

1. $\sqrt{\frac{180}{a}}$ 가 자연수가 되게 하는 정수 a 는 모두 몇 개인가?

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$$\sqrt{\frac{180}{a}} = \sqrt{\frac{2^2 \times 3^2 \times 5}{a}}$$

$a = 5, 5 \times 2^2, 5 \times 3^2, 5 \times 2^2 \times 3^2$ 이므로 4 개이다.

2. 두 자리 자연수 n 에 대하여, $\sqrt{5(n+13)}$ 이 자연수가 되도록 하는 n 의 값의 합은?

① 69

② 79

③ 89

④ 99

⑤ 109

해설

$10 \leq n < 100$, $\sqrt{5(n+13)} \rightarrow$ 자연수

$$n+13 = 5k^2$$

$$23 \leq 5k^2 < 113$$

$$4.6 \leq k^2 < 22.6$$

$$\therefore k^2 = 9, 16$$

$$n = 5 \times 9 - 13 = 32, n = 5 \times 16 - 13 = 67$$

따라서 n 의 값의 합은 $32 + 67 = 99$ 이다.

3. $a = 6 - \sqrt{5}$, $b = 1 + 2\sqrt{5}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

- ① $a + b < 0$ ② $a - b > 0$ ③ $a - 4 < 0$
④ $b - 4 < 0$ ⑤ $2a + b > 15$

해설

- ① $a + b = 6 - \sqrt{5} + 1 + 2\sqrt{5} = 7 + \sqrt{5} > 0$
② $a - b = 6 - \sqrt{5} - 1 - 2\sqrt{5} = 5 - 3\sqrt{5} < 0$
④ $b - 4 = 1 + 2\sqrt{5} - 4 = 2\sqrt{5} - 3 > 0$
⑤ $2a + b = 12 - 2\sqrt{5} + 1 + 2\sqrt{5} = 13 < \sqrt{15}$

4. $\sqrt{54} = a\sqrt{6}$, $\sqrt{108} = 6\sqrt{b}$, $\sqrt{c} = 2\sqrt{3}$ 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{54} &= \sqrt{9 \times 6} = 3\sqrt{6}, \quad \sqrt{108} = \sqrt{6^2 \times 3} = 6\sqrt{3} \\ 2\sqrt{3} &= \sqrt{2^2 \times 3} = \sqrt{12} \\ a &= 3, \quad b = 3, \quad c = 12 \text{ 이므로 } a + b + c = 18\end{aligned}$$

5. $\sqrt{\frac{6}{128}}$ 을 근호 안의 수가 가장 작은 자연수가 되도록 하면 $\frac{\sqrt{a}}{b}$ 가 된다. 이 때, 자연수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값은?

① 5 ② 6 ③ 8 ④ 11 ⑤ 16

해설

$$\sqrt{\frac{6}{128}} = \sqrt{\frac{2 \times 3}{2^3 \times 4^2}} = \sqrt{\frac{3}{2^2 \times 4^2}} = \frac{\sqrt{3}}{8}$$

$$\therefore a = 3, b = 8$$

$$\therefore a + b = 3 + 8 = 11$$

6. $\sqrt{18} + \sqrt{48} - 2\sqrt{27} + 3\sqrt{50}$ 을 간단히 하면?

- ① $14\sqrt{2} + 4\sqrt{3}$ ② $14\sqrt{2} - 4\sqrt{3}$ ③ $18\sqrt{2} - 2\sqrt{3}$
④ $18\sqrt{2} + 2\sqrt{3}$ ⑤ $24\sqrt{2} + 4\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{18} + \sqrt{48} - 2\sqrt{27} + 3\sqrt{50} \\ &= 3\sqrt{2} + 4\sqrt{3} - 6\sqrt{3} + 15\sqrt{2} \\ &= (3\sqrt{2} + 15\sqrt{2}) + (4\sqrt{3} - 6\sqrt{3}) \\ &= 18\sqrt{2} - 2\sqrt{3} \end{aligned}$$

7. $a = b + \frac{1}{b}$ 이고 $b = \sqrt{7}$ 일 때, a 는 b 의 몇 배 인지 구하여라.

▶ 답 : 배

▷ 정답 : $\frac{8}{7}$ 배

해설

$$a = \sqrt{7} + \frac{1}{\sqrt{7}} = \sqrt{7} + \frac{\sqrt{7}}{7} = \frac{8}{7} \sqrt{7}$$

$$\therefore a = \frac{8}{7} b$$

8. $\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{6} + \sqrt{3}} + \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$ 을 간단히 하면?

① $-2\sqrt{6}$

② $2 - 2\sqrt{2}$

③ $\sqrt{6} - 2\sqrt{3}$

④ $3\sqrt{2} - \sqrt{6}$

⑤ $3\sqrt{2} - 2\sqrt{6}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{6} + \sqrt{3}} + \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} \\ &= \frac{3\sqrt{2}(\sqrt{6} - \sqrt{3})}{(\sqrt{6} + \sqrt{3})(\sqrt{6} - \sqrt{3})} + \frac{\sqrt{6}(\sqrt{3} - \sqrt{2})}{(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2})} \\ &= \frac{6\sqrt{3} - 3\sqrt{6}}{3} + 3\sqrt{2} - 2\sqrt{3} \\ &= 2\sqrt{3} - \sqrt{6} + 3\sqrt{2} - 2\sqrt{3} = 3\sqrt{2} - \sqrt{6} \end{aligned}$$

9. $5 - \sqrt{6}$ 의 소수 부분을 m 이라 할 때, $m^2 - 6m + 5$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$2 < 5 - \sqrt{6} < 3$ 이므로
 $m = 5 - \sqrt{6} - 2 = 3 - \sqrt{6}$
 $m - 3 = -\sqrt{6}$ 의 양변을 제곱하면
 $m^2 - 6m + 9 = 6$
 $\therefore m^2 - 6m + 5 = 2$

10. $xy + y - x - 1$ 과 $x^2 - xy + x - y$ 의 공통인 인수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x + 1$

해설

$$\begin{aligned} xy + y - x - 1 &= y(x + 1) - (x + 1) \\ &= (x + 1)(y - 1) \\ \therefore x^2 - xy + x - y &= x(x - y) + (x - y) \\ &= (x + 1)(x - y) \end{aligned}$$

11. 다음 보기에서 옳은 것을 모두 고르시오.

보기

- ㉠ 양수 A 의 제곱근이 a 이면 $A = a^2$ 이다.
- ㉡ a 가 제곱근 16 이면 $a = 4$ 이다.
- ㉢ 제곱근 $\frac{4}{9}$ 의 값은 $\pm\frac{2}{3}$ 이다.
- ㉣ 25 의 제곱근은 ± 5 이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉢

해설

㉢ 제곱근 $\frac{4}{9} = \sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$

12. $\sqrt{(-1)^2}$ 의 음의 제곱근을 a , $6\sqrt{3\sqrt{144}}$ 의 양의 제곱근을 b 라 할 때, $3a + 2b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$\sqrt{(-1)^2} = \sqrt{1} = 1 = (\pm 1)^2$$

$$\therefore a = -1$$

$$6\sqrt{3\sqrt{144}} = 6\sqrt{3 \times 12} = 6 \times 6 = 36 = (\pm 6)^2$$

$$\therefore b = +6$$

$$3a + 2b = 3 \times (-1) + 2 \times 6 = -3 + 12 = 9$$

13. $0 < a < 1$ 일 때, 다음 중 가장 큰 것은?

- ① a ② a^3 ③ $\sqrt{a}$ ④ $\frac{1}{a^3}$ ⑤ $\frac{1}{\sqrt{a}}$

해설

$a = \frac{1}{2}$ 라고 하면

① $\frac{1}{2}$

② $\frac{1}{8}$

③ $\sqrt{\frac{1}{2}}$

④ 8

⑤ $\sqrt{2}$

14. a 는 유리수, b 는 무리수일 때, 다음 중 그 값이 항상 무리수인 것은?

① $\sqrt{a} + b$

② $\frac{b}{a}$

③ $a^2 - b^2$

④ ab

⑤ $\frac{b}{\sqrt{a}}$

해설

① $a = 2, b = -\sqrt{2}$ 일 때, $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$ 이므로 유리수이다.

③ $b = \sqrt{2}$ 일 때, $b^2 = 2$ 이므로 $a^2 - b^2$ 는 유리수이다.

④ $a = 0$ 일 때, $ab = 0$ 이므로 유리수이다.

⑤ $a = 2, b = \sqrt{8}$ 일 때, $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}} = 2$ 이므로 유리수이다.

15. $\sqrt{(5-2\sqrt{5})^2} + \sqrt{(2\sqrt{5}-5)^2}$ 을 간단히 하면 $a+b\sqrt{5}$ 이다. 유리수 a 와 b 의 합은?

① -4 ② 0 ③ 3 ④ 6 ⑤ 11

해설

$5 > 2\sqrt{5}$ 이므로

$$\sqrt{(5-2\sqrt{5})^2} + \sqrt{(2\sqrt{5}-5)^2}$$

$$= |5-2\sqrt{5}| + |2\sqrt{5}-5|$$

$$= 5-2\sqrt{5} - (2\sqrt{5}-5)$$

$$= 5-2\sqrt{5} - 2\sqrt{5} + 5$$

$$= 10-4\sqrt{5}$$

$$\therefore a+b = 10-4 = 6$$

16. $a + \sqrt{2}, 3 + b\sqrt{2}$ 의 합과 곱이 모두 유리수가 되도록 하는 유리수 a, b 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 3$

▷ 정답 : $b = -1$

해설

합 : $(a + \sqrt{2}) + (3 + b\sqrt{2}) = 3 + a + \sqrt{2} + b\sqrt{2}$

곱 : $(a + \sqrt{2})(3 + b\sqrt{2}) = 3a + ab\sqrt{2} + 3\sqrt{2} + 2b$

합과 곱이 모두 유리수가 되기 위해서 근호가 없어져야 하므로

합 : $\sqrt{2} + b\sqrt{2} = 0 \quad \therefore b = -1$

곱 : $ab\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 0 \quad \therefore a = 3$

17. 다음의 표는 제곱근표의 일부이다. 이 표를 이용하여 $\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\sqrt{3}-\frac{9}{\sqrt{3}}\right)$ 의 값을 구하면?

수	0	1	2
1	1.000	1.005	1.010
2	1.414	1.418	1.421
3	1.732	1.735	1.738
4	2	2.002	2.005
5	2.236	2.238	2.241
6	2.449	2.452	2.454
7	2.646	2.648	2.650
8	2.828	2.830	2.832

- ① 1.414
- ② -1.732
- ③ 1.732
- ④ -2.449
- ⑤ 2.449

해설

$$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}-\frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=-\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=-\sqrt{6}=-2.449$$

18. 다음은 인수분해 과정을 나타낸 것이다. 안에 들어갈 말을 차례대로 나열한 것은?

$$\textcircled{㉠} \quad 2x^3 - 8x^2 - 10x = 2x(x^2 - 4x - 5)$$
$$= 2x(x - 5)(\text{})$$

$$\textcircled{㉡} \quad (x + y)^2 + 3(x + y) + 2 \text{ 에서 } \text{} \text{를 A 로 치환한다.}$$

- ① $x - 1, x - y$

② $x - 1, x + y$

③ $x + 1, x - y$
- ④ $x + 1, x + y$

⑤ $x, x + y$

해설

$$\textcircled{㉠} \quad 2x^3 - 8x^2 - 10x = 2x(x^2 - 4x - 5)$$
$$= 2x(x - 5)(x + 1)$$

19. 다음 자연수 중 $3^{16} - 1$ 을 나누어 떨어지게 하는 수가 아닌 것은?

① 2

② 4

③ 5

④ 9

⑤ 10

해설

$$\begin{aligned} 3^{16} - 1 &= (3^8 - 1)(3^8 + 1) \\ &= (3^4 - 1)(3^4 + 1)(3^8 + 1) \\ &= (3^2 - 1)(3^2 + 1)(3^4 + 1)(3^8 + 1) \\ &= (3 - 1)(3 + 1)(3^2 + 1)(3^4 + 1)(3^8 + 1) \\ &= 2 \times 4 \times 10 \times 82 \times 6562 \end{aligned}$$

20. $\sqrt{18}$ 의 소수 부분을 a , $2\sqrt{5}$ 의 정수 부분을 b 라 할 때,
 $\frac{a^3 - b^3 + a^2b - ab^2}{a - b}$ 의 값을 구하면?

① 13 ② 15 ③ 18 ④ 20 ⑤ 24

해설

$$4 < \sqrt{18} < 5 \text{ 이므로 } a = \sqrt{18} - 4$$

$$4 < \sqrt{20} < 5 \text{ 이므로 } b = 4$$

$$a + b = \sqrt{18}$$

$$\begin{aligned} \text{(준식)} &= \frac{a(a^2 - b^2) + b(a^2 - b^2)}{a(a + b)(a - b) + b(a + b)(a - b)} \\ &= \frac{(a - b)(a + b)^2 - b}{a - b} \\ &= (a + b)^2 \\ &= 18 \end{aligned}$$

21. 실수 x, k 에 대하여 $\sqrt{(x+k)^2} + \sqrt{(x-k)^2} = 2k$ 가 k 의 값에 관계없이 항상 성립하기 위한 x 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-k < x < k$

해설

$\sqrt{(x+k)^2} + \sqrt{(x-k)^2} = 2k$ 에서
 $|x+k| + |x-k| = 2k$ 가 되려면
 $x+k > 0, x-k < 0$ 이다.
 $\therefore -k < x < k$

22. 정사각형 A, B, C가 있다. A의 넓이는 s 이고, A의 넓이는 B의 2배, B의 넓이는 C의 3배일 때, C의 넓이를 s 를 사용한 식으로 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{s}{6}$

해설

$$(\text{B의 넓이}) = \frac{1}{2} \times (\text{A의 넓이}) = \frac{1}{2}s$$

$$(\text{C의 넓이}) = \frac{1}{3} \times (\text{B의 넓이}) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2}s = \frac{1}{6}s$$

따라서 C의 넓이는 $\frac{s}{6}$ 이다.

23. $x^2 + Ax + 12 = (x + a)(x + b)$ 일 때, 다음 중 상수 A 의 값이 될 수 없는 것은?(단, a, b 는 정수)

- ① 8 ② -13 ③ -8 ④ -7 ⑤ 1

해설

$ab = 12$ 가 되는 경우
 $(\pm 1, \pm 12), (\pm 2, \pm 6), (\pm 3, \pm 4)$
 $A = a + b$ 이므로
 A 가 될 수 있는 수는 $\pm 13, \pm 8, \pm 7$

24. $b = a + 2c - \sqrt{3}$ 일 때, $a^2 + b^2 + 4c^2 - 2ab - 4bc + 4ca$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{aligned} b &= a + 2c - \sqrt{3} \text{ 에서 } a - b + 2c = \sqrt{3} \\ \therefore a^2 + b^2 + 4c^2 - 2ab - 4bc + 4ca \\ &= a^2 + (-b)^2 + (2c)^2 \\ &\quad + 2(a)(-b) + 2(-b)(2c) + 2(2c)(a) \\ &= (a - b + 2c)^2 \\ &= (\sqrt{3})^2 = 3 \end{aligned}$$

25. 밑면의 가로와 세로의 길이가 각각 $2x-1$, $x-y$ 인 정육면체의 부피가 $2x^3+x^2-2x^2y-x-xy+y$ 이다. 이 때 x, y 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 2$

▷ 정답 : $y = -1$

해설

y 에 관하여 내림차순으로 정리하면

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= y(-2x^2-x+1)+2x^3+x^2-x \\ &= y(-2x^2-x+1)+x(2x^2+x-1) \\ &= (x-y)(2x^2+x-1) \\ &= (x-y)(2x-1)(x+1)\end{aligned}$$

정육면체이므로 $x-y=2x-1=x+1$ 이다.

$$\therefore x=2, y=-1$$