**1.** 다음 $x, y$의 다항식 P, Q에 대해 P + Q를 계산하면, 항의 개수는 (㉠)개이고, 계수의 총합은 (㉡)이다. ㉠, ㉡에 알맞은 수를 차례로 써라.

$$\mathrm{P} = 5x^2y + 2y^2 + 2x^3$$
$$\mathrm{Q} = x^3 - 3y^2 + 2xy^2$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠ 4

▷ 정답 : ㉡ 9

해설

동류항끼리 정리하면

$\mathrm{P} + \mathrm{Q} = 3x^3 + 5x^2y + 2xy^2 - y^2$

항의 개수는 4개이고 계수의 총합은 9이다.

**2.** 다음 중 $x^4 - x^2$ 의 인수가 아닌 것은?

① $x$　　② $x-1$　　③ $x+1$

④ $x^3 - x$　　⑤ $x^4$

해설

$$\begin{aligned} x^4 - x^2 &= x\left(x^3 - x\right) \\ &= x^2\left(x^2 - 1\right) \\ &= x^2(x-1)(x+1) \end{aligned}$$

**3.** 다음은 조립제법을 이용하여 다항식 $x^3-2x^2+5x-3$을 $x-1$로 나누었을 때의 몫과 나머지를 구한 것이다. 몫과 나머지가 바르게 연결된 것은?

① 몫: $x-1$, 나머지: $1$

② 몫: $x-1$, 나머지: $4$

③ 몫: $x^2-x-4$, 나머지: $1$

④ 몫: $x^2-x+4$, 나머지: $1$

⑤ 몫: $x^2-x+4$, 나머지: $x-1$

해설

조립제법을 이용하면

$$\begin{array}{c|cccc}
1 & 1 & -2 & 5 & -3 \\
 &  & 1 & -1 & 4 \\
\hline
 & 1 & -1 & 4 & \boxed{1}
\end{array}$$

$\therefore\ x^3+2x^2+5x-3=(x-1)(x^2-x+4)+1$

따라서 몫은 $x^2-x+4$, 나머지는 $1$

**4.** $(125^2 - 75^2) \div \{5 + (30 - 50) \div (-4)\}$의 값은?

① 75 ② 125 ③ 900 ④ 1000 ⑤ 1225

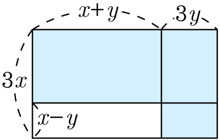
해설

$$\begin{aligned} 125^2 - 75^2 &= (125+75)(125-75) \\ &= 200 \times 50 = 10000 \end{aligned}$$

$$5 + (30 - 50) \div (-4) = 5 + -\frac{20}{-4} = 10$$

(준 식)$= 10000 \div 10 = 1000$

**5.** 다음 그림의 직사각형에서 색칠한 부분의 넓이를 나타내는 식을 세워 전개하였을 때, $y^2$ 항의 계수는?




① $-2$ ② $-1$ ③ $0$ ④ $1$ ⑤ $2$

**해설**

$(x+4y)(3x)-(x+y)(x-y)$
$=3x^2+12xy-x^2+y^2$
$=2x^2+12xy+y^2$

**6.** $(2x^3-3x^2+3x+4)(3x^4+2x^3-2x^2-7x+8)$을 전개한 식에서 $x^3$의 계수는?

① 31 ② 33 ③ 35 ④ 37 ⑤ 39

해설

$$2x^3\times 8-3x^2\times(-7x)+3x\times(-2x^2)+4\times 2x^3=39x^3$$

**7.** $f(x)=x^3-3x^2+3x+1$일 때, $f(x)-2=x(x^2-1)+a(x-x^2)+b(x^2-1)$가 항상 성립하도록 하는 상수 $a,\ b$에 대하여 $a+b$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$f(x)-2=x^3-3x^2+3x-1$이므로

$x^3-3x^2+3x-1=x(x^2-1)+a(x-x^2)+b(x^2-1)$

$=x^3+(-a+b)x^2+(a-1)x-b\cdots$㉠

㉠이 $x$에 대한 항등식이므로 양변의 차수가 같은 항의 계수가 같아야 한다.

즉, $-a+b=-3,\ a-1=3,\ b=1$

이므로 $a=4,\ b=1$

$\therefore\ a+b=5$

**8.** $2x^2-3x-2=a(x-1)(x+2)+bx(x+2)+cx(x-1)$이 $x$에 대한 항등식이 되도록 $a,\ b,\ c$의 값을 정하면?

① $a=1,\ b=-1,\ c=2$
② $a=-1,\ b=1,\ c=-2$
③ $a=1,\ b=1,\ c=2$
④ $a=-1,\ b=-1,\ c=-2$
⑤ $a=1,\ b=-1,\ c=-2$

해설

수치대입법을 이용한다.
$x=0$을 대입 $-2=-2a \quad \therefore\ a=1$
$x=1$을 대입 $-3=3b \quad \therefore\ b=-1$
$x=-2$를 대입 $12=6c \quad \therefore\ c=2$

**9.** $x^3-2x^2+a$ 가 $x+3$ 로 나누어 떨어지도록 상수 $a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a=45$

해설

$f(-3)=(-3)^3-2(-3)^2+a=a-45=0$

$\therefore\ a=45$

**10.** 다항식 $f(x)$를 두 일차식 $x-1$, $x-2$로 나눌 때의 나머지는 각각 2, 1이다. 이때, $f(x)$를 $x^2-3x+2$로 나눌 때 나머지는?

① $x+3$ ② $-x+3$ ③ $x-3$

④ $-x-3$ ⑤ $-x+1$

해설

$f(x)$를 $x-1$, $x-2$로 나눈 나머지는 각각 $2, 1$이므로
$f(1)=2, f(2)=1$, 구하는 나머지를 $ax+b$라 하자.

$$f(x) = (x^2-3x+2)Q(x)+ax+b$$
$$= (x-1)(x-2)Q(x)+ax+b$$

양변에 각각 $x=1$, $x=2$를 대입하면
$f(1)=a+b=2$, $f(2)=2a+b=1$
두 식을 연립하여 구하면 $a=-1, b=3$
$\therefore$ 구하는 나머지는 $-x+3$

**11.** $x^4+3x^2+4=(x^2+x+2)(x^2+ax+b)$ 일 때, 상수 $a, b$ 의 곱을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-2$

해설

$$(\text{좌 변})=(x^2+2)^2-x^2$$
$$=(x^2+x+2)(x^2-x+2)$$
$$\therefore\ a=-1,\ b=2$$
$$\therefore ab=-1\times 2=-2$$

**12.** 사차식 $3x^4-5x^2+4x-7$을 이차식 $A$로 나누었더니 몫이 $x^2-2$이고 나머지가 $4x-5$일 때, 이차식 $A$를 구하면?

① $3x^2-2$ ② $3x^2-1$ ③ $3x^2$

④ $3x^2+1$ ⑤ $3x^2+2$

해설

검산식 : $3x^4-5x^2+4x-7=A(x^2-2)+4x-5$

$$A=\frac{3x^4-5x^2-2}{x^2-2}=3x^2+1$$

**13.** 세 모서리의 길이의 합이 22이고 대각선의 길이가 14인 직육면체의 겉넓이는?

① 144 ② 196 ③ 288 ④ 308 ⑤ 496

해설

세 모서리를 $x$, $y$, $z$라 하면

$x+y+z=22 \cdots\cdots$ ①

$\sqrt{x^2+y^2+z^2}=14 \cdots\cdots$ ②이고

겉넓이는 $2(xy+yz+zx)$이다.

①, ② 에서 $22^2=14^2+2(xy+yz+zx)$

$\therefore\ 2(xy+yz+zx)=288$

**14.** 다항식 $x^3 - 4x^2 + ax + b$가 $x^2 + 2$로 나누어 떨어질 때, $3a + b$의 값은?

① $-1$　　② $-2$　　③ $-3$　　④ $-4$　　⑤ $-5$

해설

$f(x) = x^3 - 4x^2 + ax + b$

$= (x^2 + 2)(x - \alpha)$ 라 놓을 수 있다.

$x^3 - \alpha x^2 + 2x - 2\alpha = x^3 - 4x^2 + ax + b$

$\therefore\ \alpha = 4,\quad a = 2,\quad b = -8$

$\therefore\ 3a + b = -2$

**15.** 다항식 $x^3+ax^2+bx+c$ 를 $x+2$로 나누면 3이 남고, $x^2-1$로 나누면 떨어진다. 이 때, $abc$의 값을 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$x^3+ax^2+bx+c=(x+2)Q_1(x)+3$$
$$=(x+1)(x-1)Q_2(x)$$

$f(-2)=3\quad f(1)=0\quad f(-1)=0$

$x=-2$ 대입, $-8+4a-2b+c=3$

$x=-1$ 대입, $-1+a-b+c=0$

$x=1$ 대입, $1+a+b+c=0$

세 식을 연립해서 구하면

$a=3, b=-1, c=-3$

$\therefore\ abc=9$

**16.** $a^2+ab+a-b-2$의 인수로 적당한 것은?

① $a-b-2$　② $a+b-2$　③ $a+b+2$

④ $a+1$　⑤ $b+1$

해설

$a$에 관한 내림차순으로 정리 후 인수분해 한다.

$$
\begin{aligned}
(\text{준식}) &= a^2+ab+a-b-2 \\
&= a^2+(b+1)a-b-2 \\
&= (a+b+2)(a-1)
\end{aligned}
$$

**17.** 모든 실수 $x$에 대하여 등식 $x^{2007}+1=a_0+a_1(x+4)+a_2(x+4)^2+\cdots+a_{2007}(x+4)^{2007}$이 성립할 때, $a_0+a_1+a_2+\cdots+a_{2007}$의 값은?

① $(-3)^{2007}+1$ ② $0$ ③ $3^{2007}+1$

④ $1$ ⑤ $3^{2007}+3$

**해설**

양변에 $x=-3$을 대입하면

$(-3)^{2007}+1=a_0+a_1+\cdots+a_{2007}$

**18.** 다항식 $f(x)$를 $ax+b(a \neq 0)$로 나눌 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $R$이라고 한다. $xf(x)$를 $x+\frac{b}{a}$로 나눈 나머지를 구하면 ?

① $\frac{bR}{a}$ ② $\frac{b}{Ra}$ ③ $-\frac{b}{a}R$ ④ $\frac{aR}{b}$ ⑤ $-\frac{aR}{b}$

해설

$f(x) = (ax+b)Q(x)+R$

$= a\left(x+\frac{b}{a}\right)Q(x)+R$

$\therefore\ x \cdot f(x)$

$= ax\left(x+\frac{b}{a}\right)Q(x)+Rx$

$= ax\left(x+\frac{b}{a}\right)Q(x)+R\left(x+\frac{b}{a}\right)-\frac{b}{a}R$

$= \left(x+\frac{b}{a}\right)\{axQ(x)+R\}-\frac{b}{a}R$

따라서, 구하는 몫은 $axQ(x)+R$

나머지는 $-\frac{bR}{a}$

해설

$f(x) = (ax+b)Q(x)+R$에서

나머지 정리에 의해 $f(-\frac{b}{a}) = R$

$x \cdot f(x) = \left(x+\frac{b}{a}\right)Q'(x)+R'$이라 하면

나머지 정리에 의해 $-\frac{b}{a}f(-\frac{b}{a}) = R'$

$f(-\frac{b}{a}) = R$를 대입하면 $R' = -\frac{b}{a}R$

**19.** 다항식 $(x+1)(x+3)(x+5)(x+7)+a$가 이차다항식의 완전제곱꼴이 되도록 $a$의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$(x+1)(x+3)(x+5)(x+7)+a$
$= (x+1)(x+7)(x+3)(x+5)+a$
$= (x^2+8x+7)(x^2+8x+15)+a$
$x^2+8x=A$로 놓으면
(준식) $= (A+7)(A+15)+a$
$= A^2+22A+105+a$
$= (A+11)^2-16+a$
따라서, $a=16$일 때 이차식 $x^2+8x+11$의 완전제곱식이 된다.

**20.** 두 다항식 $f(x)=x^3+x^2+ax-3$ ,$g(x)=x^3-x^2+bx+3$의 최대공약수 $G(x)$가 $x$의 이차식일 때, $ab$를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$f(x)=x^3+x^2+ax-3$

$g(x)=x^3-x^2+bx+3$

$f(x)-g(x)=2x^2+(a-b)x-6$

$$\begin{aligned} f(x)+g(x) &= 2x^3+(a+b)x \\ &= x\{2x^2+(a+b)\} \end{aligned}$$

$G(x)$ 는 $f(x)-g(x), f(x)+g(x)$ 의 공약수이다.

$\therefore\ 2x^2+(a-b)x-6=2x^2+(a+b)$

$a-b=0,\ a+b=-6$

$\therefore\ a=-3, b=-3$ , $ab=9$