1. 다음 중 이차방정식의 해가 모두 양수인 것은?

① $(x-2)(x+3)=0$

② $x^2+2x=0$

③ $3x^2+x-1=0$

④ $x^2-9x+14=0$

⑤ $2x^2-8=0$

해설

④ $x=2,\ x=7$ 일 때 성립한다.

2. 이차방정식 $2x^2 + ax + b = 0$의 두 근이 1, 2일 때, $a - b$의 값은?

① 1 ② -2 ③ 2 ④ 10 ⑤ -10

해설

$x = 1$을 대입하면 $2 + a + b = 0$

$x = 2$를 대입하면 $8 + 2a + b = 0$

두 방정식을 연립하여 풀면 $a = -6$, $b = 4$

$\therefore\ a - b = -10$

3. 이차방정식 $x^2 - 8x + 15 = 0$ 의 두 근을 a, b 라고 할 때, 다음 중 $a+2, b+2$ 를 두 근으로 갖는 이차방정식은?

① $x^2 - 2x - 35 = 0$

② $x^2 + 2x - 35 = 0$

③ $x^2 - 12x + 35 = 0$

④ $x^2 + 12x + 35 = 0$

⑤ $2x^2 - 4x - 30 = 0$

해설

$x^2 - 8x + 15 = 0$

$(x-5)(x-3) = 0$

$\therefore a = 5,\ b = 3\ , a+2 = 7,\ b+2 = 5$

$(x-7)(x-5) = 0$

$\therefore x^2 - 12x + 35 = 0$

4. 다음에 주어진 이차방정식 중 중근을 갖는 것은?

보기

㉠ $x^2 - 4x + 4 = 0$
㉡ $x^2 = \frac{2}{3}x - \frac{1}{9}$
㉢ $x^2 + 8x + 16 = 0$
㉣ $x^2 + 6x = 9$
㉤ $\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{5}x + \frac{1}{25} = 0$

① ㉠
② ㉠, ㉡
③ ㉠, ㉢, ㉤
④ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤
⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤

해설

중근을 가지려면 (완전제곱식)$= 0$의 꼴이어야 한다.

㉠ $x^2 - 4x + 4 = 0 \Rightarrow (x-2)^2 = 0$
$\therefore x = 2$ (중근)

㉡ $x^2 = \frac{2}{3}x - \frac{1}{9} \Rightarrow 9x^2 - 6x + 1 = 0$
$(3x-1)^2 = 0$
$\therefore x = \frac{1}{3}$ (중근)

㉢ $x^2 + 8x + 16 = 0 \Rightarrow (x+4)^2 = 0$
$\therefore x = -4$ (중근)

㉤ $\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{5}x + \frac{1}{25} = 0$의 양변에 100을 곱하면
$25x^2 + 20x + 4 = 0$, $(5x+2)^2 = 0$
$\therefore x = -\frac{2}{5}$(중근)

5. 이차방정식 $(x-1)^2 = x+3$을 근의 공식을 이용하여 풀면 근은 $x = \dfrac{A \pm \sqrt{B}}{2}$ 일 때, 상수 $A+B$의 값은?

① -20 ② -16 ③ 16 ④ 20 ⑤ 26

해설

식을 정리하면 $x^2 - 3x - 2 = 0$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{9+8}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$\therefore\ A = 3,\ B = 17$

$\therefore\ A + B = 20$

6. $3\left(x+\frac{1}{3}\right)^2-2\left(x+\frac{1}{3}\right)-1=0$ 의 두 근의 합은?

① 0 ② 1 ③ $\frac{1}{2}$ ④ $-\frac{5}{6}$ ⑤ $-\frac{1}{3}$

해설

$x+\frac{1}{3}=A$ 로 치환하면

$3A^2-2A-1=(3A+1)(A-1)=0$

$A=-\frac{1}{3}$ 또는 $A=1$

$x=-\frac{2}{3}$ 또는 $x=\frac{2}{3}$

따라서 두 근의 합은 $-\frac{2}{3}+\frac{2}{3}=0$ 이다.

7. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 해가 $x = -2$ 또는 $x = 5$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① -2 ② 5 ③ -13 ④ -17 ⑤ 20

해설

두 근의 합 $-a = -2 + 5 \therefore\ a = -3$

두 근의 곱 $b = (-2) \times 5 = -10$

$\therefore\ a + b = -3 - 10 = -13$

8. 이차방정식 $(x+1)(2x-5)=0$ 을 $ax^2+bx+c=0$ 의 꼴로 고칠 때, $a,\ b,\ c$ 의 값은?

① $a=-2,\ b=-3,\ c=-5$ ② $a=2,\ b=-3,\ c=-5$

③ $a=-2,\ b=3,\ c=5$ ④ $a=2,\ b=3,\ c=5$

⑤ $a=-2,\ b=3,\ c=-5$

해설

$(x+1)(2x-5)=0$

$2x^2-3x-5=0$

$\therefore\ a=2,\ b=-3,\ c=-5$

9. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면? (단, $a < 0$)(정답 2개)

① x축에 대하여 대칭이다

② 곡선 모양이 아래로 볼록하다.

③ y의 값의 범위가 $y \le 0$이다.

④ a의 절댓값이 클수록 그래프의 폭이 좁아진다.

⑤ 꼭짓점의 좌표는 $(0, 0)$이다.

해설

① y축에 대해 대칭이다.
② $a < 0$이므로 위로 볼록하다.
③ 위로 볼록이고 꼭짓점이 원점이므로 $y \le 0$
④ $y = ax^2$ 의 그래프는 $|a|$이 클수록 폭이 좁고, 작을수록 포물선의 폭이 넓다.
⑤ 꼭짓점의 좌표는 $(0, 0)$이다.

10. $y = -2x^2 - 4x + 10$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소하는 x 의 값의 범위는?

① $x > 1$ ② $x < 1$ ③ $x > 0$

④ $x > -1$ ⑤ $x < -1$

해설

$$y = -2x^2 - 4x + 10$$
$$= -2(x+1)^2 + 12$$

위로 볼록한 모양의 포물선이고 축의 방정식 $x = -1$ 이므로
따라서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소하는 x 의 값의 범위는
$\{x \mid x > -1\}$ 이다.

11. x 에 관한 이차방정식 $2x^2 - px - 3p = 0\,(p \neq 0)$ 의 한 근이 $2p$ 일 때, x 의 값을 구하면?

① $x = -2$ 또는 $x = 1$

② $x = -\frac{3}{4}$ 또는 $x = 1$

③ $x = \frac{4}{3}$ 또는 $x = 4$

④ $x = \frac{3}{4}$ 또는 $x = 1$

⑤ $x = \frac{3}{4}$ 또는 $x = -1$

해설

$x = 2p$ 를 방정식에 대입하면

$8p^2 - 2p^2 - 3p = 0$

$6p^2 - 3p = 0$

$3p(2p - 1) = 0$

$p = \frac{1}{2} \quad (\because\ p \neq 0)$

$2x^2 - \frac{1}{2}x - \frac{3}{2} = 0$

$4x^2 - x - 3 = 0$

$(4x + 3)(x - 1) = 0$

$\therefore\ x = -\frac{3}{4}$ 또는 $x = 1$

12. 이차방정식 $x^2+(-m+3)x+24=0$의 두 근의 차가 2일 때, 다음 중 옳은 것의 개수는?

㉠ 주어진 이차방정식의 해는 4, 6밖에 없다.

㉡ 작은 근을 α라 하고 $\alpha<0$이면 $m>0$이다.

㉢ 작은 근을 α라 하고 $\alpha>0$이면 $m=13$이다.

㉣ 주어진 식을 만족하는 모든 m의 값의 합은 6이다.

① 0개 ② 1개 ③ 2개 ④ 3개 ⑤ 4개

해설

두 근을 α, $\alpha+2$라 하면

$\alpha(\alpha+2)=24$에서 $\alpha=4$ 또는 -6

㉠ $\{4,6\}$ 또는 $\{-6,-4\}$

㉡ $\alpha<0$이면 두 근은 -6, -4이고 $m-3=-6-4=-10$

$m=-7$이므로 $m<0$이다.

㉢ $\alpha>0$이면 두 근은 4, 6이고

$m-3=4+6=10$

$\therefore m=13$

㉣ $m=-7$, 13이므로 모든 m의 값의 합은 6이다

13. x^2의 계수가 1인 이차방정식을 A, B 두 사람이 푸는데, A는 일차항의 계수를 잘못 보고 -3 또는 8을 해로 얻었고, B는 상수항을 잘못 보고 3 또는 -5를 해로 얻었다. 이 때, 원래 주어진 이차방정식의 올바른 해는?

① $x = -2$ 또는 $x = 5$
② $x = -3$ 또는 $x = -5$
③ $x = -4$ 또는 $x = 6$
④ $x = 4$ 또는 $x = -6$
⑤ $x = 3$ 또는 $x = -8$

해설

구하는 이차방정식을 $x^2 + bx + c = 0$이라 하자.
A는 일차항의 계수를 잘못 봤으므로
$c = (-3) \times 8 = -24$
B는 상수항을 잘못 보았으므로
$-b = 3 + (-5) = -2$, $b = 2$
따라서 처음 식은 $x^2 + 2x - 24 = 0$, $(x-4)(x+6) = 0$
$\therefore\ x = 4$ 또는 $x = -6$

14. 한 원 위에 $n+1$ 개의 점을 잡아 $n+1$ 각형을 만들었다. 새로 만든 도형의 대각선의 총 개수가 44 개 일 때, n 의 값은?

① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

해설

$\dfrac{(n+1)(n-2)}{2} = 44$ 이므로

$n^2 - n - 90 = 0$

$(n+9)(n-10) = 0$

$\therefore n = 10 \ (\because n > 0)$

15. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프보다 폭이 좁고, $y = 2x^2$ 의 그래프보다 폭이 넓다고 할 때, a 의 값으로 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $-\frac{3}{4}$ ② -1 ③ $\frac{4}{3}$ ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ $\frac{7}{4}$

해설

$|a| > \left|-\frac{1}{2}\right|$

$|a| < |2|$

$\therefore -2 < a < -\frac{1}{2},\ \frac{1}{2} < a < 2$