c = 7$ 이다.

$\therefore a = 3$, $b = 3$, $c = 7$ 에서 $a + b + c = 13$

13. 고속버스 터미널에서 대전행 버스는 10 분마다 한 대씩, 광주행 버스는 15 분마다, 여수행 버스는 18 분마다 한 대씩 출발한다. 세 버스가 오전 9 시에 동시에 출발했을 때, 바로 다음으로 동시에 출발하는 시각은?

① 오전 9 시 30 분

② 오전 10 시

③ 오전 10 시 30 분

④ 오후 9 시

⑤ 오후 9 시 30 분

해설

10, 15, 18 의 최소공배수를 구한다.

$$\begin{array}{r} 5 \overline{) 10 \quad 15 \quad 18} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) \quad 2 \quad 3 \quad 18} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) \quad 1 \quad 3 \quad 9} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \quad 1 \quad 3 \end{array}$$

$$\therefore 5 \times 2 \times 3 \times 1 \times 1 \times 3 = 90$$

따라서 오전 9 시부터 90 분 후인 오전 10 시 30 분에 동시에 출발한다.

14. 소인수분해를 이용하여 다음 수들의 최소공배수와 최대공약수를 알맞게 짝지은 것을 골라라.

45, 60, 90

- ① 최대공약수 : 15 , 최소공배수 : 90
- ② 최대공약수 : 15 , 최소공배수 : 180
- ③ 최대공약수 : 30 , 최소공배수 : 180
- ④ 최대공약수 : 45 , 최소공배수 : 90
- ⑤ 최대공약수 : 45 , 최소공배수 : 180

해설

$$45 = 3^2 \times 5$$

$$60 = 2^2 \times 3 \times 5$$

$$90 = 2 \times 3^2 \times 5$$

$$\underline{\hspace{1cm} 2^2 \times 3^2 \times 5 \hspace{1cm}}$$

$$\text{최대공약수} : 3 \times 5 = 15$$

$$\text{최소공배수} : 2^2 \times 3^2 \times 5 = 180$$

15. 어떤 수를 13 으로 나누면 6 이 남는 수 중 200 에 가장 가까운 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 201

해설

어떤 수를 x 라 하고 몫을 k 라 하면 $x = 13 \times k + 6$ 이다.

$k = 15$ 일 때, $x = 13 \times 15 + 6 = 201$ 이고 $k = 16$ 일 때,
 $x = 13 \times 16 + 6 = 214$ 이다.

따라서 200 에 가장 가까운 수는 201 이다.

16. $540 \times a = b^2$ 일 때, a 의 값 중 두 번째로 작은 수는? (단, a, b 는 자연수)

① 24

② 38

③ 56

④ 60

⑤ 72

해설

$540 = 2^2 \times 3^3 \times 5$ 이므로 곱할 수 있는 수는
 $3 \times 5 \times (\text{자연수})^2$ 의 꼴이다.

따라서, 곱할 수 있는 가장 작은 자연수는

$3 \times 5 \times 1^2 = 15$ 이고,

곱할 수 있는 두 번째 작은 자연수는

$3 \times 5 \times 2^2 = 60$ 이다.

17. 다음 중 약수의 개수가 가장 많은 것은?

① 35

② 88

③ 2×3^3

④ $3^2 \times 7^3$

⑤ $2^2 \times 3^2 \times 5$

해설

① $35 = 5 \times 7$,

$(1 + 1) \times (1 + 1) = 2 \times 2 = 4$ (개)

② $88 = 2^3 \times 11$,

$(3 + 1) \times (1 + 1) = 8$ (개)

③ $(1 + 1) \times (3 + 1) = 2 \times 4 = 8$ (개)

④ $(2 + 1) \times (3 + 1) = 3 \times 4 = 12$ (개)

⑤ $(2 + 1) \times (2 + 1) \times (1 + 1) = 3 \times 3 \times 2 = 18$ (개)

18. $2^2 \times 5^{\square} \times 7$ 의 약수의 개수가 18 일 때 안에 들어갈 수는?

① 5

② 4

③ 3

④ 2

⑤ 1

해설

$2^2 \times 5^{\square} \times 7$ 이므로

약수의 개수는

$$(2 + 1) \times (\square + 1) \times (1 + 1) = 18 \text{ (개)}$$

$$\therefore \square = 2$$

19. 3으로 나누면 2가 남고, 4로 나누면 3이 남고, 5로 나누면 4가 남는 자연수 중에서 110에 가장 가까운 수를 구하면?

① 112

② 113

③ 114

④ 119

⑤ 120

해설

구하는 수를 n 이라 하면

$n = (3, 4, 5 \text{의 공배수}) - 1$ 이고

3, 4, 5의 최소공배수는 60이므로

3, 4, 5의 공배수는 60, 120, 180, ... 이다.

$\therefore n = 59, 119, 179, \dots$

$\therefore 110$ 에 가장 가까운 수는 119

20. 두 자연수의 곱이 640 이고 최소공배수가 80 일 때, 두 수의 최대공약수를 구하면?

① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

두 수 A, B 의 최대공약수를 G , 최소공배수를 L 이라 하면

$A \times B = L \times G$ 이므로

$640 = 80 \times G$ 이다.

$\therefore G = 8$

21. 옛날부터 우리나라에는 십간(☰☷)과 십이지(☰☷☷)를 이용하여 해에 이름을 붙였다. 십간과 십이지를 차례대로 짝지으면 다음과 같이 그 해의 이름을 만들 수 있다. 다음 표에서 알 수 있듯이 2010년은 경인년이다. 다음 중 경인년이 아닌 해는?

병	정	무	기	경	신	임	계
자	축	인	묘	진	사	오	미
병자	정축	무인	기묘	경진	신사	임오	계미
1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003

갑	을	병	정	무	기	경
신	유	술	해	자	축	인
갑신	을유	병술	정해	무자	기축	경인
2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010

- ① 1830 년 ② 1890 년 ③ 1950 년
 ④ 2070 년 ⑤ 2110 년

해설

십간(☰☷)의 10 가지와 십이지(☰☷☷)의 12 가지를 계속 돌아가면서 조합이 이루어지므로 같은 이름의 년도는 60 년 만에 한 번씩 돌아오게 된다. 따라서 2010 년이 경인년이면 1830 년, 1890 년, 1950 년, 2070 년도 경인년이다.

22. 1000 이하의 자연수 중 $2^3 \times 3$ 과 2×3^2 의 공배수의 개수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$2^3 \times 3$ 과 2×3^2 의 최소공배수는 $2^3 \times 3^2 = 72$ 이다.

$$\therefore 1000 \div 72 = 13 \cdots 64$$

따라서 13개이다.

23. 세 수 12, 18, a 의 최소공배수가 396 일 때, a 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

$12 = 2^2 \times 3$, $18 = 2 \times 3^2$, $396 = 2^2 \times 3^2 \times 11$ 이므로,
 a 값이 될 수 있는 수는 $2^x \times 3^y \times 11$ (x, y 는 0 또는 1 또는 2)
이며,
최솟값을 가질 때는 x, y 가 0 일 때이므로 a 의 최솟값은 11 이다.

24. 세 수 3048, 5988, 8088 을 자연수 k 로 나누었을 때, 나머지를 같게 하는 자연수 k 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 24 개

해설

3048, 5988, 8088 을 동일한 자연수로 나눌 때 나머지가 모두 같으므로

$A = Ga + r, B = Gb + r, C = Gc + r$ 라고 하면

$$B - A = G(b - a), C - B = G(c - b)$$

이므로 $B - A, C - B$ 의 공약수는 A, B, C 를 나누어서 나머지가 같아지는 수들이다.

$8088 - 5988 = 2100, 5988 - 3048 = 2940$ 이므로 2100 과 2940 의 공약수를 구하면, 최대공약수가 420 이므로 약수의 개수는 $420 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7$ 에서 24 개이다.

25. 가로 12 cm, 세로 16 cm 인 직사각형 모양의 카드로 한 변의 길이가 2 m 보다 작은 정사각형을 만들 때, 만들 수 있는 가장 큰 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라.



답 :

cm



정답 : 192cm

해설

정사각형의 한 변의 길이는 12 와 16 의 공배수 중 200 보다 작은 자연수이다. 12 와 16 의 최소공배수는 48 이고, 48 의 배수 중 200 보다 작은 자연수는 48, 96, 144, 192 이므로 정사각형의 한 변의 길이는 192 cm 이다.