

1. 원소의 개수가 3 인 집합 A 가 다음 조건을 만족한다.

$$(가) 5 \in A$$

$$(나) x \in A \text{ 이면 } \frac{1}{1-x} \in A$$

이 때 집합 A 의 모든 원소의 곱은?

① -3

② -2

③ -1

④ 1

⑤ 2

해설

$$5 \in A \text{ 이므로 } \frac{1}{1-5} = -\frac{1}{4} \in A$$

$$\text{또 } \frac{1}{1-\left(-\frac{1}{4}\right)} = \frac{1}{\frac{5}{4}} = \frac{4}{5} \in A$$

$$\frac{1}{1-\frac{4}{5}} = \frac{1}{\frac{1}{5}} = 5 \in A$$

$A = \left\{-\frac{1}{4}, \frac{4}{5}, 5\right\}$ 에서 A 의 모든 원소의 곱은 $-\frac{1}{4} \times \frac{4}{5} \times 5 = -1$ 이다.

2. n 이 자연수이고 집합 A, B 가 $A = \{x \mid x = 2 \times n\}$, $B = \{x \mid x = 2 \times n + 1\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $1 \notin B$ ② $4 \in A$ ③ $7 \notin A$ ④ $8 \notin A$ ⑤ $7 \in B$

해설

집합 A 의 원소는 $2, 4, 6, \dots$ 이고 집합 B 의 원소는 $3, 5, 7, \dots$ 이므로 $8 \in A$ 이다.

3. 다음 설명 중 옳은 것은?

① $n(\emptyset) = 1$

② $n(\{a, b, c, d\}) = \{4\}$

③ $A = \{1, 2, 3\}$ 이면 $n(A) = 5$

④ $A = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$ 이면 $n(A) = 4$

⑤ $A = \{x \mid x \text{는 } 1 \text{보다 작은 자연수}\}$ 이면 $n(A) = \emptyset$

해설

① 공집합은 원소의 개수가 0개이므로 $n(\emptyset) = 0$ 이다.

② $n(\{a, b, c, d\}) = 4$

③ $A = \{1, 2, 3\}$ 이면 $n(A) = 3$ 이다.

⑤ 집합 A 는 공집합이므로 $n(A) = 0$ 이다.

4. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 일 때, $X \subset A$, $A - X = \{1, 3, 4, 5\}$ 를 만족하는 집합 X 의 부분집합의 개수는 몇 개인가?

- ① 2 개 ② 4 개 ③ 8 개 ④ 16 개 ⑤ 32 개

해설

$X = \{2\}$ 이므로 X 의 부분집합의 개수는 2 개이다.

5. $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{4, 5, 6\}$ 일 때, 다음 두 조건을 만족시키는 집합 X 는 모두 몇 개인가?

$$(1) (A \cap B) \cup X = X$$

$$(2) (A \cup B) \cap X = X$$

① 2 개

② 4 개

③ 8 개

④ 16 개

⑤ 32 개

해설

(1) 과 (2) 에서 $(A \cap B) \subset X$, $X \subset (A \cup B)$ 이므로

$$(A \cap B) \subset X \subset (A \cup B)$$

$$\therefore \{4, 5\} \subset X \subset \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

따라서 집합 X 는 $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 의 부분집합 중 원소 4, 5 를 반드시 포함하는 부분집합이다.

$$\therefore (\text{집합 } X \text{ 의 개수}) = 2^4 = 16 \text{ (개)}$$

6. $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 의 두 부분집합 $A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{4, 5\}$ 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

① $B \cap A^c = \{4\}$

② $(A \cap B)^c = \{1, 2, 3, 4, 6\}$

③ $(A \cup B)^c = \{2, 6\}$

④ $B^c = \{1, 2, 3, 6\}$

⑤ $A^c = \{4, 5, 6\}$

해설

⑤ $A^c = \{2, 4, 6\}$

7. 교내 수학 퀴즈 대회에서 마지막 남은 5명의 학생에게 다음과 같은 문제가 주어졌다. 5명의 학생이 각각 다음과 같이 답을 썼을 때, 오답으로 탈락하는 학생은 누구인지 말하여라.

문제) 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \subset B$ 일 때, 두 집합 사이의 관계를 다른 방법으로 표현하여라.

은서 : $A \cup B = B$

준서 : $A \cap B = A$

성수 : $B - A = \emptyset$

윤호 : $B^c \subset A^c$

대성 : $A \cap B^c = \emptyset$

▶ 답 :

▷ 정답 : 성수

해설

$A \subset B$ 이면 $A \cup B = B$, $A \cap B = A$, $A - B = \emptyset$, $B^c \subset A^c$, $A \cap B^c = \emptyset$ 이다.

8. 두 집합 $A = \{2, 5, a, 9\}$, $B = \{3, 7, b-2, b+2\}$ 에 대하여 $A-B = \{2, 8\}$ 일 때, $a-b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

집합 A 에서 $a = 8$

$A \cap B = \{5, 9\}$ 이므로

(i) $b+2 = 5$ 일 때, $b = 3$ 이므로

$B = \{1, 3, 5, 7\}$ $A \cap B = \{5\}$ (×)

(ii) $b-2 = 5$ 일 때, $b = 7$ 이므로

$B = \{3, 5, 7, 9\}$ $A \cap B = \{5, 9\}$ (○)

$\therefore a-b = 8-7 = 1$

9. 전체집합 $U = \{a, b, c, d, e, f\}$ 의 부분집합 A, B 에 대하여 $A - B = \{a, b\}$, $B - A = \{e\}$, $A^c \cap B^c = \{c, d\}$ 일 때, 집합 A^c 은?

① $\{b\}$

② $\{e\}$

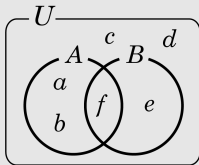
③ $\{b, e\}$

④ $\{c, d\}$

⑤ $\{c, d, e\}$

해설

주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음 그림과 같으므로 $A^c = \{c, d, e\}$ 이다.



10. 전체집합 $U = \{x|x \text{는 } 7 \text{보다 작은 자연수}\}$ 의 두 부분집합 $A = \{x|x \text{는 } 7 \text{보다 작은 홀수}\}$, $B = \{x|x \text{는 } 4 \text{의 약수}\}$ 에 대하여 $A \cap B^c$ 은?

① {3}

② {5}

③ {1, 2}

④ {2, 3}

⑤ {3, 5}

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{1, 2, 4\}$ 이므로 $A \cap B^c = A - B = \{1, 3, 5\} - \{1, 2, 4\} = \{3, 5\}$ 이다.

11. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여, $A^c \cap B^c = \{2, 10\}$, $A^c \cap B = \{3, 6, 9\}$, $A \cap B = \{4, 8\}$ 일 때, 집합 B 의 모든 원소의 합은?

① 10

② 20

③ 30

④ 40

⑤ 50

해설

$A^c \cap B^c = (A \cup B)^c = \{2, 10\}$ 이고, $B - A = \{3, 6, 9\}$ 이므로, 집합 B 는 $B - A$ 와 $A \cap B$ 의 합과 같다. 따라서, $B = \{3, 4, 6, 8, 9\}$ 이고 원소의 합은 30이다.

12. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 홀수}\}$ 일 때, 원소 3 또는 9 를 포함하는 부분집합의 개수를 구하여라.

① 4 개

② 8 개

③ 16 개

④ 24 개

⑤ 32 개

해설

$$A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

원소 3 을 포함하는 부분집합의 개수 :

$$2^{5-1} = 16 \text{ (개)}$$

원소 9 를 포함하는 부분집합의 개수 :

$$2^{5-1} = 16 \text{ (개)}$$

원소 3, 9 를 포함하는 부분집합의 개수 :

$$2^{5-2} = 8 \text{ (개)}$$

원소 3 또는 9 를 포함하는 부분집합의 개수 :

$$16 + 16 - 8 = 24 \text{ (개)}$$

13. 자연수 k 의 양의 배수를 원소로 하는 집합을 A_k 라 할 때, $A_2 \cap (A_4 \cup A_8)$ 을 간단히 하면?

① A_2

② A_3

③ A_4

④ A_5

⑤ A_6

해설

$$A_2 \cap (A_4 \cup A_8) = A_2 \cap A_4 = A_4 \quad (\because A_4 \subset A_2)$$

14. 두 집합 A, B 에 대하여 연산 $\star$ 를 $A \star B = A^c \cap B^c$ 으로 정의할 때 다음 중 $(A \star A) \star B$ 와 같은 집합은?

① A

② B

③ $A \cap B$

④ $A \cup B$

⑤ $A - B$

해설

$$A \star A = A^c \cap A^c = A^c \text{ 이므로 } (A \star A) \star B = A^c \star B = (A^c)^c \cap B^c = A \cap B^c = A - B$$

15. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 20, n(B) = 15, n(A \cup B) = 25$ 일 때, $n(A - B) + n(B - A)$ 를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 15

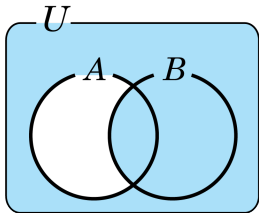
해설

$$\begin{aligned} & n(A - B) + n(B - A) \\ &= n(A) - n(A \cap B) + n(B) - n(A \cap B) \\ &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) - n(A \cap B) \\ &= n(A \cup B) - n(A \cap B) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} n(A \cap B) &= n(A) + n(B) - n(A \cup B) \\ &= 20 + 15 - 25 \\ &= 10 \end{aligned}$$

이므로 $n(A \cup B) - n(A \cap B) = 25 - 10 = 15$ 이다.
따라서 $n(A - B) + n(B - A) = 15$ 이다.

16. 다음 벤 다이어그램에서 $n(U) = 22$, $n(A) = 10$, $n(B) = 17$, $n(A \cup B) = 20$ 일 때, 색칠한 부분이 나타내는 집합의 원소의 개수는?



① 16

② 17

③ 18

④ 19

⑤ 20

해설

색칠된 부분이 나타내는 집합은 $(A - B)^C$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 10 + 17 - n(A \cap B) = 20$$

$$\therefore n(A \cap B) = 7$$

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 10 - 7 = 3$$

$$\therefore n((A - B)^C) = n(U) - n(A - B) = 22 - 3 = 19$$

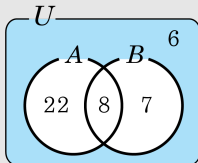
17. 영진이네 반 학생 중 가, 나 책을 읽은 학생이 각각 30명, 15명이었고 가, 나 책을 모두 읽은 학생은 8명, 가 책을 읽지 않은 학생은 15명이었다. 이때, 가 책과 나 책을 모두 읽지 않은 학생 수를 구하여라.

▶ 답: 명

▶ 정답: 8 명

해설

주어진 문제를 벤 다이어그램을 활용하여 해결할 수 있다. 벤 다이어그램의 각 영역에 해당하는 학생의 수를 기입하면 다음과 같다.



18. 은지네반 35명의 학생의 생활습관 조사를 하였다. 11시 이전에 자는 학생이 18명이고, 아침밥을 매일 먹는 학생이 22명이었다. 이때, 11시 이전에 자고 아침밥을 매일 먹는 최대 인원수를 a , 최소 인원수를 b 라고 할 때, a, b 를 각각 구하여라.

▶ 답 :

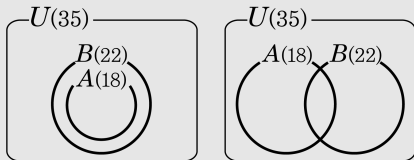
▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 18$

▷ 정답 : $b = 5$

해설

11시 이전에 자는 학생의 집합을 A , 아침밥을 매일 먹는 학생의 집합을 B 라고 할 때, 교집합의 개수의 최대, 최소는 다음 벤 다이어그램을 보면 알 수 있다.



11시 이전에 자는 학생 18명 모두 아침밥을 먹는다고 가정했을 때, 최대인원수는 18명이다. 35명의 학생 중 적어도 한 명은 11시 이전에 자거나 아침밥을 먹는다고 가정하면, 최소 인원수는 $18 + 22 - 35 = 5$ (명)이다.

19. 과학의 날 행사에 1 학년 10 반 학생 35명이 전원 참여하였다. 물로켓 발사대회에 참여한 학생이 20명, 에어로켓 발사대회에 참여한 학생이 23 명이라고 한다. 두 대회에 모두 참여한 학생은 몇 명인지 구하여라.

▶ 답 : 명

▷ 정답 : 8명

해설

전체집합을 U , 물로켓 발사대회 참여 학생들의 집합을 A , 에어로켓 발사대회 참여 학생들의 집합을 B 라고 하면

$$n(U) = 35, n(A) = 20, n(B) = 23$$

$$\begin{aligned}n(A \cap B) &= n(A) + n(B) - n(A \cup B) \\&= 20 + 23 - 35 \\&= 8\end{aligned}$$

20. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(U) = 20, n(A) = 12, n(B) = 7, n(A \cup B) = 15$ 일 때, $n(A^c \cup B^c)$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$$\begin{aligned}n(A \cap B) &= n(A) + n(B) - n(A \cup B) \\&= 12 + 7 - 15 = 4\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}n(A^c \cup B^c) &= n((A \cap B)^c) = n(U) - n(A \cap B) \\&= 20 - 4 = 16\end{aligned}$$