

1. 사차방정식 $x^4 - 2x^3 + x^2 - 4 = 0$ 의 서로 다른 두 허근의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$$\begin{array}{r|rrrrrr} -1 & 1 & -2 & 1 & 0 & -4 \\ & & -1 & 3 & -4 & 4 \\ 2 & 1 & -3 & 4 & -4 & 0 \\ & & 2 & -2 & 4 & \\ \hline & 1 & -1 & 2 & 0 & \end{array}$$

$(x+1)(x-2)(x^2-x+2) = 0$
따라서 두 허근은 $x^2 - x + 2 = 0$ 의 근
허근의 합은 근과 계수와의 관계에 의해 $\alpha + \beta = 1$

2. x 에 관한 방정식 $|x^2 - 1| - x - k = 0$ 이 서로 다른 네 개의 실근을 가질 때, k 의 값의 범위를 구하면?

- ① $1 < k < \frac{5}{4}$ ② $1 \leq k \leq \frac{5}{4}$ ③ $-5 < k < -\frac{5}{4}$
 ④ $k < 1, k > \frac{5}{4}$ ⑤ $\frac{4}{5} < k < 1$

해설

$|x^2 - 1| - x - k = 0$ 을 변형하여 분리하면

$$|x^2 - 1| = x + k, y = |x^2 - 1|, y = x + k$$

이 두 함수가 4개의 교점을 가지려면

다음그림과 같아야 한다.

$$y = -x^2 + 1, y = x + k$$

두 점에서 만나야하므로

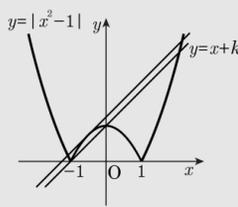
$x^2 + x + k - 1 = 0$ 의 판별식 $D > 0$ 이어야 한다.

$$D = 1 - 4k + 4 > 0 \quad \therefore k < \frac{5}{4}$$

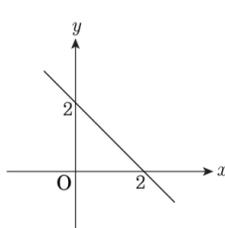
또, 직선 $y = x + k$ 는 점 $(-1, 0)$ 을 지나는 직선 위에 존재해야하므로

$$0 < -1 + k \quad \therefore k > 1$$

$$\therefore 1 < k < \frac{5}{4}$$



3. 다음 그림은 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프이다. 이차함수 $y = \frac{1}{2}ax^2 + bx + 3$ 의 그래프의 최댓값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

기울기 $a = -1$, y 절편 $b = 2$

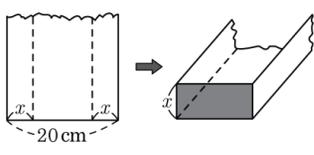
$$y = \frac{1}{2}ax^2 + bx + 3$$

$$= -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 3$$

$$= -\frac{1}{2}(x-2)^2 + 5$$

$x = 2$ 일 때, 최댓값은 5 이다.

4. 그림과 같이 너비가 20cm 인 철판의 양쪽을 접어 물받이를 만들려고 한다. 색칠한 부분의 넓이가 최대가 되게 하려면 높이를 몇 cm 로 해야 하는지 구하여라.



▶ 답: cm

▷ 정답: 5 cm

해설

색칠한 부분의 넓이를 y 라 하면

$$\begin{aligned}
 y &= x(20 - 2x) \\
 &= -2x^2 + 20x \\
 &= -2(x - 5)^2 + 50
 \end{aligned}$$

따라서 높이는 5 cm로 해야한다.

5. 이차방정식 $x^2 - (m+1)x - m + 2 = 0$ 의 두 근이 모두 정수가 되도록 하는 정수 m 의 값의 합은?

① -12 ② -8 ③ 0 ④ 8 ⑤ 12

해설

두 정수근을 α, β 라 하자.

근과 계수 관계에 의해

$$\alpha + \beta = m + 1 \quad \alpha\beta = -m + 2$$

$$\alpha + \beta - 1 = 2 - \alpha\beta$$

$$(\alpha + 1)(\beta + 1) = 4$$

$$\therefore \alpha + 1 = \pm 1 \quad \beta + 1 = \pm 4$$

$$\alpha + 1 = \pm 4 \quad \beta + 1 = \pm 1$$

$$\alpha + 1 = \pm 2 \quad \beta + 1 = \pm 2 \text{ (복호동순)}$$

$$\therefore (\alpha, \beta) = (0, 3), (-2, -5), (3, 0), (-5, -2), (1, 1), (-3, -3)$$

$$m = \alpha + \beta - 1 \text{ 이므로 } m = 2, -8, 1, -7$$

$$\therefore 2 + (-8) + 1 + (-7) = -12$$