

1. $a > 0$ 일 때, 다음 보기 중 옳은 것은 모두 몇 개인가?

보기

㉠ $\sqrt{4a^2} = 2a$

㉡ $-\sqrt{a^2} = a$

㉢ $-\sqrt{9a^2} = -3a$

㉣ $\sqrt{(-5a)^2} = 5a$

㉤ $-\sqrt{(-a)^2} = -a$

① 1 개

② 2 개

③ 3 개

④ 4 개

⑤ 5 개

해설

㉡ $-\sqrt{a^2} = -a$

2. $5 < a < b$ 일 때, $\sqrt{(a-b)^2} - \sqrt{(5-a)^2} + \sqrt{(b-5)^2}$ 을 간단히 하면?

① $-2a + 12$

② $-2a + 2b$

③ 0

④ $2a - 12$

⑤ $2b - 12$

해설

$$a < b \text{ 에서 } a - b < 0$$

$$5 < a \text{ 에서 } 5 - a < 0$$

$$5 < b \text{ 에서 } b - 5 > 0$$

$$\begin{aligned} (\text{주어진 식}) &= -(a-b) - \{-(5-a)\} + (b-5) \\ &= -a + b + 5 - a + b - 5 \\ &= -2a + 2b \end{aligned}$$

3. 두 자리 자연수 n 에 대하여, $\sqrt{5(n+13)}$ 이 자연수가 되도록 하는 n 의 값의 합은?

① 69

② 79

③ 89

④ 99

⑤ 109

해설

$10 \leq n < 100$, $\sqrt{5(n+13)} \rightarrow$ 자연수

$$n+13 = 5k^2$$

$$23 \leq 5k^2 < 113$$

$$4.6 \leq k^2 < 22.6$$

$$\therefore k^2 = 9, 16$$

$$n = 5 \times 9 - 13 = 32, n = 5 \times 16 - 13 = 67$$

따라서 n 의 값의 합은 $32 + 67 = 99$ 이다.

4. $\sqrt{48a}$ 와 $\sqrt{52-a}$ 모두 정수가 되도록 하는 양의 정수 a 의 개수는?

① 0 개

② 1 개

③ 2 개

④ 3 개

⑤ 4 개

해설

$$\sqrt{48a} = \sqrt{2^4 \times 3 \times a} \dots \textcircled{1}$$

$$52 - a = 0, 1, 4, 9, 16, 25, 49 \dots \textcircled{2}$$

②를 만족하는 $a = 52, 51, 48, 43, 36, 27, 3$

이 중 ①을 만족하는 것은 3, 27, 48

5. $\sqrt{192} - \sqrt{54} - \sqrt{108} + \sqrt{24}$ 를 $a\sqrt{3} + b\sqrt{6}$ 의 꼴로 고칠 때, $a - b$ 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{192} - \sqrt{54} - \sqrt{108} + \sqrt{24} \\&= 8\sqrt{3} - 3\sqrt{6} - 6\sqrt{3} + 2\sqrt{6} \\&= 2\sqrt{3} - \sqrt{6}\end{aligned}$$

$$\therefore a = 2, b = -1$$

$$\therefore a - b = 2 - (-1) = 3$$

6. 다음 보기 중에서 옳은 것을 모두 고르면?

보기

$$\textcircled{㉠} \sqrt{10} - \sqrt{45} + \sqrt{40} = -\sqrt{5} + 3\sqrt{10}$$

$$\textcircled{㉡} \sqrt{24} + \sqrt{54} + \sqrt{27} - \sqrt{12} = 5\sqrt{6} + \sqrt{3}$$

$$\textcircled{㉢} \sqrt{18} - \sqrt{8} + \sqrt{48} - \sqrt{12} = \sqrt{2} + 2\sqrt{3}$$

$$\textcircled{㉤} \frac{3}{\sqrt{3}} - \frac{28}{\sqrt{28}} = \sqrt{3} - \sqrt{7}$$

$$\textcircled{㉥} \sqrt{80} - \sqrt{20} - \frac{10}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$$

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉡, ㉢

④ ㉡, ㉤

⑤ ㉢, ㉤

해설

$$\begin{aligned} \textcircled{㉠} \quad & \sqrt{10} - \sqrt{45} + \sqrt{40} \\ &= \sqrt{10} - 3\sqrt{5} + 2\sqrt{10} \\ &= 3\sqrt{10} - 3\sqrt{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{㉡} \quad & \sqrt{24} + \sqrt{54} + \sqrt{27} - \sqrt{12} \\ &= 2\sqrt{6} + 3\sqrt{6} + 3\sqrt{3} - 2\sqrt{3} \\ &= 5\sqrt{6} + \sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{㉢} \quad & \sqrt{18} - \sqrt{8} + \sqrt{48} - \sqrt{12} \\ &= 3\sqrt{2} - 2\sqrt{2} + 4\sqrt{3} - 2\sqrt{3} \\ &= \sqrt{2} + 2\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{㉤} \quad & \frac{3}{\sqrt{3}} - \frac{28}{\sqrt{28}} \\ &= \sqrt{3} - \sqrt{28} \\ &= \sqrt{3} - 2\sqrt{7} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{㉥} \quad & \sqrt{80} - \sqrt{20} - \frac{10}{\sqrt{5}} \\ &= 4\sqrt{5} - 2\sqrt{5} - 2\sqrt{5} \\ &= 0 \end{aligned}$$

7. $\sqrt{45} + \sqrt{80} - k\sqrt{5} = 0$ 일 때, 유리수 k 의 값은?

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$$3\sqrt{5} + 4\sqrt{5} - k\sqrt{5} = 0$$

$$7\sqrt{5} = k\sqrt{5}$$

$$\therefore k = 7$$

8. 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?(단, $a > 0$)

① 모든 수의 제곱근은 항상 2 개이다.

② a^2 의 제곱근은 a 이다.

③ $\sqrt{a}$ 는 제곱근 a 와 같다.

④ $\sqrt{a^2}$ 의 제곱근은 $\sqrt{a}$ 이다.

⑤ 모든 자연수의 제곱근은 항상 2 개이다.

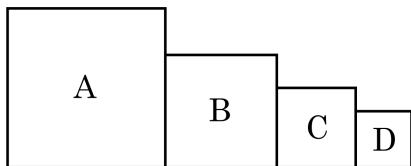
해설

① 0 의 제곱근은 한 개이고 음수의 제곱근은 없다.

② a^2 의 제곱근은 $\pm a$

④ $\sqrt{a^2}$ 의 제곱근은 $\pm \sqrt{a}$

9. 다음 그림에서 사각형 A, B, C, D 는 모두 정사각형이다. C 의 넓이는 D 의 넓이의 2 배, B 의 넓이는 C 의 넓이의 2 배, A 의 넓이는 B 의 넓이의 2 배인 관계가 있다고 한다. A 의 넓이가 4 cm^2 일 때, D 의 한 변의 길이는?



① $\frac{1}{4} \text{ cm}$

② $\frac{1}{2} \text{ cm}$

③ $\frac{\sqrt{2}}{4} \text{ cm}$

④ $\frac{\sqrt{2}}{4} \text{ cm}$

⑤ $\frac{\sqrt{2}}{2} \text{ cm}$

해설

$$(B \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times (A \text{의 넓이})$$

$$(C \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times (B \text{의 넓이}) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times (A \text{의 넓이})$$

$$(D \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times (C \text{의 넓이})$$

$$= \left(\frac{1}{2}\right)^3 \times (A \text{의 넓이})$$

A 의 넓이가 4 cm^2 이므로

$$(D \text{의 넓이}) = \frac{1}{8} \times 4 = \frac{1}{2}$$

따라서 $(D \text{의 넓이}) = (\text{한 변의 길이})^2 = \frac{1}{2} (\text{cm}^2)$ 이므로

$$(\text{한 변의 길이}) = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} (\text{cm}) \text{ 이다.}$$

10. $0 < a < 1$ 일 때, 다음 중 가장 큰 값은?

① a^2

② $\sqrt{\left(\frac{1}{a}\right)^2}$

③ $\sqrt{a}$

④ $\sqrt{(-a)^2}$

⑤ $\frac{1}{\sqrt{a}}$

해설

$0 < a < 1$ 일 때 $a = \frac{1}{4}$ 라 하면

① $a^2 = \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{16}$

② $\sqrt{\left(\frac{1}{a}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{\left(\frac{1}{4}\right)^2}} = \sqrt{16} = 4$

③ $\sqrt{a} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$

④ $\sqrt{(-a)^2} = \sqrt{\left(-\frac{1}{4}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{16}} = \frac{1}{4}$

⑤ $\frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{4}}} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$

11. a 는 유리수, b 는 무리수일 때, 다음 중 그 값이 항상 무리수인 것은?

① $\sqrt{a} + b$

② $\frac{b}{a}$

③ $a^2 - b^2$

④ ab

⑤ $\frac{b}{\sqrt{a}}$

해설

① $a = 2, b = -\sqrt{2}$ 일 때, $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$ 이므로 유리수이다.

③ $b = \sqrt{2}$ 일 때, $b^2 = 2$ 이므로 $a^2 - b^2$ 는 유리수이다.

④ $a = 0$ 일 때, $ab = 0$ 이므로 유리수이다.

⑤ $a = 2, b = \sqrt{8}$ 일 때, $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}} = 2$ 이므로 유리수이다.

12. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

- ① 순환하는 무한소수는 반드시 유리수이다.
- ② 서로 다른 두 무리수 사이에는 적어도 하나 이상의 자연수가 존재한다.
- ③ 반지름의 길이가 0 이 아닌 실수인 원의 넓이는 반드시 무리수이다.
- ④ 완전제곱수의 제곱근은 항상 유리수이다.
- ⑤ 서로 다른 두 무리수의 곱은 항상 무리수이다.

해설

- ② $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{3}$ 사이에는 자연수가 존재하지 않는다.
 - ⑤ $\sqrt{2}$ 와 $-\sqrt{2}$ 의 곱은 유리수이다.
- 따라서 옳지 않은 것은 ②, ⑤이다.

13. 두 실수 a, b 가 $a = \sqrt{8} - 3$, $b = -\sqrt{7} + \sqrt{8}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $a - b > 0$

② $b - a < 0$

③ $b + \sqrt{7} > 3$

④ $ab > 0$

⑤ $a + 1 > 0$

해설

$$\begin{aligned}
 a - b &= \sqrt{8} - 3 - (-\sqrt{7} + \sqrt{8}) \\
 ① \quad &= \sqrt{7} - 3 \\
 &= \sqrt{7} - \sqrt{9} < 0 \\
 \therefore a - b &< 0 \\
 b - a &= -\sqrt{7} + \sqrt{8} - (\sqrt{8} - 3) \\
 ② \quad &= -\sqrt{7} + 3 \\
 &= \sqrt{9} - \sqrt{7} > 0 \\
 \therefore b - a &> 0 \\
 ③ \quad (\text{좌변}) &= b + \sqrt{7} = -\sqrt{7} + \sqrt{8} + \sqrt{7} = \sqrt{8} \\
 (\text{우변}) &= 3 = \sqrt{9} \\
 \therefore b + \sqrt{7} &< 3 \\
 ④ \quad a &= \sqrt{8} - 3 = \sqrt{8} - \sqrt{9} < 0 \\
 b &= \sqrt{8} - \sqrt{7} > 0 \\
 \therefore ab &< 0 \\
 a + 1 &= (\sqrt{8} - 3) + 1 \\
 ⑤ \quad &= \sqrt{8} - 2 \\
 &= \sqrt{8} - \sqrt{4} > 0 \\
 \therefore a + 1 &> 0
 \end{aligned}$$

14. 다음을 만족하는 유리수 a, b, c 에 대하여 $\sqrt{\frac{2ab}{c}}$ 의 값은?

$$\frac{1}{2}\sqrt{8} = \sqrt{a}, \quad \sqrt{135} = 3\sqrt{b}, \quad \sqrt{2000} = c\sqrt{5}$$

① $\sqrt{2}$

② $\sqrt{3}$

③ 2

④ $\sqrt{5}$

⑤ $\sqrt{6}$

해설

$$\frac{1}{2}\sqrt{8} = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 \times 8} = \sqrt{\frac{8}{4}} = \sqrt{2} = \sqrt{a}$$

$$\therefore a = 2$$

$$\sqrt{135} = \sqrt{3^3 \times 5} = 3\sqrt{15} = 3\sqrt{b}$$

$$\therefore b = 15$$

$$\sqrt{2000} = \sqrt{20^2 \times 5} = 20\sqrt{5} = c\sqrt{5}$$

$$\therefore c = 20$$

$$\therefore \sqrt{\frac{2ab}{c}} = \sqrt{\frac{2 \times 2 \times 15}{20}} = \sqrt{3}$$

15. $\sqrt{(5-2\sqrt{5})^2} + \sqrt{(2\sqrt{5}-5)^2}$ 을 간단히 하면 $a+b\sqrt{5}$ 이다. 유리수 a 와 b 의 합은?

① -4

② 0

③ 3

④ 6

⑤ 11

해설

$5 > 2\sqrt{5}$ 이므로

$$\sqrt{(5-2\sqrt{5})^2} + \sqrt{(2\sqrt{5}-5)^2}$$

$$= |5-2\sqrt{5}| + |2\sqrt{5}-5|$$

$$= 5-2\sqrt{5} - (2\sqrt{5}-5)$$

$$= 5-2\sqrt{5} - 2\sqrt{5} + 5$$

$$= 10 - 4\sqrt{5}$$

$$\therefore a+b = 10-4 = 6$$