

1. 다음 중 제곱근을 나타낼 때, 근호를 사용하여 나타내야만 하는 것을 모두 고르면?

- ① $\sqrt{36}$ ② 169 ③ 3.9 ④ $\frac{98}{2}$ ⑤ 0.4

해설

- ① ($\sqrt{36}$ 의 제곱근)=6의 제곱근은 $\pm\sqrt{6}$
② $169 = 13^2$ 이므로 169의 제곱근은 ± 13
③ $3.9 = \frac{36}{9} = 4$ 이므로 3.9의 제곱근은 ± 2
④ $\frac{98}{2} = 49$ 이므로 $\frac{98}{2}$ 의 제곱근은 ± 7
⑤ 0.4의 제곱근은 $\pm\sqrt{0.4}$

2. $\frac{10^{12}}{20^6} = \sqrt{25^a}$, $\sqrt{\frac{3^{12}}{3^4}} = 3^b$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

- ① 5 ② 10 ③ 15 ④ 20 ⑤ 25

해설

$$\frac{10^{12}}{20^6} = \frac{10^{12}}{2^6 \times 10^6} = \frac{10^6}{2^6} = 5^6 = \sqrt{25^6}, a = 6$$

$$\sqrt{\frac{3^{12}}{3^4}} = \sqrt{3^8} = 3^4, b = 4$$

$$\therefore a + b = 10$$

3. 다음 설명 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

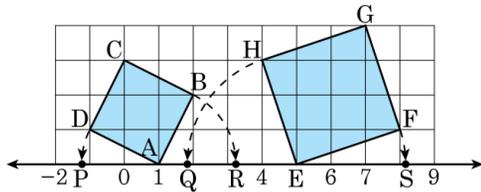
- ① 두 유리수 $\frac{1}{5}$ 과 $\frac{1}{3}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
- ② 두 무리수 $\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{6}$ 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
- ③ $\sqrt{5}$ 에 가장 가까운 유리수는 2 이다.
- ④ 서로 다른 두 유리수의 합은 반드시 유리수이지만, 서로 다른 두 무리수의 합 또한 반드시 무리수이다.
- ⑤ 실수와 수직선 위의 점 사이에는 일대일 대응이 이루어진다.

해설

- ③ $\sqrt{4}$ 와 $\sqrt{5}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 존재 한다.
- ④ 두 무리수를 더해 유리수가 될 수도 있다.

예) $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$

4. 다음 그림에서 $\square ABCD$ 와 $\square EFGH$ 가 정사각형이고 $\overline{AD} = \overline{AP} = \overline{AR}$, $\overline{EH} = \overline{EQ} = \overline{ES}$ 일 때, 점 P, Q, R, S에 대응하는 수를 바르게 짝지은 것을 모두 고르면?



- | | |
|---------------------|----------------------|
| ㉠ $P(-\sqrt{2})$ | ㉡ $Q(5 - \sqrt{3})$ |
| ㉢ $R(1 + \sqrt{5})$ | ㉣ $S(5 + \sqrt{10})$ |

- ① ㉠, ㉡ ② ㉡, ㉣ ③ ㉢, ㉣ ④ ㉠, ㉣ ⑤ ㉠, ㉣

해설

$\square ABCD$ 의 넓이가 5이므로 한 변의 길이는 $\sqrt{5}$, $\square EFGH$ 의 넓이는 10이므로 한 변의 길이는 $\sqrt{10}$
따라서 ㉠ $P(1 - \sqrt{5})$ ㉡ $Q(5 - \sqrt{10})$

5. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 골라라.

보기

- ㉠ 두 자연수 2와 3 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
- ㉡ $\sqrt{3}$ 과 $\sqrt{5}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
- ㉢ 수직선은 무리수에 대응하는 점으로 완전히 메울 수 있다.
- ㉣ -2와 $\sqrt{2}$ 사이에는 4개의 정수가 있다.
- ㉤ 1과 2 사이에는 2개의 무리수가 있다.
- ㉥ $\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{7}$ 사이에는 1개의 자연수가 있다.

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: ㉠

▶ 정답: ㉡

해설

- ㉠. ○ 두 자연수 2와 3 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
- ㉡. ○ $\sqrt{3}$ 과 $\sqrt{5}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
- ㉢. × 수직선은 무리수에 대응하는 점으로 완전히 메울 수 있다.(유리수에 대응하는 점을 메울 수 없다.)
- ㉣. × -2와 $\sqrt{2}$ 사이에는 4개의 정수가 있다.(-1, 0, 1, 3개가 있다.)
- ㉤. × 1과 2 사이에는 2개의 무리수가 있다.(무수히 많은 무리수가 있다.)
- ㉥. × $\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{7}$ 사이에는 1개의 자연수가 있다.($\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{7}$ 사이에는 자연수가 없다.)

6. -5 와 $\sqrt{5}$ 사이에 있는 수에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① 무수히 많은 실수가 있다.
- ② 무수히 많은 무리수가 있다.
- ③ 무수히 많은 유리수가 있다
- ④ 자연수가 2 개 있다.
- ⑤ 정수가 6 개 있다.

해설

$\sqrt{5} \approx 2.23..$ 이므로
 -5 와 $\sqrt{5}$ 사이에는 $-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2$ 의 7 개의 정수가 있다.

7. 다음 두 수의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

① $3 - \sqrt{3} < 5 - \sqrt{5}$ ② $\sqrt{0.3} < 0.3$

③ $4\sqrt{3} - 1 < 3\sqrt{5} - 1$ ④ $5 < \sqrt{3} + 3$

⑤ $2\sqrt{6} + 2 < 3\sqrt{2} + 2$

해설

① $-2 < -\sqrt{3} < -1$ 이므로 $1 < 3 - \sqrt{3} < 2$

$-3 < -\sqrt{5} < -2$ 이므로 $2 < 5 - \sqrt{5} < 3$

$\therefore 3 - \sqrt{3} < 5 - \sqrt{5}$

나머지의 부등호의 바른 방향은 모두 반대 방향으로 바뀐다.

8. $A = 3\sqrt{2} - 1$, $B = 2\sqrt{3} - 1$, $C = 3$ 일 때, A , B , C 의 대소 관계를 나타내어라.

▶ 답:

▷ 정답: $B < C < A$

해설

$$A = 3\sqrt{2} - 1 = \sqrt{18} - 1, B = 2\sqrt{3} - 1 = \sqrt{12} - 1, C = 3 = \sqrt{9}$$

$$A - C = \sqrt{18} - 1 - 3 = \sqrt{18} - 4 = \sqrt{18} - \sqrt{16} > 0$$

$$\therefore A > C$$

$$C - B = 3 - (2\sqrt{3} - 1) = 4 - \sqrt{12} > 0$$

$$\therefore C > B$$

$$\therefore A > C > B$$

9. $a = \sqrt{2}$, $b = \sqrt{5}$ 일 때, $\sqrt{4000}$ 을 a , b 를 이용하여 나타내어라.

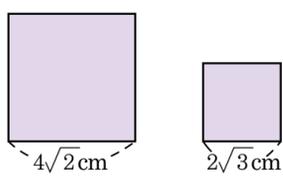
▶ 답:

▷ 정답: $a^5 b^3$

해설

$$\sqrt{4000} = \sqrt{2^5 \times 5^3} = (\sqrt{2})^5 \times (\sqrt{5})^3 = a^5 b^3$$

10. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 각각 $4\sqrt{2}\text{cm}$, $2\sqrt{3}\text{cm}$ 인 색종이가 있다. 이것을 적당히 오려 붙여서 이것과 넓이가 같은 정사각형 모양으로 붙이려고 한다. 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라.



▶ 답: cm

▷ 정답: $2\sqrt{11}\text{cm}$

해설

넓이의 합은 $(4\sqrt{2})^2 + (2\sqrt{3})^2 = 32 + 12 = 44$ 이다. 따라서 정사각형의 한 변의 길이를 $x\text{cm}$ 라고 할 때, $x^2 = 44$ 이므로 $x = 2\sqrt{11}\text{cm}$ 이다.

11. $\sqrt{27} + \sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} - \sqrt{6} \right) - \sqrt{18} = a\sqrt{2} + b\sqrt{3}$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a + b = -1$

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{27} + \sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} - \sqrt{6} \right) - \sqrt{18} \\ &= 3\sqrt{3} + \sqrt{3} - 2\sqrt{3} - 3\sqrt{2} \\ &= -3\sqrt{2} + 2\sqrt{3} \\ &\therefore a = -3, b = 2 \\ &\text{따라서 } a + b = -3 + 2 = -1 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

12. $\sqrt{a} = 5.235$, $\sqrt{b} = 5.666$ 일 때, $b - a$ 의 값은?

| 수 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 25 | 5.000 | 5.010 | 5.020 | 5.030 | 5.040 | 5.050 |
| 26 | 5.099 | 5.109 | 5.119 | 5.128 | 5.138 | 5.148 |
| 27 | 5.196 | 5.206 | 5.215 | 5.225 | 5.235 | 5.244 |
| 28 | 5.292 | 5.301 | 5.310 | 5.320 | 5.329 | 5.339 |
| 29 | 5.385 | 5.394 | 5.404 | 5.413 | 5.422 | 5.431 |
| 30 | 5.477 | 5.486 | 5.495 | 5.505 | 5.514 | 5.523 |
| 31 | 5.568 | 5.577 | 5.586 | 5.595 | 5.604 | 5.612 |
| 32 | 5.657 | 5.666 | 5.675 | 5.683 | 5.692 | 5.701 |
| 33 | 5.745 | 5.753 | 5.762 | 5.771 | 5.779 | 5.788 |
| 34 | 5.831 | 5.840 | 5.848 | 5.857 | 5.865 | 5.874 |

- ① 5.6 ② 5.2 ③ 4.7 ④ 4.1 ⑤ 3.4

해설

$$a = 27.4, b = 32.1$$

$$\therefore b - a = 32.1 - 27.4 = 4.7$$

13. 제곱근표에서 $\sqrt{6} = 2.449$ 일 때, $\sqrt{0.54}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 0.7347

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{0.54} &= \sqrt{\frac{54}{100}} = \frac{\sqrt{54}}{10} \\ &= \frac{\sqrt{6 \times 3^2}}{10} = \frac{3 \times \sqrt{6}}{10} \\ &= \frac{3 \times 2.449}{10} \\ &= 0.7347\end{aligned}$$

14. 제곱근표에서 $\sqrt{4.15} = 2.037$, $\sqrt{41.5} = 6.442$ 일 때, 제곱근의 값을 틀리게 구한 것은?

- ① $\sqrt{4150} = 64.42$ ② $\sqrt{4150000} = 2037$
③ $\sqrt{41500} = 644.2$ ④ $\sqrt{0.0415} = 0.2037$
⑤ $\sqrt{0.0000415} = 0.006442$

해설

① $\sqrt{4150} = \sqrt{41.5 \times 100}$
 $= 10\sqrt{41.5} = 10 \times 6.442$
 $= 64.42$

② $\sqrt{4150000} = \sqrt{4.15 \times 1000000}$
 $= 1000\sqrt{4.15} = 1000 \times 2.037$
 $= 2037$

③ $\sqrt{41500} = \sqrt{4.15 \times 10^4}$
 $= 100\sqrt{4.15} = 203.7$

④ $\sqrt{0.0415} = \sqrt{\frac{415}{10000}}$
 $= \sqrt{\frac{4.15}{100}}$
 $= \frac{\sqrt{4.15}}{10} = \frac{2.037}{10}$
 $= 0.2037$

⑤ $\sqrt{0.0000415} = \sqrt{\frac{415}{10000000}}$
 $= \sqrt{\frac{41.5}{1000000}}$
 $= \frac{\sqrt{41.5}}{1000} = \frac{6.442}{1000}$
 $= 0.006442$

15. $3\sqrt{3}$ 의 소수 부분을 a , 정수 부분을 b 라 할 때, $a-b$ 의 값은?

① $\sqrt{3}-5$

② $3\sqrt{3}-5$

③ $\sqrt{3}-9$

④ $3\sqrt{3}-9$

⑤ $3\sqrt{3}-10$

해설

$$3\sqrt{3} = \sqrt{27}, 5 < \sqrt{27} < 6 \text{ 이므로}$$

$$3\sqrt{3} \text{의 정수 부분 } b = 5$$

$$\text{소수 부분 } a = 3\sqrt{3} - 5$$

$$\therefore a - b = (3\sqrt{3} - 5) - 5 = 3\sqrt{3} - 10$$

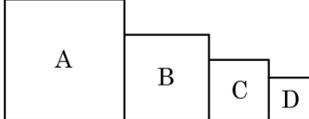
16. 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?(단, $a > 0$)

- ① 모든 수의 제곱근은 항상 2 개이다.
- ② a^2 의 제곱근은 a 이다.
- ③ \sqrt{a} 는 제곱근 a 와 같다.
- ④ $\sqrt{a^2}$ 의 제곱근은 \sqrt{a} 이다.
- ⑤ 모든 자연수의 제곱근은 항상 2 개이다.

해설

- ① 0 의 제곱근은 한 개이고 음수의 제곱근은 없다.
- ② a^2 의 제곱근은 $\pm a$
- ④ $\sqrt{a^2}$ 의 제곱근은 $\pm \sqrt{a}$

17. 다음 그림에서 사각형 A, B, C, D는 모두 정사각형이다. C의 넓이는 D의 넓이의 2배, B의 넓이는 C의 넓이의 2배, A의 넓이는 B의 넓이의 2배인 관계가 있다고 한다. A의 넓이가 4 cm^2 일 때, D의 한 변의 길이는?



- ① $\frac{1}{4}\text{ cm}$ ② $\frac{1}{2}\text{ cm}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{4}\text{ cm}$
 ④ $\frac{\sqrt{2}}{4}\text{ cm}$ ⑤ $\frac{\sqrt{2}}{2}\text{ cm}$

해설

$$(B\text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times (A\text{의 넓이})$$

$$(C\text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times (B\text{의 넓이}) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times (A\text{의 넓이})$$

$$(D\text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times (C\text{의 넓이}) \\ = \left(\frac{1}{2}\right)^3 \times (A\text{의 넓이})$$

A의 넓이가 4 cm^2 이므로

$$(D\text{의 넓이}) = \frac{1}{8} \times 4 = \frac{1}{2}$$

따라서 $(D\text{의 넓이}) = (\text{한 변의 길이})^2 = \frac{1}{2}(\text{cm}^2)$ 이므로

$$(\text{한 변의 길이}) = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}(\text{cm}) \text{ 이다.}$$

18. 다음 보기의 수를 각각 제곱근으로 나타낼 때, 근호를 사용하지 않아도 되는 것을 모두 고르면?

보기

| | | |
|---------------|------------------|-------------------|
| ㉠ $\sqrt{36}$ | ㉡ 25 | ㉢ $\sqrt{(-3)^2}$ |
| ㉣ 1.6 | ㉤ $\frac{49}{9}$ | ㉥ $\frac{81}{6}$ |

- ① ㉠, ㉡ ② ㉡, ㉣ ③ ㉡, ㉤
 ④ ㉠, ㉣, ㉤ ⑤ ㉡, ㉣, ㉤

해설

- ㉠ $\sqrt{36} = 6$ 이므로 6의 제곱근은 $\pm\sqrt{6}$ 이다.
 ㉢ $\sqrt{(-3)^2} = 3$ 이므로 3의 제곱근은 $\pm\sqrt{3}$ 이다.
 ㉣ (1.6의 제곱근) = $\pm\sqrt{1.6}$ (1.6은 제곱수가 아니다.)
 ㉥ $\left(\frac{81}{6}\right)$ 의 제곱근 = $\pm\frac{9}{\sqrt{6}}$

19. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $a > 0$ 일 때, $\sqrt{(-a)^2} = a$ 이다.

② $a < 0$ 일 때, $-\sqrt{(-a)^2} = a$

③ $a > 0$ 일 때, $\sqrt{16a^2} = 4a$ 이다.

④ $\sqrt{a^2} = |a|$ 이다.

⑤ $a < 0$ 일 때, $\sqrt{(3a)^2} = 3a$ 이다

해설

① $a > 0$ 일 때, $\sqrt{(-a)^2} = a$

② $a < 0$ 일 때, $-\sqrt{(-a)^2} = -(-a) = a$

③ $a > 0$ 일 때, $\sqrt{16a^2} = 4a$

④ a 의 부호와 관계없이 $\sqrt{a^2} = |a|$

⑤ $a < 0$ 일 때, $\sqrt{(3a)^2} = -3a$

20. 다음 식을 간단히 하면?

$$\sqrt{225} - \sqrt{(-6)^2} + \sqrt{(-3)^2 \times 2^4} - \sqrt{5^2} - (-\sqrt{3})^2$$

- ① -11 ② 7 ③ 10 ④ 13 ⑤ 19

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{225} - \sqrt{(-6)^2} + \sqrt{(-3)^2 \times 2^4} - \sqrt{5^2} - (-\sqrt{3})^2 \\ &= 15 - 6 + \sqrt{(3 \times 2^2)^2} - 5 - 3 \\ &= 9 + 12 - 8 = 13 \end{aligned}$$

21. 두 수 a, b 가 $a + b < 0$, $ab < 0$, $|a| < |b|$ 를 만족할 때, $\sqrt{9a^2} + \sqrt{(-b)^2} + \sqrt{(-2a)^2} - \sqrt{4b^2}$ 을 간단히 하면? (단, $|a|$ 는 a 의 절댓값)

① $3a + b$

② $-5a - b$

③ $-5a + b$

④ $5a + b$

⑤ $5a - b$

해설

$a > 0, b < 0$ 이므로

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= |3a| + |-b| + |-2a| - |2b| \\ &= 3a - b + 2a + 2b \\ &= 5a + b\end{aligned}$$

22. $-2 < x < 3$ 일 때, $\sqrt{(x+2)^2} - \sqrt{(x-3)^2} + 2|3-x|$ 를 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$\begin{aligned} & -2 < x < 3 \text{ 일 때,} \\ & \sqrt{(x+2)^2} - \sqrt{(x-3)^2} + 2|3-x| \\ & = x+2 + x-3 + 6 - 2x = 5 \end{aligned}$$

23. 두 자연수 a, b 에 대하여 $\sqrt{270a} = b$ 일 때, $a + b$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 120

해설

$$\sqrt{270a} = \sqrt{3^3 \times 2 \times 5 \times a}$$

근호 안의 소인수의 지수가 모두 짝수가 되어야 하므로 $a = 3 \times 2 \times 5 = 30$ 이다.

a 를 대입하면 $\sqrt{270a} = \sqrt{3^3 \times 2 \times 5 \times a} = \sqrt{3^4 \times 2^2 \times 5^2} = 3^2 \times 2 \times 5 = b$ 이다.

따라서 $b = 90$ 이다.

24. $\sqrt{x^2+35}=y$ 이고, x, y 는 자연수일 때, y 의 값을 모두 구하면?

- ① 6 ② 9 ③ 14 ④ 18 ⑤ 20

해설

$$\begin{aligned} \sqrt{x^2+35} &= y \\ x^2 = 1 \text{ 일 때 } y &= 6 \\ x^2 = 289 \text{ 일 때 } y &= 18 \end{aligned}$$

25. $\sqrt{90-x} - \sqrt{7+x}$ 의 값이 가장 큰 자연수가 되도록 하는 자연수 x 의 값은?

- ① 5 ② 9 ③ 15 ④ 26 ⑤ 30

해설

$\sqrt{90-x}$, $\sqrt{7+x}$ 둘 다 자연수가 되어야 한다. $\sqrt{90-x}$ 가 최대
 $\sqrt{7+x}$ 가 최소가 되려면 $x=9$ 이어야 한다.

26. $0 < a < 1$ 일 때, 다음 중 가장 큰 값은?

- ① a^2 ② $\sqrt{\left(\frac{1}{a}\right)^2}$ ③ \sqrt{a}
④ $\sqrt{(-a)^2}$ ⑤ $\frac{1}{\sqrt{a}}$

해설

$0 < a < 1$ 일 때 $a = \frac{1}{4}$ 라 하면

① $a^2 = \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{16}$

② $\sqrt{\left(\frac{1}{a}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{\left(\frac{1}{4}\right)^2}} = \sqrt{16} = 4$

③ $\sqrt{a} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$

④ $\sqrt{(-a)^2} = \sqrt{\left(-\frac{1}{4}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{16}} = \frac{1}{4}$

⑤ $\frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{4}}} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$

27. 다음의 두 식 A, B 에 대하여 $A+B$ 를 계산하여라.

$$A = \sqrt{(3 - \sqrt{10})^2} - \sqrt{(\sqrt{10} - 3)^2}$$
$$B = \sqrt{(3 - 2\sqrt{2})^2} + \sqrt{(2\sqrt{2} - 2)^2}$$

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$$3 < \sqrt{10}, 2 < 2\sqrt{2} < 3$$

$$A = -(3 - \sqrt{10}) - (\sqrt{10} - 3) = 0$$

$$B = (3 - 2\sqrt{2}) + (2\sqrt{2} - 2) = 1$$

$$\therefore A + B = 0 + 1 = 1$$

28. $\sqrt{3n}$ 이 2 와 4 사이의 수가 되게 하는 정수 n 의 개수는 몇 개인가?

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$$\begin{aligned} 2 < \sqrt{3n} < 4 \\ 4 < 3n < 16 \\ \therefore n = 2, 3, 4, 5 \end{aligned}$$

29. a 는 유리수, b 는 무리수일 때, 다음 중 그 값이 항상 무리수인 것은?

① $\sqrt{a} + b$

② $\frac{b}{a}$

③ $a^2 - b^2$

④ ab

⑤ $\frac{b}{\sqrt{a}}$

해설

① $a = 2, b = -\sqrt{2}$ 일 때, $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$ 이므로 유리수이다.

③ $b = \sqrt{2}$ 일 때, $b^2 = 2$ 이므로 $a^2 - b^2$ 는 유리수이다.

④ $a = 0$ 일 때, $ab = 0$ 이므로 유리수이다.

⑤ $a = 2, b = \sqrt{8}$ 일 때, $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}} = 2$ 이므로 유리수이다.

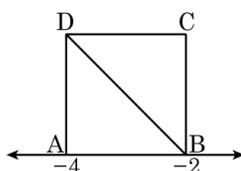
30. 다음 중 옳은 것은?

- ① 어떤 수의 제곱근은 모두 무리수이다.
- ② 두 무리수의 합은 항상 무리수이다.
- ③ 유리수와 무리수의 합은 항상 무리수이다.
- ④ 유리수와 무리수의 곱은 항상 무리수이다.
- ⑤ 무리수에 무리수를 곱하면 항상 무리수이다.

해설

- ① 제곱수의 제곱근은 유리수
- ② $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$
- ④ $0 \times \sqrt{2} = 0$
- ⑤ $\sqrt{2} \times \sqrt{2} = \sqrt{4} = 2$

31. 다음과 같이 수직선 위의 점 $A(-4)$, $B(-2)$ 에 대하여 선분 AB 를 한 변으로 하는 정사각형 $ABCD$ 가 있다. 점 B 를 중심으로 하고, 대각선 BD 를 반지름으로 하는 반원의 넓이를 구하여라.



▶ 답:

▶ 정답: 4π

해설

정사각형 $ABCD$ 의 한 변의 길이가 $(-2) - (-4) = 2$ 이므로 대각선 BD 의 길이는 $2\sqrt{2}$ 이다.
반지름이 $2\sqrt{2}$ 인 반원의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times \pi \times (2\sqrt{2})^2 = 4\pi \text{이다.}$$

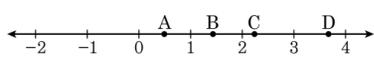
32. 두 실수 a, b 가 $a = \sqrt{8} - 3$, $b = -\sqrt{7} + \sqrt{8}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

- ① $a - b > 0$ ② $b - a < 0$ ③ $b + \sqrt{7} > 3$
④ $ab > 0$ ⑤ $a + 1 > 0$

해설

$$\begin{aligned} a - b &= \sqrt{8} - 3 - (-\sqrt{7} + \sqrt{8}) \\ \text{①} \quad &= \sqrt{7} - 3 \\ &= \sqrt{7} - \sqrt{9} < 0 \\ \therefore a - b &< 0 \\ b - a &= -\sqrt{7} + \sqrt{8} - (\sqrt{8} - 3) \\ \text{②} \quad &= -\sqrt{7} + 3 \\ &= \sqrt{9} - \sqrt{7} > 0 \\ \therefore b - a &> 0 \\ \text{③} \quad (\text{좌변}) &= b + \sqrt{7} = -\sqrt{7} + \sqrt{8} + \sqrt{7} = \sqrt{8} \\ (\text{우변}) &= 3 = \sqrt{9} \\ \therefore b + \sqrt{7} &< 3 \\ \text{④} \quad a &= \sqrt{8} - 3 = \sqrt{8} - \sqrt{9} < 0 \\ b &= \sqrt{8} - \sqrt{7} > 0 \\ \therefore ab &< 0 \\ a + 1 &= (\sqrt{8} - 3) + 1 \\ \text{⑤} \quad &= \sqrt{8} - 2 \\ &= \sqrt{8} - \sqrt{4} > 0 \\ \therefore a + 1 &> 0 \end{aligned}$$

33. 다음 보기의 수 중에서 수직선 위의 점 A, B, C, D에 대응하는 수들의 합을 구하여라.



보기

$$\sqrt{2}, 1 - \sqrt{2}, 2 - \sqrt{2}, \sqrt{3} + 2, \sqrt{3} + 4, 4 - \sqrt{3}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$1 < \sqrt{2} < 2 : B$$

$$-1 < 1 - \sqrt{2} < 0 : \text{대응점 없음}$$

$$0 < 2 - \sqrt{2} < 1 : A$$

$$3 < \sqrt{3} + 2 < 4 : D$$

$$5 < \sqrt{3} + 4 < 6 : \text{대응점 없음}$$

$$2 < 4 - \sqrt{3} < 3 : C$$

$$\therefore (2 - \sqrt{2}) + (\sqrt{2}) + (4 - \sqrt{3}) + (\sqrt{3} + 2) = 8$$

34. 다음 두 수 6 과 15 사이에 있는 정수 n 에 대하여 \sqrt{n} 이 무리수인 n 의 개수는?

- ① 11 개 ② 10 개 ③ 9 개 ④ 8 개 ⑤ 7 개

해설

7 ~ 14 까지의 정수 중 $3^2 = 9$ 제외.
7, 8, 10, 11, 12, 13, 14 (7개)

35. $x, y > 0$ 이고, $\sqrt{\frac{6}{x}} \times \sqrt{3x^2} \times \sqrt{18x} = 90$, $y = x + 2$ 일 때, $3\sqrt{7} \times \frac{1}{\sqrt{y}} \times \sqrt{y-3}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

$$\sqrt{\frac{6}{x}} \times \sqrt{3x^2} \times \sqrt{18x} = 90$$

$$\sqrt{\frac{6}{x} \times 3x^2 \times 18x} = 90$$

$$\sqrt{18^2 \times x^2} = 90$$

$$18x = 90$$

$$\therefore x = 5$$

$$y = x + 2 \text{ 이므로 } \therefore y = 7$$

$$\begin{aligned} \therefore 3\sqrt{7} \times \frac{1}{\sqrt{y}} \times \sqrt{y-3} &= 3\sqrt{7} \times \frac{1}{\sqrt{7}} \times \sqrt{4} \\ &= 3 \times 2 = 6 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

36. 다음을 만족하는 유리수 a, b, c 에 대하여 $\sqrt{\frac{2ab}{c}}$ 의 값은?

$$\frac{1}{2}\sqrt{8} = \sqrt{a}, \quad \sqrt{135} = 3\sqrt{b}, \quad \sqrt{2000} = c\sqrt{5}$$

- ① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ 2 ④ $\sqrt{5}$ ⑤ $\sqrt{6}$

해설

$$\frac{1}{2}\sqrt{8} = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 \times 8} = \sqrt{\frac{8}{4}} = \sqrt{2} = \sqrt{a}$$

$$\therefore a = 2$$

$$\sqrt{135} = \sqrt{3^3 \times 5} = 3\sqrt{15} = 3\sqrt{b}$$

$$\therefore b = 15$$

$$\sqrt{2000} = \sqrt{20^2 \times 5} = 20\sqrt{5} = c\sqrt{5}$$

$$\therefore c = 20$$

$$\therefore \sqrt{\frac{2ab}{c}} = \sqrt{\frac{2 \times 2 \times 15}{20}} = \sqrt{3}$$

37. 제곱근의 나눗셈을 이용하였더니 $\sqrt{10}$ 은 $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$ 의 a 배였고, $\sqrt{21}$ 은 $\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}}$ 의 b 배였다. $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a+b=8$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{10} \div \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} &= \sqrt{10} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} \\ &= \sqrt{\frac{10 \times 5}{2}} \\ &= \sqrt{25} = 5\end{aligned}$$

$$\therefore a = 5$$

$$\sqrt{21} \div \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}} = \sqrt{21} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}} = \sqrt{9} = 3$$

$$\therefore b = 3$$

$$\therefore a+b = 5+3 = 8$$

38. $\sqrt{0.96}$ 은 $\sqrt{6}$ 의 x 배이다. 이 때, x 의 값은?

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{8}{5}$ ④ $\frac{12}{5}$ ⑤ $\frac{16}{5}$

해설

$$\sqrt{0.96} = \sqrt{\frac{96}{100}} = \sqrt{\frac{4^2 \times 6}{10^2}} = \frac{4}{10} \sqrt{6} = \frac{2}{5} \sqrt{6}$$
$$\therefore x = \frac{2}{5}$$

39. $x = 3 + \sqrt{2}$ 일 때, $\frac{x+7}{x-3}$ 의 값은?

① $-1 + 5\sqrt{2}$

② $1 - 3\sqrt{2}$

③ $1 + 5\sqrt{2}$

④ $2 + 2\sqrt{2}$

⑤ $2 + 5\sqrt{2}$

해설

$$\frac{x+7}{x-3} = \frac{10+\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{10+\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 5\sqrt{2} + 1$$

40. $6\sqrt{12} \times 2\sqrt{3} \div 9\sqrt{2} = 32\sqrt{6} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \div A$ 일 때, A 를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $A = 12$

해설

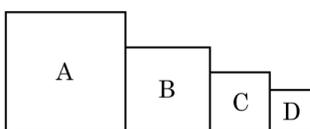
$$\begin{aligned} \text{좌변} : 6\sqrt{12} \times 2\sqrt{3} \div 9\sqrt{2} &= \frac{12\sqrt{3} \times 2\sqrt{3}}{9\sqrt{2}} \\ &= \frac{8}{\sqrt{2}} \end{aligned}$$

$$\text{우변} : 32\sqrt{6} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \div A = 48\sqrt{2} \div A$$

$$\therefore 48\sqrt{2} \div A = \frac{8}{\sqrt{2}}$$

$$\therefore A = 48\sqrt{2} \div \frac{8}{\sqrt{2}} = 48\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{8} = 12$$

41. 다음 그림에서 사각형 A, B, C, D는 모두 정사각형이고, 각 사각형의 넓이 사이에는 C는 D의 2배, B는 C의 2배, A는 B의 2배인 관계가 있다고 한다. A의 넓이가 2cm^2 일 때, D의 한 변의 길이는?



- ① $\frac{1}{4}\text{cm}$ ② $\frac{1}{2}\text{cm}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{4}\text{cm}$
 ④ $\frac{\sqrt{2}}{3}\text{cm}$ ⑤ $\frac{\sqrt{2}}{2}\text{cm}$

해설

D의 넓이는 A의 넓이의 $\frac{1}{8}$ 이므로 $\frac{1}{4}$
 따라서 한 변의 길이는 $\frac{1}{2}$ 이다.

42. $f(x) = \sqrt{x+1} - \sqrt{x}$ 일 때, $f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(39) + f(40)$ 의 값을 구하면?

- ① $\sqrt{40} - 1$ ② $\sqrt{40} + 1$ ③ $\sqrt{41} - 1$
④ $\sqrt{41} + 1$ ⑤ $\sqrt{41} - \sqrt{40}$

해설

$$\begin{aligned} f(1) &= \sqrt{2} - 1 = -1 + \sqrt{2} \\ f(2) &= \sqrt{3} - \sqrt{2} = -\sqrt{2} + \sqrt{3} \\ f(3) &= \sqrt{4} - \sqrt{3} = -\sqrt{3} + \sqrt{4} \dots \\ f(39) &= \sqrt{40} - \sqrt{39} = -\sqrt{39} + \sqrt{40} \\ f(40) &= \sqrt{41} - \sqrt{40} = -\sqrt{40} + \sqrt{41} \\ \therefore f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(39) + f(40) \\ &= (-1 + \sqrt{2}) + (-\sqrt{2} + \sqrt{3}) + (-\sqrt{3} + \sqrt{4}) + \dots + (-\sqrt{39} + \sqrt{40}) + (-\sqrt{40} + \sqrt{41}) = -1 + \sqrt{41} \end{aligned}$$

43. $\frac{1}{\sqrt{12}} + \frac{3}{\sqrt{27}} - \sqrt{12} = A\sqrt{3}$ 일 때, 유리수 A 의 값은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $-\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{\sqrt{3}}{6} + \frac{\sqrt{3}}{3} - 2\sqrt{3} &= \frac{3\sqrt{3}}{6} - \frac{12\sqrt{3}}{6} \\ &= -\frac{9\sqrt{3}}{6} \\ &= -\frac{3\sqrt{3}}{2} \text{ 이다.}\end{aligned}$$

따라서 $A = -\frac{3}{2}$ 이다.

44. $x = \sqrt{5+3\sqrt{2}}, y = \sqrt{5-3\sqrt{2}}$ 일 때, $x^4 + y^4$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 86

해설

$$x^2 = 5 + 3\sqrt{2}, y^2 = 5 - 3\sqrt{2}$$

$$\therefore x^2 + y^2 = 10, x^2y^2 = 7$$

$$x^4 + 2x^2y^2 + y^4 = (x^2 + y^2)^2 = 100$$

$$\text{따라서 } x^4 + y^4 = 100 - 2x^2y^2 = 100 - 14 = 86 \text{ 이다.}$$

45. a, b 가 유리수일 때, $(\sqrt{3}-1)a+2b=0$ 을 만족하는 a, b 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a=0$

▷ 정답: $b=0$

해설

동류항끼리 정리하면 $\sqrt{3}a+(-a+2b)=0$ 이므로 $a=0, b=0$

46. $\frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5}}$ 의 분모를 유리화하면, $\frac{\sqrt{a} - \sqrt{b} - \sqrt{c}}{d}$ 이다. 이 때,

$a + b + c + d$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 48

해설

$\sqrt{2} + \sqrt{3} = t$ 라 하면,

$$\frac{1}{\sqrt{5} + t} = \frac{\sqrt{5} - t}{(\sqrt{5} + t)(\sqrt{5} - t)} = \frac{\sqrt{5} - t}{5 - t^2}$$

$$= \frac{\sqrt{5} - \sqrt{2} - \sqrt{3}}{5 - (\sqrt{2} + \sqrt{3})^2}$$

$$= \frac{\sqrt{5} - \sqrt{2} - \sqrt{3}}{5 - (5 + 2\sqrt{6})}$$

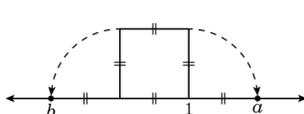
$$= \frac{\sqrt{5} - \sqrt{2} - \sqrt{3}}{-2\sqrt{6}}$$

$$= \frac{\sqrt{30} - \sqrt{12} - \sqrt{18}}{-12}$$

$$= \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b} - \sqrt{c}}{d}$$

$$\therefore a + b + c + d = 30 + 12 + 18 - 12 = 48$$

47. 다음 그림의 사각형은 넓이가 2인 정사각형이다. $\frac{a+b}{\sqrt{2}}$ 의 값은?



- ① $\sqrt{2}-2$ ② $\sqrt{2}-1$ ③ $\sqrt{2}$
 ④ $2-\sqrt{2}$ ⑤ 3

해설

넓이가 2인 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{2}$

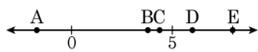
$$a = 1 + \sqrt{2}, b = 1 - 2\sqrt{2}$$

$$\frac{a+b}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}(1 + \sqrt{2} + 1 - 2\sqrt{2})$$

$$= \frac{2 - \sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{2\sqrt{2} - 2}{2} = \sqrt{2} - 1$$

48. 다음 중 세 수 p, q, r 를 수직선에 나타내려고 한다. 바르게 연결된 것은?



$$p = \sqrt{3} + \sqrt{5}, q = \sqrt{3} - 2, r = \sqrt{5} + 2$$

- ① $A = p, B = q, C = r$ ② $A = q, B = p, C = r$
 ③ $A = q, B = p, D = r$ ④ $B = p, C = q, D = r$
 ⑤ $B = r, C = p, D = q$

해설

i) p, q, r 의 대소 관계를 먼저 구한다.
 (1) $p - q = \sqrt{3} + \sqrt{5} - (\sqrt{3} - 2) = \sqrt{5} + 2 > 0 \therefore p > q$
 (2) $q - r = \sqrt{3} - 2 - (\sqrt{5} + 2) = \sqrt{3} - \sqrt{5} - 4 < 0 \therefore r > q$
 (3) $p - r = \sqrt{3} + \sqrt{5} - (\sqrt{5} + 2) = \sqrt{3} - 2 < 0 \therefore r > p$
 $\therefore r > p > q$
 ii) $q = \sqrt{3} - 2 < 0$ 이므로 수직선 0 보다 왼쪽의 점인 A 에 위치한다.
 $r = \sqrt{5} + 2$ 에서 $\sqrt{5}$ 의 범위는 $2 < \sqrt{5} < 3$ 이므로 $4 < r < 5$ 이다.
 따라서 r 은 C, p 는 B 에 위치한다.

49. 다음 제곱근표를 이용하여 $\sqrt{2004}$ 의 값을 구하면?

| 수 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|-----|-------|-------|-------|-------|-------|
| 3.0 | 1.732 | 1.735 | 1.738 | 1.741 | 1.744 |
| 4.0 | 2.000 | 2.002 | 2.005 | 2.007 | 2.010 |
| 5.0 | 2.230 | 2.238 | 2.241 | 2.243 | 2.245 |

- ① 44.72 ② 34.64 ③ 34.70 ④ 34.76 ⑤ 44.76

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{2004} &= \sqrt{4 \times 501} = 2\sqrt{501} \\ &= 2 \times \sqrt{5.01 \times 100} \\ &= 20\sqrt{5.01}\end{aligned}$$

주어진 표에서 $5.01 = 2.238$

$$\therefore 20 \times 2.238 = 44.76$$

50. 자연수 n 에 대하여 \sqrt{n} 의 소수 부분을 $f(n)$ 이라 할 때, $f(175) - 2f(28) = a\sqrt{7} + b$ 이다. 이 때, ab 의 값을 구하면?

- ① -5 ② -3 ③ -1 ④ 1 ⑤ 3

해설

$$\begin{aligned} \text{i) } & 13 < \sqrt{175} = 5\sqrt{7} < 14 \\ \therefore & f(175) = 5\sqrt{7} - 13 \\ \text{ii) } & 5 < \sqrt{28} = 2\sqrt{7} < 6 \\ \therefore & f(28) = 2\sqrt{7} - 5 \\ \therefore & f(175) - 2f(28) = 5\sqrt{7} - 13 - 4\sqrt{7} + 10 \\ & = \sqrt{7} - 3 \\ \sqrt{7} - 3 & = a\sqrt{7} + b \text{ 이므로} \\ a & = 1, b = -3 \\ \therefore & ab = 1 \times (-3) = -3 \end{aligned}$$