

1. 어떤 수를 7로 나누었더니 몫이 5이고, 나머지가 3이었다. 이 수를 4로 나누었을 때의 나머지는?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

(어떤 수) $= 7 \times 5 + 3 = 4 \times 9 + 2$ 이므로 나머지는 2이다.

2. 36의 소인수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 2 개

해설

$36 = 2^2 \times 3^2$ 이므로 소인수는 2, 3이고, 개수는 2개이다.

3. 두 수 A 와 B 의 최대공약수가 24 일 때, 다음 중 A 와 B 의 공약수인 것은?

① 5 ② 7 ③ 9 ④ 10 ⑤ 12

해설

공약수는 최대공약수의 약수이다.

⑤ 12 는 24 의 약수이다.

4. 두 수 $2^2 \times 3, 2 \times 3^3 \times 5$ 의 최대공약수는?

① 2×3

② 2×5

③ 3×5

④ $2^2 \times 3$

⑤ 2×3^2

해설

$2^2 \times 3, 2 \times 3^3 \times 5$ 의 최대공약수는 2×3 이다.

5. 두 자연수 A, B 의 최소공배수가 36 일 때, A 와 B 의 공배수 중 200 에 가장 가까운 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 216

해설

최소공배수의 배수인 36, 72, 108, 144, 180, 216, ... 중 200 에 가장 가까운 수는 216 이다.

6. 고속버스 터미널에서 대전행 버스는 10 분마다 한 대씩, 광주행 버스는 15 분마다, 여수행 버스는 18 분마다 한 대씩 출발한다. 세 버스가 오전 9 시에 동시에 출발했을 때, 바로 다음으로 동시에 출발하는 시각은?
- ① 오전 9 시 30 분

② 오전 10 시

③ 오전 10 시 30 분

④ 오후 9 시

⑤ 오후 9 시 30 분

해설

10 , 15 , 18 의 최소공배수를 구한다.

5) 10 15 18

2) 2 3 18

3) 1 3 9

1 1 3

$\therefore 5 \times 2 \times 3 \times 1 \times 1 \times 3 = 90$

따라서 오전 9 시부터 90 분 후인 오전 10 시 30 분에 동시에 출발한다.

7. 120보다 작은 7의 배수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 17 개

해설

$120 \div 7 = 17.14 \cdots$
즉, $7 \times 1 = 7$, $7 \times 2 = 14$, $\cdots$, $7 \times 17 = 119$

8. 다음 중 옳은 것은?

① $2^3 = 6$

② $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4 = 12$

③ $2 \times 2 \times 7 \times 7 = 2^2 \times 7^2 = 4 \times 49 = 196$

④ $\frac{1}{3 \times 3 \times 3 \times 3} = \frac{1}{4^3} = \frac{1}{64}$

⑤ $\frac{1}{2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5} = \frac{1}{2^2 \times 3 \times 5} = \frac{1}{60}$

해설

① $2^3 = 8$

② $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4 = 81$

④ $\frac{1}{3 \times 3 \times 3 \times 3} = \frac{1}{3^4} = \frac{1}{81}$

⑤ $\frac{1}{2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5} = \frac{1}{2^2 \times 3^2 \times 5^2} = \frac{1}{900}$

9. 다음은 골드바흐가 생각해낸 소수에 관한 추측이다. 골드바흐의 추측을 설명한 것이 아닌 것은?

보기

[골드바흐의 추측]
2 보다 큰 모든 짝수는 두 소수의 합으로 나타낼 수 있다.

- ① $12 = 5 + 7$
- ② $14 = 3 + 11$
- ③ $16 = 5 + 11$
- ④ $18 = 7 + 11$
- ⑤ $20 = 9 + 11$

해설

소수는 2, 3, 5, 7, 11, 13, ... 이므로 골드바흐의 추측을 설명한 것이 아닌 것은 $20 = 9 + 11$ 이다.

10. 자연수 864 의 약수의 개수와 $2^2 \times 3 \times 5^n$ 의 약수가 개수가 같을 때, n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$864 = 2^5 \times 3^3$ 이므로

약수의 개수는 $(5 + 1) \times (3 + 1) = 24$ (개)

$2^2 \times 3 \times 5^n$ 의 약수의 개수는

$(2 + 1) \times (1 + 1) \times (n + 1) = 6 \times (n + 1)$ (개)

$6 \times (n + 1) = 24$ 이므로 $n + 1 = 4$

$\therefore n = 3$

11. $3^3 \times a$ 는 약수의 개수가 12 인 수 중 가장 작은 홀수라고 할 때, a 에 맞는 수를 구하면?

① 1 ② 4 ③ 9 ④ 25 ⑤ 36

해설

$$12 = 4 \times 3 = (3 + 1) \times (2 + 1)$$

$3^3 \times a$ 가 홀수이므로

a 는 3 보다 큰 소수의 제곱수이므로 $5^2 = 25$

12. 세 수 250, 360, 960 의 최대공약수는?

① 2^2

② 2×5

③ $2^2 \times 5^2$

④ $2 \times 3 \times 5$

⑤ $2^2 \times 3 \times 5$

해설

$250 = 2 \times 5^3$, $360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$,
 $960 = 2^6 \times 3 \times 5$ 이므로
최대공약수는 2×5

13. 세 수 42, 24, 63 의 최소공배수는?

① $2^2 \times 3^2 \times 5$

② $2^2 \times 3^2 \times 7$

③ $2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7$

④ $2^3 \times 3^2 \times 5^2$

⑤ $2^3 \times 3^2 \times 7$

해설

$42 = 2 \times 3 \times 7$, $24 = 2^3 \times 3$, $63 = 3^2 \times 7$ 이므로 최소공배수는 $2^3 \times 3^2 \times 7$ 이다.

14. 가로 길이가 200cm, 세로 길이가 120cm인 직사각형 모양의 욕실 바닥에 남은 부분이 없도록 가능한 한 큰 정사각형 모양의 타일을 붙이려고 한다. 이때, 타일의 한 변의 길이를 a , 필요한 타일의 개수를 b 라 할 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① 55 ② 57 ③ 58 ④ 64 ⑤ 70

해설

200, 120의 최대공약수는 40이므로 타일 한 변의 길이는 $a = 40(\text{cm})$

$200 \div 40 = 5$, $120 \div 40 = 3$ 이므로 필요한 타일의 개수는 $b = 5 \times 3 = 15$ (개)

$\therefore a + b = 40 + 15 = 55$

15. 두 자리 자연수 중에서 3, 4, 5, 6 의 어느 수로 나누어도 나머지가 항상 2 인 가장 작은 수를 7 로 나눌 때의 나머지는?

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

구하는 수를 x 이라 하면 $x-2$ 는 3, 4, 5, 6 의 공배수이다. 3, 4, 5, 6 의 최소공배수는 60 이므로 $x-2 = 60$ 이다. 따라서 $x = 62$ 이다. 62 를 7 로 나누면 나머지는 6 이다.

16. 다음 두 자연수의 최소공배수가 96 일 때, 최대공약수를 구하여라.

$8 \times a, \quad 12 \times a$

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$$\begin{array}{l} 8 \times a = 2^3 \times a \\ 12 \times a = 2^2 \times 3 \times a \end{array}$$

최대공약수 : $2^2 \times 3 \times a = 96$
최소공배수 : $2^3 \times a$

$a = 96 \div 8 \div 3 = 4$
따라서 최대공약수는 $2^2 \times a = 16$ 이다.

17. 1부터 100까지의 자연수 중에서 3의 배수이거나 5의 배수인 수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 47

해설

1부터 100까지의 자연수 중에서
3의 배수는 3, 6, 9, $\cdots$, 96, 99의 33개이고,
5의 배수는 5, 10, 15, $\cdots$, 95, 100의 20개이다.
이 중 3과 5의 공배수인 15의 배수의 개수는 6개이므로
 $33 + 20 - 6 = 47$ 개다.

18. 두 분수 $\frac{81}{n}$, $\frac{72}{n}$ 를 자연수로 만드는 n 의 값을 모두 더하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

n 은 81, 72 의 공약수, 공약수는 최대공약수의 약수이므로
81 와 72 의 최대공약수는 9 이다.
9의 약수는 1, 3, 9 이다.
따라서 13 이다.

19. $n = 4p^2q^3$ 일 때, n 의 약수의 개수를 구하여라. (단, $p \neq q \neq 2$ 인 소수)

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 36 개

해설

n 을 소인수분해하면 $n = 4p^2q^3 = 2^2 \times p^2 \times q^3$ 이다.
따라서 약수의 개수는 $(2+1) \times (2+1) \times (3+1) = 36$ (개) 이다.

20. 세 수 3048, 5988, 8088 을 자연수 k 로 나누었을 때, 나머지를 같게 하는 자연수 k 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 24개

해설

3048, 5988, 8088 을 동일한 자연수로 나눌 때 나머지가 모두 같으므로

$A = Ga + r, B = Gb + r, C = Gc + r$ 라고 하면

$$B - A = G(b - a), \quad C - B = G(c - b)$$

이므로 $B-A$, $C-B$ 의 공약수는 A , B , C 를 나누어서 나머지가 같아지는 수들이다.

$8088 - 5988 = 2100$, $5988 - 3048 = 2940$ 이므로 2100 과 2940
 의 공약수를 구하면, 최대공약수가 420 이므로 약수의 개수는
 $420 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7$ 에서 24 개이다.