

1. 순환소수 $0.5\overline{43} = x$ 를 분수로 고칠 때, 필요한 식은?

① $10x - x$

② $100x - x$

③ $100x - 10x$

④ $1000x - x$

⑤ $1000x - 10x$

해설

소수점 아랫부분이 같아지도록 10 의 거듭제곱을 곱한다.

$543.434343 \dots$ 과 $5.434343 \dots$

그러므로 $1000x - 10x$

2. $\left(\frac{4x^a}{y}\right)^b = \frac{64x^{15}}{y^{3c}}$ 일 때, $a + b + c$ 의 값은?

① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

$$\left(\frac{4x^a}{y}\right)^b = \frac{4^b x^{ab}}{y^b} = \frac{4^3 x^{15}}{y^{3c}} \text{ 이므로}$$

$b = 3$, $ab = 15$ 이므로 $a = 5$ 이다.

$b = 3c$ 이므로 $c = 1$ 이다.

$$\therefore a + b + c = 5 + 3 + 1 = 9$$

3. 다음 식을 간단히 하여라.

$$10x - [2y - \{3x - (x - 5y) - y\}]$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $12x + 2y$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 10x - \{2y - (3x - x + 5y - y)\} \\ &= 10x - (2y - 3x + x - 5y + y) \\ &= 10x - (-2x - 2y) \\ &= 12x + 2y\end{aligned}$$

4. 학생이는 $(x+2)(x-5)$ 를 전개하는데 -5 를 A 로 잘못 보아 $x^2 + 7x + B$ 로 전개하였다. 또, $(2x-1)(x+3)$ 을 전개하는데 x 의 계수 2를 잘못 보아서 $Cx^2 - 7x - 3$ 으로 전개하였다. 이 때, $A + B + C$ 의 값은?

① 5

② 9

③ 13

④ 17

⑤ 21

해설

$$(x+2)(x+A) = x^2 + 7x + B \text{이므로}$$

$$A + 2 = 7, 2A = B$$

$$\therefore A = 5, B = 10$$

x 의 계수를 잘못 보았기 때문에 그 수를 D 라 하면

$$(Dx-1)(x+3) = Cx^2 - 7x - 3 \text{이므로}$$

$$D = -2, C = -2$$

$$\therefore A + B + C = 13$$

5. 다음 비례식을 y 에 관하여 풀어라.

$$(2x + 3y) : 4 = (x + y) : 3$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $y = -\frac{2}{5}x$

해설

$$4(x + y) = 3(2x + 3y)$$

$$4x + 4y = 6x + 9y, -5y = 2x$$

$$\therefore y = -\frac{2}{5}x$$

6. $2(2x-y) = 3+x+y$ 일 때, $2(x-2y)+y-2$ 를 x 에 관한 식으로 나타낸 것은?

① $-x+1$

② $x-2$

③ $2x-3$

④ $2x-4$

⑤ $3x-5$

해설

$$2(2x-y) = 3+x+y$$

$$4x-2y = 3+x+y$$

$$3y = 3x-3$$

$$\therefore y = x-1$$

주어진 식에 대입하면

$$2(x-2y)+y-2 = 2\{x-2(x-1)\}+(x-1)-2$$

$$= 2(x-2x+2)+(x-1)-2$$

$$= 2(-x+2)+x-3$$

$$= -2x+4+x-3$$

$$= -x+1$$

7. $\frac{1}{6}$ 과 $\frac{3}{4}$ 사이의 분수 중에서 분모가 24이고 유한소수로 나타낼 수 있는 수의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 4 개

해설

$\frac{1}{6}$ 과 $\frac{3}{4}$ 의 분모를 24로 통분하면 $\frac{4}{24}$, $\frac{18}{24}$

$$\frac{4}{24} < \frac{x}{24} < \frac{18}{24}$$

$24 = 2^3 \times 3$ 이므로 유한소수로 나타내려면 x 는 3의 배수이어야 한다. 즉, 6, 9, 12, 15로 4개이다.

8. 경식은 다음 계산을 하기 위해 계산기를 사용하고 있다. 마지막 = 버튼을 눌렀을 때, 계산기 화면에 소수점 아래의 어떤 자리부터 일정한 숫자의 배열이 계속 되풀이 되는 것은?

① $4 \div 25$

② $3 \div 18$

③ $11 \div 50$

④ $7 \div 4$

⑤ $21 \div 14$

해설

② $3 \div 18 = 0.16666\ldots$ 이므로 순환마디가 6 인 순환소수가 되어 일정한 숫자의 배열이 계속 되풀이 된다.

9. 부등식 $3.\dot{9} < x < \frac{43}{7}$ 을 만족하는 자연수 x 의 값을 모두 합하면?

① 9

② 11

③ 13

④ 18

⑤ 20

해설

$\frac{36}{9} < x < \frac{43}{7}$ 이므로 만족하는 x 값은 5, 6 이다. 따라서 x 값의 합은 11 이다.

10. 다음 중 유리수 아닌 것을 모두 고르면?

① $-5, -4, -3, -2, -1$

② $0, 0.31532\cdots$

③ 순환소수

④ $0.666\cdots, 0.1\dot{2}$

⑤ $2\pi, 5\pi$

해설

② $0.31532\cdots$ 는 순환하지 않는 무한소수이다.

⑤ $2\pi, 5\pi$ 는 순환하지 않는 무한소수이다.

11. x, y 가 짝수일 때, $(-4)^2 \div (-2)^y = (-2)^{x-6}$ 이다. $x + y$ 의 값을 구하면?

① 4

② 6

③ 8

④ 10

⑤ 12

해설

$$(-2^2)^2 \div (-2)^y = (-2)^{x-6}$$

2, y , $x - 6$ 이 모두 짝수이므로

$$(-2^2)^2 = (2^2)^2 = 2^4,$$

$$(-2)^y = 2^y, (-2)^{x-6} = 2^{x-6} \text{이다.}$$

$$2^4 \div 2^y = 2^{4-y} = 2^{x-6}$$

$$4 - y = x - 6$$

$$\therefore x + y = 10$$

12. $\frac{3^x}{9^{-x+y}} = 27$, $\frac{25^{x+y}}{5^{3y}} = 625$ 일 때, $64^x \times 625^y$ 의 자리의 수를 구하면?

① 10 자리

② 12 자리

③ 17 자리

④ 20 자리

⑤ 26 자리

해설

$$3^x = 27 \times 9^{-x+y} = 3^3 \times 3^{-2x+2y} = 3^{-2x+2y+3}$$

$$\therefore x = -2x + 2y + 3$$

$$25^{x+y} = 625 \times 5^{3y} = 5^4 \times 5^{3y} = 5^{3y+4}$$

$$\therefore 2x + 2y = 3y + 4$$

두 식을 연립하면

$$x = 5, y = 6$$

$$\begin{aligned} 64^x \times 625^y &= (2^6)^5 \times (5^4)^6 = 2^{30} \times 5^{24} \\ &= (10)^{24} \times 2^6 = 64 \times 10^{24} \end{aligned}$$

따라서 26 자리의 수이다.

13. $4xy \div (x^2y) \times \left(\frac{xy}{2}\right)^2$ 을 계산하면?

① $\frac{16}{x^3y^2}$

② $\frac{8}{x^3y^2}$

③ $2xy^2$

④ xy^2

⑤ x^2y^2

해설

$$4xy \times \frac{1}{x^2y} \times \frac{x^2y^2}{4} = xy^2$$

14. 두 다항식 A, B 에 대하여 $A * B = A - 3B$ 라 정의 하자. $A = x^2 + 2x - 4$, $B = x^2 - 3x + 5$ 에 대하여 $(A * B) * B$ 를 간단히 하면?

① $-5x^2 - 20x - 22$

② $-5x^2 + 20x - 34$

③ $2x^2 - x + 1$

④ $2x^2 + 5x + 9$

⑤ $5x^2 + 22x - 4$

해설

$$\begin{aligned}(A * B) * B &= (A - 3B) - 3B = A - 6B \text{ 이므로} \\ &= (x^2 + 2x - 4) - 6(x^2 - 3x + 5) \\ &= x^2 + 2x - 4 - 6x^2 + 18x - 30 \\ &= -5x^2 + 20x - 34\end{aligned}$$

15. $\frac{3x^2 - 4x + 1}{2}$ 에 어떤 식을 빼야 할 것을 잘못하여 더했더니 $\frac{2x^2 - 7x + 3}{4}$ 이 되었다. 바르게 계산한 답을 구하면?

① $\frac{x^2 - 11x + 4}{2}$
 ③ $\frac{10x^2 - 9x + 1}{4}$
 ⑤ $\frac{21x^2 - 9x + 11}{4}$

② $\frac{5x^2 - 3x + 2}{4}$
 ④ $\frac{10x^2 - 21x + 9}{4}$

해설

어떤 식을 A 라 하면

$$\begin{aligned}\frac{3x^2 - 4x + 1}{2} + A &= \frac{2x^2 - 7x + 3}{4} \\ \therefore A &= \frac{2x^2 - 7x + 3}{4} - \frac{3x^2 - 4x + 1}{2} \\ &= \frac{2x^2 - 7x + 3}{4} - \frac{6x^2 - 8x + 2}{4} \\ &= \frac{-4x^2 + x + 1}{4}\end{aligned}$$

따라서 바르게 계산하면

$$\begin{aligned}\frac{3x^2 - 4x + 1}{2} - \frac{-4x^2 + x + 1}{4} \\ &= \frac{6x^2 - 8x + 2}{4} - \frac{-4x^2 + x + 1}{4} \\ &= \frac{10x^2 - 9x + 1}{4}\end{aligned}$$

16. 어떤 다항식을 $2x^2$ 으로 나누었더니, 몫은 $2x^2 - 4x + 3$ 이고, 나머지가 $2x - 5$ 이었다. 이 다항식의 x^2 항의 계수를 구하면?

① -5

② -3

③ 2

④ 4

⑤ 6

해설

어떤 다항식을 A 라 하면

$$A = 2x^2 \times (2x^2 - 4x + 3) + 2x - 5$$

$$= 4x^4 - 8x^3 + 6x^2 + 2x - 5$$

$\therefore x^2$ 의 계수는 6

17. 자연수 n 과 유리수 x, y 에 대하여 $xy = -1$ 일 때, $x^{2n-1} + x^{1-2n} + y^{2n-1} + y^{1-2n} + (xy)^{2n-1} + (xy)^{1-2n}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$xy = -1 \text{ 이면 } \frac{1}{x} = -y, \frac{1}{y} = -x \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned} & x^{2n-1} + x^{1-2n} + y^{2n-1} + y^{1-2n} \\ & + (xy)^{2n-1} + (xy)^{1-2n} \\ & = x^{2n-1} + \left(\frac{1}{x}\right)^{2n-1} + y^{2n-1} + \left(\frac{1}{y}\right)^{2n-1} \\ & + (-1)^{2n-1} + (-1)^{1-2n} \\ & = x^{2n-1} + (-y)^{2n-1} + y^{2n-1} + (-x)^{2n-1} \\ & + (-1)^{2n-1} + (-1)^{1-2n} \end{aligned}$$

자연수 n 에 대하여 $2n-1$ 은 홀수이므로

$$\begin{aligned} \therefore & x^{2n-1} + x^{1-2n} + y^{2n-1} + y^{1-2n} \\ & + (xy)^{2n-1} + (xy)^{1-2n} \\ & = x^{2n-1} - y^{2n-1} + y^{2n-1} - x^{2n-1} - 1 - 1 \\ & = -2 \end{aligned}$$

18. 두 분수 $\frac{7}{176}$, $\frac{11}{140}$ 에 어떤 세 자리 자연수 A 을 곱한 값은 모두 유한 소수가 된다. 이것을 만족하는 A 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 11 개

해설

$$\frac{7}{176} \times A = \frac{7 \times A}{2^4 \times 11}, \quad \frac{11}{140} \times A = \frac{11 \times A}{2^2 \times 5 \times 7}$$

이 두 수가 두 유한소수가 되려면 분모에 2 나 5 이외의 소인수가 없어야 하므로 A 는 7 과 11 의 공배수, 즉 77 의 배수가 되어야 한다.

77 의 배수 중 세 자리 자연수는

$77 \times 2 = 154$, $77 \times 3 = 231$, $\dots$, $77 \times 12 = 924$ 이므로 구하는 수의 개수는 $12 - 1 = 11$ (개)

19. 분수 $\frac{a}{2^2 \times 3^2 \times 5}$ 를 소수로 고치면 유한소수이고, 기약분수로 고치면 $\frac{1}{b}$ 이다. 이때, $a - b$ 의 값은? (단, $2 < a < 10$)

- ① -11 ② -9 ③ -2 ④ 1 ⑤ 5

해설

$\frac{a}{2^2 \times 3^2 \times 5}$ 가 유한소수가 되어야 하므로, a 의 값은 9가 된다.

이것을 기약분수로 고치면, $\frac{1}{2^2 \times 5}$ 이므로, b 의 값은 20이 된다.

$$\therefore a - b = 9 - 20 = -11$$

20. 어떤 기약분수를 소수로 나타내는데 A 는 분자를 잘못 보고 계산하여 $0.\dot{7}2$ 가 되었고 B 는 분모를 잘못 보고 계산하여 $0.78\dot{6}$ 이 되었다. 바르게 고친 답은?

① $5.\dot{3}2$

② $5.3\dot{3}$

③ $5.\dot{3}4$

④ $5.3\dot{5}$

⑤ $5.3\dot{6}$

해설

$$A : 0.\dot{7}2 = \frac{72}{99} = \frac{8}{11}, B : 0.78\dot{6} = \frac{708}{900} = \frac{59}{75}$$

A 는 분모를, B 는 분자를 바르게 보았으므로 기약분수는 $\frac{59}{11}$ 이고, 순환소수로는 $5.3\dot{6}$ 이다.

21. 분수 $\frac{3}{700}$ 을 소수로 나타내었을 때, x_n 은 소수점 아래 n 번째 수를 나타낸다. 다음 주어진 식의 값은?

$$x_1 + x_3 + x_5 + x_7 + x_9 + \cdots + x_{25}$$

① 72

② 74

③ 76

④ 78

⑤ 80

해설

$$\frac{3}{700} = 0.00428571$$

$$x_1 = 0, x_3 = 4, x_5 = 8, x_7 = 7, \cdots$$

$$\therefore (\text{준식}) = 4 \times (4 + 8 + 7) = 76$$

22. 두 순환소수 $0.\dot{a}2\dot{b}$ 와 $0.\dot{a}b\dot{2}$ 의 합이 $\frac{307}{333}$ 일 때 a, b 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 4$

▷ 정답 : $b = 9$

해설

$$\frac{100a + 20 + b}{999} + \frac{100a + 10b + 2}{999} = \frac{307}{333}$$

$$200a + 11b + 22 = 921$$

$$200a + 11b = 899$$

$$11b < 100 \text{ 이므로 } 200a = 800$$

$$\therefore a = 4, b = 9$$

23. $x \odot y = \begin{cases} x \neq y \text{이면 } -2 \\ x = y \text{ 이면 } 2 \end{cases}$ 라 할 때,

$a = \frac{1}{90}$, $b = 0.1$, $c = \frac{1}{10}$, $d = 0.0\dot{9}$ 에 대하여 $(a \odot b) \odot (c \odot d)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$a = \frac{1}{90}, b = \frac{1}{10}, c = \frac{1}{10}, d = \frac{9}{90} = \frac{1}{10}$$

$$a \neq b, c = d, (a \odot b) \odot (c \odot d) = -2 \odot 2 = -2$$

24. $5^a \times 9 = 225$, $3 \times 2^b = 192$ 일 때, $a \times b$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

225를 소인수분해하면 $3^2 \times 5^2$ 이므로

$3^2 \times 5^2 = 5^a \times 9 = 5^a \times 3^2$ 이다.

192를 소인수분해하면 3×2^6 이므로

$3 \times 2^6 = 3 \times 2^b$ 이다.

$\therefore a = 2, b = 6$

25. $4^{2a-1} \times 8^{a-2} = 16^{a+1}$ 을 만족하는 a 의 값은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

$$(2^2)^{2a-1} \times (2^3)^{a-2} = (2^4)^{a+1}$$

$$4a - 2 + 3a - 6 = 4a + 4$$

$$\therefore a = 4$$

26. n 이 자연수일 때, $\{(-1)^{n+1}\}^{n+2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$\{(-1)^{n+1}\}^{n+2} = (-1)^{(n+1)(n+2)}$ 에서

1) n 이 홀수일 때, $n+1$ 은 짝수, $n+2$ 는 홀수이므로 -1 의
지수는 (짝수) $\times$ (홀수)=(짝수)

$$\therefore (-1)^{\text{짝수}} = 1$$

2) n 이 짝수일 때, $n+1$ 은 홀수, $n+2$ 는 짝수이므로 -1 의
지수는 (홀수) $\times$ (짝수)=(짝수)

$$\therefore (-1)^{\text{짝수}} = 1$$

따라서, 자연수 n 의 값에 관계없이 $(n+1)(n+2)$ 는 짝수가
되므로

$\{(-1)^{n+1}\}^{n+2} = (-1)^{(n+1)(n+2)} = 1$ 이 항상 성립한다.

27. 다음 식이 성립하는 x, y 에 대하여 $2xy$ 의 값을 구하여라.

$$\frac{25^{(2x+y)}}{5^{(3x-2y)}} = \frac{1}{25}, \quad \frac{3^{(x+y)}}{81^{(x+y)}} = \frac{1}{27}$$

① 0

② -2

③ -4

④ -6

⑤ -8

해설

$$\frac{25^{(2x+y)}}{5^{(3x-2y)}} = \frac{5^{(4x+2y)}}{5^{(3x-2y)}} = 5^{4x+2y-(3x-2y)} = 5^{x+4y}$$

$$\therefore x + 4y = -2 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$\frac{3^{(x+y)}}{81^{(x+y)}} = \frac{3^{(x+y)}}{3^{(4x+4y)}} = 3^{-3x-3y}$$

$$\therefore -3x - 3y = -3, \quad x + y = 1 \cdots \textcircled{㉡}$$

이제 ㉠과 ㉡을 연립하면 $x = 2, y = -1$ 이므로
따라서 $2xy = -4$ 이다.

28. 음이 아닌 수 a, b 에 대하여 $2^a + 2^b \leq 1 + 2^{a+b}$ (단, 등호는 $a = 0$ 또는 $b = 0$ 일 때 성립)이 성립한다. $a + b + c = 4$ 일 때, $2^a + 2^b + 2^c$ 의 최댓값을 구하여라. (단, $c \geq 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

$2^a + 2^b + 2^c \leq 1 + 2^{a+b} + 2^c$ (단, 등호는 $a = 0$ 또는 $b = 0$ 일 때 성립)

$2^a + 2^b + 2^c \leq 1 + (1 + 2^{a+b+c})$ (단, 등호는 $a + b = 0$ 또는 $c = 0$ 일 때 성립)

$$2^a + 2^b + 2^c \leq 1 + (1 + 2^4)$$

$$2^a + 2^b + 2^c \leq 18$$

따라서 최댓값은 18 ($a = 0, b = 0$ 또는 $b = 0, c = 0$ 또는 $c = 0, a = 0$ 일 때)

29. $a = \frac{1}{2^{2x-1}}, b = \frac{1}{3^x}$ 일 때, 12^x 을 a, b 를 사용한 식으로 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{2}{ab}$

해설

$12^x = (2^2 \times 3)^x = 2^{2x} \times 3^x$ 이므로 주어진 a, b 를 $2^{2x}, 3^x$ 으로 정리하면

$$2^{2x-1} = \frac{1}{a} \text{에서 } 2^{2x} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{a} \quad \therefore 2^{2x} = \frac{2}{a}$$

$$\frac{1}{3^x} = b \text{에서 } \therefore 3^x = \frac{1}{b}$$

$$\therefore 12^x = 2^{2x} \times 3^x = \frac{2}{a} \times \frac{1}{b} = \frac{2}{ab}$$

30. 밑면의 반지름의 길이가 r 이고, 높이가 h 인 원기둥이 있다. 이 원기둥의 밑면의 반지름은 20% 늘리고, 높이는 10% 줄이면 부피는 원래 부피보다 몇 % 변화하는지 구하여라.

▶ 답 : %

▷ 정답 : 29.6 %

해설

$$(\text{처음 원기둥의 부피}) = \pi r^2 \times h = \pi r^2 h$$

(변화된 원뿔의 부피)

$$= \pi \left(\frac{120}{100} \times r \right)^2 \times \left(\frac{90}{100} \times h \right)$$

$$= \frac{12^2}{10^2} \times \frac{9}{10} \times \pi r^2 h$$

$$= \frac{1296}{1000} \times (\pi r^2 h)$$

변화된 원뿔의 부피는 처음 원뿔의 부피의 $\frac{1296}{1000}$ 배이므로 변화된 부피는

$$\left(\frac{1296}{1000} - 1 \right) \times 100 = 29.6(\%) \text{ 이다.}$$

31. 다음 식의 값을 구하면?

$$\frac{x^2yz - 2xy + xy^2z}{xyz} \quad (\text{단, } x = \frac{1}{2}, y = \frac{1}{3}, z = 6)$$

① $\frac{1}{2}$

② $\frac{1}{3}$

③ $\frac{1}{6}$

④ $\frac{5}{6}$

⑤ 0

해설

$$\begin{aligned} \frac{x^2yz - 2xy + xy^2z}{xyz} &= \frac{x^2yz}{xyz} - \frac{2xy}{xyz} + \frac{xy^2z}{xyz} \\ &= x - \frac{2}{z} + y \\ &= \frac{1}{2} - \frac{2}{6} + \frac{1}{3} \\ &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

32. $A = x - 3y$, $B = -3x + 2y$ 일 때, $5A - [B - \{3A - (A - 2B)\}]$ 을 x , y 에 관한 식으로 나타내면?

① $4x + 19y$

② $4x - 19y$

③ $6x + 11y$

④ $6x - 11y$

⑤ $3x - y$

해설

$$5A - [B - \{3A - (A - 2B)\}] = 7A + B$$

$A = x - 3y$, $B = -3x + 2y$ 을 대입하면

$$7A + B = 7(x - 3y) + (-3x + 2y) = 7x - 21y - 3x + 2y = 4x - 19y$$

33. 0이 아닌 세 수 x, y, z 에 대하여 $x : y : z = y + z : z + x : x + y$ 일 때,
 $\frac{(xy + yz + zx)(x + y + z)}{(x + y + z)^3}$ 의 값을 구하여라. (단, $x + y + z \neq 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{3}$

해설

$x : y : z = y + z : z + x : x + y$ 이면

$$\frac{y+z}{x} = \frac{z+x}{y} = \frac{x+y}{z} \text{ 이다.}$$

$$\frac{y+z}{x} = \frac{z+x}{y} = \frac{x+y}{z}$$

의 세 변에 각각 1 씩 더하면

$$\frac{y+z}{x} + 1 = \frac{z+x}{y} + 1 = \frac{x+y}{z} + 1$$

$$\frac{x+y+z}{x} = \frac{x+y+z}{y} = \frac{x+y+z}{z}$$

x, y, z 는 0이 아니므로 $x + y + z \neq 0$

따라서 $x = y = z$

$$\therefore \frac{(xy + yz + zx)(x + y + z)}{(x + y + z)^3} = \frac{3x^2 \times 3x}{27x^3} = \frac{1}{3}$$