

1. 자연수 A 의 양의 제곱근을 a , 자연수 B 의 음의 제곱근을 b 라고 할 때, 다음 보기에서 옳은 것을 모두 고르면? (단, $A < B$)

보기

㉠ $a + b = 0$

㉡ $ab < 0$

㉢ $a^2 < b^2$

㉣ $a - b > 0$

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉡, ㉣

④ ㉠, ㉡, ㉢

⑤ ㉡, ㉢, ㉣

해설

$|a| < |b| \cdots (1)$

$a > 0, b < 0 \cdots (2)$

(1), (2)에 의해 $\ominus a + b < 0$

2. 1부터 9까지의 숫자가 적힌 카드가 한 장씩 있다. 이 카드 중에서 임의로 3장을 뽑을 때, $\sqrt{126abc}$ 가 자연수가 되는 경우는 모두 몇 가지인가?

- ① 5
- ② 6
- ③ 7
- ④ 8
- ⑤ 9

해설

$$\sqrt{126abc} = \sqrt{2 \times 3^2 \times 7 \times abc}$$

$abc = 14$ 또는 $abc = 56$ 또는 $abc = 126$
 $abc = 224$ 또는 $abc = 504$
 $abc = 14$ 일 때, (1, 2, 7)
 $abc = 56$ 일 때, (1, 7, 8), (2, 4, 7)
 $abc = 126$ 일 때, (2, 7, 9), (3, 6, 7)
 $abc = 224$ 일 때, (4, 7, 8)
 $abc = 504$ 일 때, (7, 8, 9)

3. $\sqrt{59+a}=b$ 라 할 때, b 가 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 a 와 그 때의 b 의 합 $a+b$ 의 값은?

① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

해설

59 보다 큰 제곱수는 64, 81, 100, ... 이므로
 $59+a=64, 81, 100, \dots$
 $\therefore a=5, 22, 41, \dots$
따라서 가장 작은 자연수 $a=5$, $b=\sqrt{59+5}=8$ 이다.
 $\therefore a+b=5+8=13$

4. $\sqrt{5} < x < \sqrt{A}$ 를 만족하는 정수 x 의 개수가 2개일 때, 이 식을 성립하게 하는 정수 A 는 모두 몇 개인가?

① 8 개 ② 9 개 ③ 10 개 ④ 11 개 ⑤ 12 개

해설

$\sqrt{5} < x < \sqrt{A}$ 를 만족하는 정수 x 가 2 개가 되려면 $4 < \sqrt{A} \leq 5$ 여야 하므로 $16 < A \leq 25$
 $A = 17, 18 \cdots 23, 24, 25$ 이므로 9 개이다.

5. $f(x) = \sqrt{x+1} - \sqrt{x}$ 이고, $S(x) = f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(x)$ 이라고 한다. 100 이하의 자연수 n 에 대하여 $S(n)$ 의 값이 자연수가 되는 n 을 모두 고르면?

① 8 ② 15 ③ 35 ④ 50 ⑤ 99

해설

$$S(n) = (\sqrt{2} - 1) + (\sqrt{3} - \sqrt{2}) + (\sqrt{4} - \sqrt{3}) + \dots + (\sqrt{n+1} - \sqrt{n}) = \sqrt{n+1} - 1$$

$$\textcircled{1} \ n = 8 \text{ 일 때, } S(n) = 3 - 1 = 2$$

$$\textcircled{2} \ n = 15 \text{ 일 때, } S(n) = 4 - 1 = 3$$

$$\textcircled{3} \ n = 35 \text{ 일 때, } S(n) = 6 - 1 = 5$$

$$\textcircled{4} \ n = 50 \text{ 일 때, } S(n) = \sqrt{51} - 1$$

$$\textcircled{5} \ n = 99 \text{ 일 때, } S(n) = 10 - 1 = 9$$

따라서 ①, ②, ③, ⑤가 답이다.

6. 연립방정식 $\begin{cases} \sqrt{2}x + \sqrt{3}y = 5\sqrt{6} \\ \sqrt{3}x - 2\sqrt{2}y = -2 \end{cases}$ 를 풀면?

① $x = \frac{17}{7}\sqrt{3}, y = \frac{18}{7}\sqrt{2}$

③ $x = \frac{17}{7}\sqrt{2}, y = \frac{18}{7}\sqrt{3}$

⑤ $x = \frac{17}{7}\sqrt{3}, y = \frac{18}{7}\sqrt{3}$

② $x = \frac{18}{7}\sqrt{2}, y = \frac{17}{7}\sqrt{3}$

④ $x = \frac{18}{7}\sqrt{3}, y = \frac{17}{7}\sqrt{2}$

해설

$$\begin{cases} \sqrt{2}x + \sqrt{3}y = 5\sqrt{6} \cdots \textcircled{1} \\ \sqrt{3}x - 2\sqrt{2}y = -2 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{1} \times 2\sqrt{2} + \textcircled{2} \times \sqrt{3}$ 을 하면

$$\begin{array}{r} 4x + 2\sqrt{6}y = 20\sqrt{3} \\ +) 3x - 2\sqrt{6}y = -2\sqrt{3} \\ \hline 7x = 18\sqrt{3} \end{array}$$

$$\therefore x = \frac{18}{7}\sqrt{3}$$

$\textcircled{2}$ 에 $x = \frac{18}{7}\sqrt{3}$ 을 대입하면

$$\frac{54}{7} - 2\sqrt{2}y = -2, \quad \sqrt{2}y = \frac{34}{7}$$

$$y = \frac{17}{7}\sqrt{2}$$

7. 일차방정식 $(\sqrt{3} + 1)x = (4 - \sqrt{3})(\sqrt{3} + 2)$ 의 해는 $x = a + b\sqrt{3}$ 이다. 이때, $\sqrt{a+b}$ 의 값은? (단, a, b 는 유리수)

① 0

② 1

③ $\sqrt{2}$

④ $\sqrt{3}$

⑤ 2

해설

$$(\sqrt{3} + 1)x = (4 - \sqrt{3})(\sqrt{3} + 2)$$

$$x = \frac{(4 - \sqrt{3})(\sqrt{3} + 2)}{\sqrt{3} + 1}$$

$$= \frac{2\sqrt{3} + 5}{\sqrt{3} + 1}$$

$$= \frac{(2\sqrt{3} + 5)(\sqrt{3} - 1)}{(\sqrt{3} + 1)(\sqrt{3} - 1)}$$

$$= \frac{1 + 3\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{따라서, } \sqrt{a+b} = \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{3}{2}} = \sqrt{2}$$

8. $f(a) = \sqrt{a+1} + \sqrt{a}$ 일 때, $\frac{1}{f(4)} + \frac{1}{f(5)} + \cdots + \frac{1}{f(9)}$ 의 값을 구하면?

① $-\frac{1}{2}$

② -2

③ $\sqrt{10} - 2$

④ $\sqrt{10} - \sqrt{5}$

⑤ $\sqrt{10} + \sqrt{5} - 2$

해설

$$f(a) = \sqrt{a+1} + \sqrt{a} \text{ 에서}$$

$$\frac{1}{f(a)} = \frac{1}{\sqrt{a+1} + \sqrt{a}} = \sqrt{a+1} - \sqrt{a}$$

$$\text{따라서, } \frac{1}{f(4)} + \frac{1}{f(5)} + \cdots + \frac{1}{f(9)} = \sqrt{5} - 2 + \sqrt{6} - \sqrt{5} + \cdots + \sqrt{10} - \sqrt{9} = \sqrt{10} - 2$$

9. $\sqrt{1.43}$ 의 값을 a 라 하고, $\sqrt{b} = 1.105$ 일 때, a, b 의 값은?

수	0	1	2	3	...
1.0	1.000	1.005	1.010	1.015	...
1.1	1.049	1.054	1.058	1.063	...
1.2	1.095	1.100	1.105	1.109	...
1.3	1.140	1.145	1.149	1.153	...
1.4	1.183	1.187	1.192	1.196	...

- ① $a = 1.000, b = 1.13$
- ② $a = 1.005, b = 1.15$
- ③ $a = 1.049, b = 1.42$
- ④ $a = 1.196, b = 1.22$
- ⑤ $a = 1.192, b = 1.23$

해설

표에서 1.43을 찾으면 1.196이므로 $\sqrt{1.43} = 1.196$ 이고, 제곱근의 값이 1.105인 것을 찾으면 1.22이므로 $\sqrt{1.22} = 1.105$ 이다. 따라서 $a = 1.196, b = 1.22$ 이다.

10. 다음 중 인수분해한 것이 옳지 않은 것은?

① $4x^2 + 12x + 9 = (2x + 3)^2$

② $\frac{1}{4}x^2 + x + 1 = \left(\frac{1}{2}x + 1\right)^2$

③ $x^2 - x + \frac{1}{4} = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2$

④ $3x^2 + 6x + 3 = 3(x + 1)^2$

⑤ $x^2 + 10x + 25 = (x + 5)^2$

해설

③ $x^2 - x + \frac{1}{4} = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2$

11. $x^2 + Ax + 12 = (x + a)(x + b)$ 일 때, 다음 중 상수 A 의 값이 될 수 없는 것은?(단, a, b 는 정수)

① 8 ② -13 ③ -8 ④ -7 ⑤ 1

해설

$ab = 12$ 가 되는 경우
 $(\pm 1, \pm 12), (\pm 2, \pm 6), (\pm 3, \pm 4)$
 $A = a + b$ 이므로
 A 가 될 수 있는 수는 $\pm 13, \pm 8, \pm 7$

12. $\frac{x^2 - y^2}{xy - y^2} = 3$ 일 때, $x^2 - 4xy + 4y^2 - 8x + 16y - 11$ 의 값은? (단, $x \neq y$)

① -13

② -7

③ -5

④ -3

⑤ -11

해설

$$\frac{x^2 - y^2}{xy - y^2} = 3 \text{ 에서 } \frac{(x + y)(x - y)}{y(x - y)} = 3,$$

$x \neq y$ 이므로 $x - y \neq 0$

따라서, $\frac{x + y}{y} = 3, x = 2y$

$x = 2y$ 를 대입하면

$$\begin{aligned} x^2 - 4xy + 4y^2 - 8x + 16y - 11 \\ = 4y^2 - 8y^2 + 4y^2 - 16y + 16y - 11 = -11 \end{aligned}$$

13. $a + b = 3$, $ab = 1$ 일 때, $a^2(a - b) + b^2(b - a)$ 의 값은?

① 13

② 15

③ 17

④ 18

⑤ 20

해설

$$(a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab = 3^2 - 4 \times 1 = 5$$

$$\begin{aligned}\therefore (\text{준식}) &= a^2(a - b) - b^2(a - b) \\ &= (a - b)(a^2 - b^2) \\ &= (a - b)^2(a + b) \\ &= 5 \times 3 = 15\end{aligned}$$

14. 부피가 $x^3 + x^2y - x - y$ 인 직육면체의 밑면의 가로와 세로의 길이가 각각 $x - 1, x + 1$ 일 때, 이 직육면체의 높이를 구하면?

① $x + y$

② $x - y^2$

③ $x^2 + y$

④ $x + y^2$

⑤ $x - y$

해설

$$\begin{aligned} & x^3 + x^2y - x - y \\ &= x^2(x + y) - (x + y) \\ &= (x + y)(x + 1)(x - 1) \text{ 이다.} \end{aligned}$$

따라서 직육면체의 높이는 $x + y$ 이다.

15. 이차방정식 $x - \frac{3}{x} = 6$ 의 두 근을 p, q 라고 할 때 $(p^2 - 6p + 5)(q^2 - 6q + 3)$ 의 값을 구하면?

- ① 12 ② 24 ③ 36 ④ 48 ⑤ 50

해설

$x - \frac{3}{x} = 6$ 의 양변에 x 를 곱하면 $x^2 - 6x - 3 = 0$
 $x = p, x = q$ 를 각각 대입하면
 $p^2 - 6p - 3 = 0$ 에서 $p^2 - 6p = 3$
 $q^2 - 6q - 3 = 0$ 에서 $q^2 - 6q = 3$
 $\therefore (p^2 - 6p + 5)(q^2 - 6q + 3) = (3 + 5)(3 + 3) = 48$