

2. 유리수 $\frac{1}{10}, \frac{1}{11}, \frac{1}{12}, \frac{1}{13}, \dots, \frac{1}{99}, \frac{1}{100}$ 중에서 유한소수는 모두 몇 개인가?

① 8개

② 9개

③ 10개

④ 11개

⑤ 12개

해설

분모가 2의 거듭제곱으로만 $2^4, 2^5, 2^6$

분모가 5의 거듭제곱으로만 5^2

2와 5의 거듭제곱으로만 $2 \times 5, 2^2 \times 5, 2^3 \times 5, 2^4 \times 5, 2 \times 5^2, 2^2 \times 5^2$

\therefore 10개

3. 두 자리 자연수 x 에 대하여 $\frac{2}{x}$ 는 무한소수이다. 이것을 만족하는 x 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답: 81 개

해설

$\frac{2}{x}$ 가 유한소수가 되려면 $\frac{2}{2^a \times 5^b}$ 의 꼴이어야 하므로

$\frac{2}{2^a}$ 의 꼴이 되는 분수는 $a = 4, 5, 6$ 일 때의 3개

$\frac{2}{2^a \times 5}$ 의 꼴이 되는 분수는 $a = 2, 3, 4$ 일 때의 3개

$\frac{2}{2^a \times 5^2}$ 의 꼴이 되는 분수는 $a = 1, 2$ 일 때의 2개

$\frac{2}{5^b}$ 의 꼴이 되는 분수는 $b = 2$ 일 때의 1개

따라서 유한소수는 $3 + 3 + 2 + 1 = 9$ (개)이므로 유한소수가 아닌 무한소수의 개수는

$$90 - 9 = 81 \text{ (개)}$$

4. $\frac{a}{2^3 \times 7}$ 를 약분하면 $\frac{1}{b}$ 이 되고, 이것을 소수로 나타내면 유한소수가 된다. 이때, 정수 a, b 의 값을 구하여라.(단, $10 < a < 15$)

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = 14$

▷ 정답: $b = 4$

해설

$\frac{a}{2^3 \times 7}$ 가 유한소수가 되어야 하므로 a 는 7의 배수이어야 한다.

따라서 $a = 14$ 이고, $\frac{14}{56} = \frac{1}{4}$ 이 되므로 $b = 4$ 이다.

5. $x = \frac{4}{9}$ 일 때, $x - \frac{1}{1 - \frac{1}{x}}$ 의 값을 순환소수로 나타내려고 한다. 이때,

순환마디를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\begin{aligned}x - \frac{1}{1 - \frac{1}{x}} &= x - \frac{1}{\frac{x}{x} - \frac{1}{x}} \\ &= x - \frac{1}{\frac{x-1}{x}} \\ &= x - \frac{x}{x-1}\end{aligned}$$

x 의 값을 대입하면

$$\frac{4}{9} - \frac{1}{\frac{4}{9} - 1} = \frac{4}{9} + \frac{4}{5} = \frac{56}{45} = 1.24444\dots$$

따라서 순환마디는 4이다.

6. 다음 중 순환소수의 표현으로 옳지 않은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $0.373737\cdots = 0.\dot{3}7$

② $3.020202\cdots = 3.0\dot{2}$

③ $0.344444\cdots = 0.3\dot{4}$

④ $1.5131313\cdots = 1.5\dot{1}\dot{3}$

⑤ $3.213213\cdots = 3.\dot{2}\dot{1}\dot{3}$

해설

① $0.\dot{3}7$

② $3.0\dot{2}$

③ $0.3\dot{4}$

④ $1.5\dot{1}\dot{3}$

⑤ $3.\dot{2}\dot{1}\dot{3}$

7. $\frac{15}{13} = x$ 라 할 때 $x \times (10^6 - 1)$ 의 값은 몇 자리 정수인가?

① 4 자리

② 5 자리

③ 6 자리

④ 7 자리

⑤ 8 자리

해설

$$\frac{15}{13} = 1.\dot{1}5384\dot{6} = \frac{1153845}{999999}$$

$$x \times (10^6 - 1) = \frac{1153845}{999999} \times 999999 = 1153845$$

8. 부등식 $2.\dot{9} \leq x < \frac{74}{15}$ 를 만족시키는 정수를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : 4

해설

$$2.\dot{9} \leq x < \frac{74}{15} = 4.9\dot{3}$$

9. 분수 $\frac{3}{7}$ 을 소수로 나타낼 때, 소수점 아래 40 번째 자리에 오는 수를 a , 62 번째 자리에 오는 수를 b 라고 할 때, $0.\dot{a}\dot{b} - 0.\dot{b}\dot{a}$ 의 값을 순환소수로 구하면?

① $0.\dot{1}\dot{3}$

② $0.\dot{1}\dot{9}$

③ $0.\dot{2}\dot{3}$

④ $0.\dot{2}\dot{7}$

⑤ $0.\dot{3}\dot{1}$

해설

$$\frac{3}{7} = 0.\dot{4}2857\dot{1}, 40 = 6 \times 6 + 4 \quad \therefore a = 5$$

$$62 = 6 \times 10 + 2 \quad \therefore b = 2$$

$$\therefore 0.\dot{a}\dot{b} - 0.\dot{b}\dot{a} = 0.\dot{5}\dot{2} - 0.\dot{2}\dot{5} = 0.\dot{2}\dot{7}$$

10. $a = \frac{9}{13}$ 일 때, $a \times (10^6 - 1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 692307

해설

$$a = 0.\dot{6}9230\dot{7} \text{ 이므로 } a = \frac{692307}{999999}$$

$$\begin{aligned} \therefore a \times (10^6 - 1) &= a \times 999999 \\ &= \frac{692307}{999999} \times 999999 \\ &= 692307 \end{aligned}$$

11. 기약분수 A 를 순환소수로 나타내는데, 모모는 분자를 잘못 보아서 답이 $0.\dot{2}6$ 이 되었고, 미나는 분모를 잘못 보아서 답이 $0.3\dot{2}$ 가 되었다. 이 때, 기약분수 A 를 구하여라.

▶ 답:

▶ 정답: $\frac{29}{99}$

해설

$$\text{모모 : } 0.\dot{2}6 = \frac{26}{99},$$

$$\text{미나 : } 0.3\dot{2} = \frac{32 - 3}{90} = \frac{29}{90}$$

따라서 처음의 기약분수는

$$\frac{(\text{미나가 본 분자})}{(\text{모모가 본 분모})} = \frac{29}{99} = A \text{ 이다.}$$

12. $\frac{5}{333} = x$ 라 할 때, $x \times (999.\dot{9} - 1)$ 의 값은?

① 9

② 11

③ 13

④ 15

⑤ 17

해설

$$(\text{준식}) = \frac{5}{333} \times (1000 - 1) = \frac{5}{333} \times 999 = 15$$

13. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

- ① 무한소수 중에는 분수로 나타낼 수 없는 것도 있다.
- ② 분모의 소인수가 2나 5뿐인 기약분수는 유한소수로 나타낼 수 있다.
- ③ a, b 가 정수일 때, 분수 $\frac{a}{b}$ 로 나타내어지는 수를 유리수라 한다.
- ④ 순환소수 중에는 유리수가 아닌 것도 있다.
- ⑤ 유리수는 유한소수와 순환하는 무한소수로 나누어진다.

해설

- ③ 단, $b \neq 0$ 이라는 조건이 필요하다.
- ④ 순환소수는 모두 유리수이다.

14. 다음 안에 들어갈 알맞은 수는?

$$3^{2x+3} = \text{} \times 9^x$$

① 3

② 6

③ 9

④ 27

⑤ 81

해설

$$3^{2x+3} = 3^{2x} \times 3^3 = 9^x \times 27$$

안에 들어갈 수는 27이다.

15. $(a^2)^x \times (b^4)^y \times a \times b^6 = a^9 b^{14}$ 이 성립할 때, xy 의 값은?

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

해설

$$(a^2)^x \times (b^4)^y \times a \times b^6 = a^{2 \times x + 1} b^{4 \times y + 6} = a^9 b^{14}$$

$$2x + 1 = 9, \quad 4y + 6 = 14$$

$$\therefore x = 4, \quad y = 2$$

$$xy = 4 \times 2 = 8$$

16. $27^5 \div 3^{5n} = 3^5$ 일 때, n 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$(3^3)^5 \div 3^{5n} = 3^5 \text{ 이므로 } 15 - 5n = 5$$

$$\therefore n = 2$$

17. $27^{2x+1} = \left(\frac{1}{3}\right)^{x+1}$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $-\frac{4}{7}$

해설

$$(3^3)^{2x+1} = (3^{-1})^{x+1}$$

$$6x + 3 = -x - 1$$

$$7x = -4$$

$$\therefore x = -\frac{4}{7}$$

18. $10^a = 2$, $10^b = 5$ 라고 할 때, $5^{\frac{2a+3b}{1-a}}$ 을 계산한 값은?

① 100

② 200

③ 300

④ 400

⑤ 500

해설

$$\begin{aligned}5^{\frac{2a+3b}{1-a}} &= \left(\frac{10}{2}\right)^{\frac{2a+3b}{1-a}} = \left(\frac{10}{10^a}\right)^{\frac{2a+3b}{1-a}} \\ &= (10^{1-a})^{\frac{2a+3b}{1-a}} = 10^{2a+3b} \\ &= 10^{2a} \cdot 10^{3b} = 2^2 \cdot 5^3 = 500\end{aligned}$$

19. $2^{10} \cong 1000$ 이라 할 때, 5^{10} 의 값은?

① 10^2

② 10^4

③ 10^5

④ 10^7

⑤ 10^8

해설

$$2^{10} \cong 10^3 = 2^3 \times 5^3 \text{ 이므로}$$

$$5^3 \cong 2^{10} \div 2^3 = 2^7$$

$$\text{따라서 } 5^{10} = 5^3 \times 5^7 \cong 2^7 \times 5^7 = 10^7$$

20. 자연수 n 에 대하여 $2^n, 3^n, 4^n, 5^n$ 각각의 일의 자리 숫자의 합을 $f(n)$ 이라 정의하고, $g(n) = 1 \times 2 \times \dots \times n$ 이라 정의할 때, $f(g(1)) + f(g(2)) + f(g(3)) + \dots + f(g(100))$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1808

해설

2^n 의 일의 자리 숫자는 2, 4, 8, 6 이 반복되고

3^n 의 일의 자리 숫자는 3, 9, 7, 1 이 반복되고

4^n 의 일의 자리 숫자는 4, 6 이 반복되고

5^n 의 일의 자리 숫자는 5 이다.

$g(1), g(2), g(3), \dots$ 는 각각 1, 2, 6, 24, 120, 720, \dots 에서 보듯이 $g(4)$ 부터는 모두 4 의 배수이다.

따라서

$$f(g(1)) = 2 + 3 + 4 + 5 = 14$$

$$f(g(2)) = 4 + 9 + 6 + 5 = 24$$

$$f(g(3)) = 4 + 9 + 6 + 5 = 24$$

$$f(g(4)) = f(g(5)) = f(g(6)) = \dots = f(g(100))$$

$$= 6 + 1 + 6 + 5 = 18$$

$$\therefore f(g(1)) + f(g(2)) + f(g(3)) + \dots + f(g(100))$$

$$= 14 + 24 + 24 + 18 \times 97 = 1808$$

21. 다음을 만족시키는 x 의 값을 구하여라.

$$2^{x+2} + 2^{x+1} + 2^x = 112$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\begin{aligned} 2^{x+2} + 2^{x+1} + 2^x &= 2^x(2^2 + 2 + 1) \\ &= 2^x \cdot 7 = 112 \end{aligned}$$

$$2^x = 16$$

$$\therefore x = 4$$

22. 다음 식에서 $A + B + C$ 의 값은?

$$(-4x^3)^A \times 2xy^B \div (-2x^2y)^2 = 8x^C y$$

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

해설

$$(-4x^3)^A \times 2xy^B \div (-2x^2y)^2 = 8x^C y$$

$$(-4)^A x^{3A} \times 2xy^B \div 4x^4 y^2 = 8x^C y$$

$$(-4)^A \times 2 \div 4 = 8 \quad \therefore A = 2$$

$$x^{3A} \times x \div x^4 = x^C$$

$$x^6 \times x \div x^4 = x^C \quad \therefore C = 3$$

$$y^B \div y^2 = y \quad \therefore B = 3$$

$$\therefore A + B + C = 2 + 3 + 3 = 8$$

23. $2^{10} \cong 1000$ 을 이용하여 $5^{11} = \frac{10^x}{2}$ 인 정수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$5^{11} = \frac{10^x}{2}$$

양변에 2^{11} 을 곱하면

$$2^{11} \times 5^{11} = 10^x \times 2^{10}$$

$$10^{11} = 10^x \times 10^3$$

$$10^8 = 10^x$$

$$\therefore x = 8$$

24. 4개의 수 a, b, c, d 에 대하여 기호 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$ 로 정의한다.

이때, $\begin{vmatrix} x+2y-3 & -\frac{3}{2} \\ y-x+1 & \frac{1}{2} \end{vmatrix}$ 은?

① $x - \frac{5}{2}y - 3$

② $x - \frac{3}{2}y - 2$

③ $x + \frac{3}{2}y - 1$

④ $-x + \frac{5}{2}y$

⑤ $-x + \frac{7}{2}y$

해설

$$\begin{aligned} & (x+2y-3) \times \frac{1}{2} - \left(-\frac{3}{2}\right) \times (y-x+1) \\ &= \left(\frac{1}{2}x + y - \frac{3}{2}\right) - \left(-\frac{3}{2}y + \frac{3}{2}x - \frac{3}{2}\right) \\ &= \frac{1}{2}x + y - \frac{3}{2} + \frac{3}{2}y - \frac{3}{2}x + \frac{3}{2} \\ &= -x + \frac{5}{2}y \end{aligned}$$

25. $-4a - \{3a + 5b - 2(a - 2b - \square)\} = -a - 11b$ 일 때, \square 안에 알맞은 식은?

① $-3b - 2a$

② $-b - 4a$

③ $b - 2a$

④ $2a + 3b$

⑤ $3a + 3b$

해설

$$\begin{aligned}
 & -4a - \{3a + 5b - 2(a - 2b - \square)\} \\
 & = -4a - (3a + 5b - 2a + 4b + 2\square) \\
 & = -4a - 3a - 5b + 2a - 4b - 2\square \\
 & = -5a - 9b - 2\square = -a - 11b \\
 \therefore \square & = b - 2a
 \end{aligned}$$

26. 어떤 식 A 에 $2x^2 - 5x + 7$ 을 빼야 할 것을 잘못하여 더하였더니, 답이 $7x^2 - 2x + 3$ 이 되었다. 바르게 계산한 답은?

① $5x^2 + 3x - 4$

② $5x^2 - 3x - 4$

③ $3x^2 - 2x + 17$

④ $3x^2 + 8x - 11$

⑤ $3x^2 - 12x + 3$

해설

$$\begin{aligned} A &= 7x^2 - 2x + 3 - (2x^2 - 5x + 7) \\ &= 5x^2 + 3x - 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\text{바른계산}) &= 5x^2 + 3x - 4 - (2x^2 - 5x + 7) \\ &= 3x^2 + 8x - 11 \end{aligned}$$

27. $(15x^2 + 9xy) \div 3x + (25y^2 - 5xy) \div 5y$ 를 간단히 하면?

① $4x + 8y$

② $8x + 4y$

③ $10x + 2y$

④ $10x + 8y$

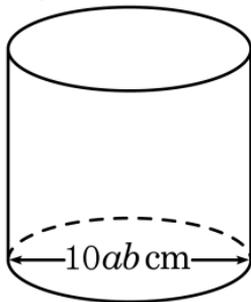
⑤ $14y$

해설

$$(15x^2 + 9xy) \div 3x + (25y^2 - 5xy) \div 5y = 5x + 3y + 5y - x = 4x + 8y$$

28. 원기둥의 부피는 $100\pi a^2 b^3 \text{cm}^3$ 이고, 밑면은 지름의 길이가 $10ab \text{cm}$ 인 원이다. 이 원기둥의 높이는?

부피: $100\pi a^2 b^3 \text{cm}^3$



① $2b \text{cm}$

② $4b \text{cm}$

③ $6b \text{cm}$

④ $8b \text{cm}$

⑤ $10b \text{cm}$

해설

원기둥의 높이를 h 라 하자.

$$\therefore h = \frac{100\pi a^2 b^3}{(5ab)^2 \pi} = \frac{100a^2 b^3}{25a^2 b^2} = 4b(\text{cm})$$

29. 자연수 a, b 에 대하여 $(x^a y)^4 = x^{12} y^b$ 인 관계가 있을 때, $\left(-\frac{1}{2}x^2 y\right)^a \div \left(\frac{1}{4}x^b y^2\right)^a \times (xy)^b$ 을 간단히 한 것은?

- ① $-\frac{8y}{x^2}$ ② $\frac{8y}{x^2}$ ③ $-\frac{8y}{x}$ ④ $-\frac{y}{x^2}$ ⑤ $\frac{8y^2}{x^2}$

해설

$(x^a y)^4 = x^{12} y^b$ 에서 $a = 3, b = 4$ 이므로

$$\begin{aligned} & \left(-\frac{1}{2}x^2 y\right)^a \div \left(\frac{1}{4}x^b y^2\right)^a \times (xy)^b \\ &= \left(-\frac{1}{2}x^2 y\right)^3 \div \left(\frac{1}{4}x^4 y^2\right)^3 \times (xy)^4 \\ &= \frac{x^6 y^3}{-8} \times \frac{64}{x^{12} y^6} \times \frac{x^4 y^4}{1} \\ &= -\frac{8y}{x^2} \end{aligned}$$

30. $A = (12a^5b^5 - 8a^5b^4) \div (2a^2b)^2$, $B = (4a^3b^4 - a^2b^2) \div (-ab)^2$ 일 때,
 $A - (B + 2C) = 3ab^3 + 1$ 을 만족하는 식 C 를 구하면?

① $C = ab$

② $C = ab^2$

③ $C = -3ab^2$

④ $C = 3ab^2$

⑤ $C = -ab$

해설

주어진 식 A, B 를 정리하면

$$A = 3ab^3 - 2ab^2, B = 4ab^2 - 1 \text{ 이다.}$$

$$A - (B + 2C) = 3ab^3 + 1 \text{ 에서}$$

$$A - B - 2C = 3ab^3 + 1 \text{ 이고,}$$

$$2C = A - B - 3ab^3 - 1$$

$$\begin{aligned} 2C &= 3ab^3 - 2ab^2 - (4ab^2 - 1) - 3ab^3 - 1 \\ &= -6ab^2 \end{aligned}$$

양변을 2로 나누면

$$C = -3ab^2 \text{ 이다.}$$

31. 비례식 $(3x - y) : (2x - 4y) = 2 : 3$ 을 y 에 관하여 풀어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $y = -x$

해설

$$2(2x - 4y) = 3(3x - y)$$

$$4x - 8y = 9x - 3y$$

$$5y = -5x$$

$$\therefore y = -x$$

32. $5x - 3y - 7 = -x + 9y - 1$ 일 때, $-5x + 2y - 1$ 을 y 에 관한 식으로 나타내면 $ay + b$ 라고 한다. $a + b$ 의 값은?

① -14

② -10

③ -5

④ 10

⑤ 14

해설

$$5x - 3y - 7 = -x + 9y - 1,$$

$6x = 12y + 6$, $x = 2y + 1$ 대입한다.

$$(\text{준식}) = -5(2y + 1) + 2y - 1$$

$$= -10y - 5 + 2y - 1$$

$$= -8y - 6$$

$$\therefore a + b = -14$$

33. $x + \frac{1}{y} = 1$, $y + \frac{1}{2z} = 1$ 일 때, $z + \frac{1}{2x}$ 의 값은?

① 1

② -1

③ 0

④ $-\frac{1}{2}$

⑤ $\frac{1}{2}$

해설

$x + \frac{1}{y} = 1$, $y + \frac{1}{2z} = 1$ 을 x 와 z 를 y 에 관하여 풀면, $x = \frac{y-1}{y}$,

$$z = \frac{1}{2(1-y)}$$

$z + \frac{1}{2x}$ 에 대입하면

$$z + \frac{1}{2x} = \frac{1}{2(1-y)} + \frac{y}{2(y-1)}$$

$$= \frac{1}{2(1-y)} - \frac{y}{2(1-y)}$$

$$= \frac{1-y}{2(1-y)} = \frac{1}{2}$$