

1. 다음 중 제곱근을 나타낼 때, 근호를 사용하여 나타내야만 하는 것을 모두 고르면?

① $\sqrt{36}$

② 169

③ $3.\dot{9}$

④ $\frac{98}{2}$

⑤ 0.4

해설

① ($\sqrt{36}$ 의 제곱근) = 6 의 제곱근은 $\pm\sqrt{6}$

② $169 = 13^2$ 이므로 169 의 제곱근은 ± 13

③ $3.\dot{9} = \frac{36}{9} = 4$ 이므로 $3.\dot{9}$ 의 제곱근은 ± 2

④ $\frac{98}{2} = 49$ 이므로 $\frac{98}{2}$ 의 제곱근은 ± 7

⑤ 0.4 의 제곱근은 $\pm\sqrt{0.4}$

2. $\frac{10^{12}}{20^6} = \sqrt{25^a}$, $\sqrt{\frac{3^{12}}{3^4}} = 3^b$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① 5

② 10

③ 15

④ 20

⑤ 25

해설

$$\frac{10^{12}}{20^6} = \frac{10^{12}}{2^6 \times 10^6} = \frac{10^6}{2^6} = 5^6 = \sqrt{25^6}, a = 6$$

$$\sqrt{\frac{3^{12}}{3^4}} = \sqrt{3^8} = 3^4, b = 4$$

$$\therefore a + b = 10$$

3. 다음 설명 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

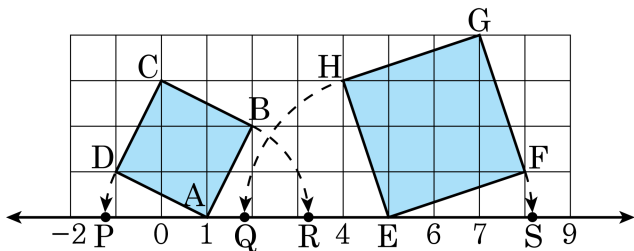
- ① 두 유리수 $\frac{1}{5}$ 과 $\frac{1}{3}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
- ② 두 무리수 $\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{6}$ 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
- ③ $\sqrt{5}$ 에 가장 가까운 유리수는 2 이다.
- ④ 서로 다른 두 유리수의 합은 반드시 유리수이지만, 서로 다른 두 무리수의 합 또한 반드시 무리수이다.
- ⑤ 실수와 수직선 위의 점 사이에는 일대일 대응이 이루어진다.

해설

- ③ $\sqrt{4}$ 와 $\sqrt{5}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 존재 한다.
- ④ 두 무리수를 더해 유리수가 될 수도 있다.

예) $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$

4. 다음 그림에서 $\square ABCD$ 와 $\square EFGH$ 가 정사각형이고 $\overline{AD} = \overline{AP} = \overline{AR}$, $\overline{EH} = \overline{EQ} = \overline{ES}$ 일 때, 점 P, Q, R, S에 대응하는 수를 바르게 짝지은 것을 모두 고르면?



㉠ $P(-\sqrt{2})$

㉡ $Q(5 - \sqrt{3})$

㉢ $R(1 + \sqrt{5})$

㉣ $S(5 + \sqrt{10})$

① ㉠, ㉡

② ㉡, ㉢

③ ㉢, ㉣

④ ㉠, ㉣

⑤ ㉠, ㉢

해설

$\square ABCD$ 의 넓이가 5이므로 한 변의 길이는 $\sqrt{5}$, $\square EFGH$ 의 넓이는 10이므로 한 변의 길이는 $\sqrt{10}$
따라서 ㉠ $P(1 - \sqrt{5})$ ㉡ $Q(5 - \sqrt{10})$

5. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 골라라.

보기

- ㉠ 두 자연수 2와 3 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
- ㉡ $\sqrt{3}$ 과 $\sqrt{5}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
- ㉢ 수직선은 무리수에 대응하는 점으로 완전히 메울 수 있다.
- ㉣ -2와 $\sqrt{2}$ 사이에는 4개의 정수가 있다.
- ㉤ 1과 2사이에는 2개의 무리수가 있다.
- ㉥ $\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{7}$ 사이에는 1개의 자연수가 있다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉡

해설

- ㉠. ○ 두 자연수 2와 3 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
- ㉡. ○ $\sqrt{3}$ 과 $\sqrt{5}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
- ㉢. × 수직선은 무리수에 대응하는 점으로 완전히 메울 수 있다.(유리수에 대응하는 점을 메울 수 없다.)
- ㉣. × -2와 $\sqrt{2}$ 사이에는 4개의 정수가 있다.(-1, 0, 1 3개가 있다.)
- ㉤. × 1과 2 사이에는 2개의 무리수가 있다.(무수히 많은 무리수가 있다.)
- ㉥. × $\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{7}$ 사이에는 1개의 자연수가 있다.($\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{7}$ 사이에는 자연수가 없다.)

6. -5 와 $\sqrt{5}$ 사이에 있는 수에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① 무수히 많은 실수가 있다.
- ② 무수히 많은 무리수가 있다.
- ③ 무수히 많은 유리수가 있다
- ④ 자연수가 2 개 있다.
- ⑤ 정수가 6 개 있다.

해설

$\sqrt{5} \approx 2.23..$ 이므로
 -5 와 $\sqrt{5}$ 사이에는 $-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2$ 의 7 개의 정수가 있다.

7. 다음 두 수의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

① $3 - \sqrt{3} < 5 - \sqrt{5}$

② $\sqrt{0.3} < 0.3$

③ $4\sqrt{3} - 1 < 3\sqrt{5} - 1$

④ $5 < \sqrt{3} + 3$

⑤ $2\sqrt{6} + 2 < 3\sqrt{2} + 2$

해설

① $-2 < -\sqrt{3} < -1$ 이므로 $1 < 3 - \sqrt{3} < 2$

$-3 < -\sqrt{5} < -2$ 이므로 $2 < 5 - \sqrt{5} < 3$

$\therefore 3 - \sqrt{3} < 5 - \sqrt{5}$

나머지의 부등호의 바른 방향은 모두 반대 방향으로 바뀐다.

8. $A = 3\sqrt{2} - 1$, $B = 2\sqrt{3} - 1$, $C = 3$ 일 때, A , B , C 의 대소 관계를 나타내어라.

▶ 답:

▷ 정답: $B < C < A$

해설

$$A = 3\sqrt{2} - 1 = \sqrt{18} - 1, B = 2\sqrt{3} - 1 = \sqrt{12} - 1, C = 3 = \sqrt{9}$$

$$A - C = \sqrt{18} - 1 - 3 = \sqrt{18} - 4 = \sqrt{18} - \sqrt{16} > 0$$

$$\therefore A > C$$

$$C - B = 3 - (2\sqrt{3} - 1) = 4 - \sqrt{12} > 0$$

$$\therefore C > B$$

$$\therefore A > C > B$$

9. $a = \sqrt{2}$, $b = \sqrt{5}$ 일 때, $\sqrt{4000}$ 을 a , b 를 이용하여 나타내어라.

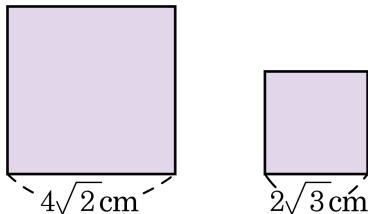
▶ 답 :

▷ 정답 : a^5b^3

해설

$$\sqrt{4000} = \sqrt{2^5 \times 5^3} = (\sqrt{2})^5 \times (\sqrt{5})^3 = a^5b^3$$

10. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 각각 $4\sqrt{2}\text{cm}$, $2\sqrt{3}\text{cm}$ 인 색종이가 있다. 이것을 적당히 오려 붙여서 이것과 넓이가 같은 정사각형 모양으로 붙이려고 한다. 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라.



▶ 답: cm

▶ 정답: $2\sqrt{11}\text{cm}$

해설

넓이의 합은 $(4\sqrt{2})^2 + (2\sqrt{3})^2 = 32 + 12 = 44$ 이다. 따라서 정사각형의 한 변의 길이를 $x\text{cm}$ 라고 할 때, $x^2 = 44$ 이므로 $x = 2\sqrt{11}\text{cm}$ 이다.

11. $\sqrt{27} + \sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} - \sqrt{6} \right) - \sqrt{18} = a\sqrt{2} + b\sqrt{3}$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = -1$

해설

$$\sqrt{27} + \sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} - \sqrt{6} \right) - \sqrt{18}$$

$$= 3\sqrt{3} + \sqrt{3} - 2\sqrt{3} - 3\sqrt{2}$$

$$= -3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}$$

$$\therefore a = -3, b = 2$$

따라서 $a + b = -3 + 2 = -1$ 이다.

12. $\sqrt{a} = 5.235$, $\sqrt{b} = 5.666$ 일 때, $b - a$ 의 값은?

수	0	1	2	3	4	5
25	5.000	5.010	5.020	5.030	5.040	5.050
26	5.099	5.109	5.119	5.128	5.138	5.148
27	5.196	5.206	5.215	5.225	5.235	5.244
28	5.292	5.301	5.310	5.320	5.329	5.339
29	5.385	5.394	5.404	5.413	5.422	5.431
30	5.477	5.486	5.495	5.505	5.514	5.523
31	5.568	5.577	5.586	5.595	5.604	5.612
32	5.657	5.666	5.675	5.683	5.692	5.701
33	5.745	5.753	5.762	5.771	5.779	5.788
34	5.831	5.840	5.848	5.857	5.865	5.874

① 5.6

② 5.2

③ 4.7

④ 4.1

⑤ 3.4

해설

$$a = 27.4, b = 32.1$$

$$\therefore b - a = 32.1 - 27.4 = 4.7$$

13. 제곱근표에서 $\sqrt{6} = 2.449$ 일 때, $\sqrt{0.54}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0.7347

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{0.54} &= \sqrt{\frac{54}{100}} = \frac{\sqrt{54}}{10} \\ &= \frac{\sqrt{6 \times 3^2}}{10} = \frac{3 \times 2.449}{10} \\ &= 0.7347\end{aligned}$$

14. 제곱근표에서 $\sqrt{4.15} = 2.037$, $\sqrt{41.5} = 6.442$ 일 때, 제곱근의 값을 틀리게 구한 것은?

① $\sqrt{4150} = 64.42$

② $\sqrt{4150000} = 2037$

③ $\sqrt{41500} = 644.2$

④ $\sqrt{0.0415} = 0.2037$

⑤ $\sqrt{0.0000415} = 0.006442$

해설

$$\begin{aligned}\text{① } \sqrt{4150} &= \sqrt{41.5 \times 100} \\ &= 10 \sqrt{41.5} = 10 \times 6.442 \\ &= 64.42\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{② } \sqrt{4150000} &= \sqrt{4.15 \times 1000000} \\ &= 1000 \sqrt{4.15} = 1000 \times 2.037 \\ &= 2037\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{③ } \sqrt{41500} &= \sqrt{4.15 \times 10^4} \\ &= 100 \sqrt{4.15} = 203.7\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{④ } \sqrt{0.0415} &= \sqrt{\frac{415}{10000}} \\ &= \sqrt{\frac{4.15}{100}} \\ &= \frac{\sqrt{4.15}}{10} = \frac{2.037}{10} \\ &= 0.2037\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{⑤ } \sqrt{0.0000415} &= \sqrt{\frac{415}{10000000}} \\ &= \sqrt{\frac{41.5}{1000000}} \\ &= \frac{\sqrt{41.5}}{1000} = \frac{6.442}{1000} \\ &= 0.006442\end{aligned}$$

15. $3\sqrt{3}$ 의 소수 부분을 a , 정수 부분을 b 라 할 때, $a - b$ 의 값은?

① $\sqrt{3} - 5$

② $3\sqrt{3} - 5$

③ $\sqrt{3} - 9$

④ $3\sqrt{3} - 9$

⑤ $3\sqrt{3} - 10$

해설

$$3\sqrt{3} = \sqrt{27}, 5 < \sqrt{27} < 6 \text{ 이므로}$$

$$3\sqrt{3} \text{ 의 정수 부분 } b = 5$$

$$\text{소수 부분 } a = 3\sqrt{3} - 5$$

$$\therefore a - b = (3\sqrt{3} - 5) - 5 = 3\sqrt{3} - 10$$

16. 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?(단, $a > 0$)

① 모든 수의 제곱근은 항상 2 개이다.

② a^2 의 제곱근은 a 이다.

③ $\sqrt{a}$ 는 제곱근 a 와 같다.

④ $\sqrt{a^2}$ 의 제곱근은 $\sqrt{a}$ 이다.

⑤ 모든 자연수의 제곱근은 항상 2 개이다.

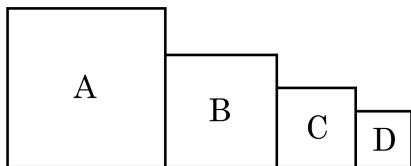
해설

① 0 의 제곱근은 한 개이고 음수의 제곱근은 없다.

② a^2 의 제곱근은 $\pm a$

④ $\sqrt{a^2}$ 의 제곱근은 $\pm \sqrt{a}$

17. 다음 그림에서 사각형 A, B, C, D 는 모두 정사각형이다. C 의 넓이는 D 의 넓이의 2 배, B 의 넓이는 C 의 넓이의 2 배, A 의 넓이는 B 의 넓이의 2 배인 관계가 있다고 한다. A 의 넓이가 4 cm^2 일 때, D 의 한 변의 길이는?



① $\frac{1}{4} \text{ cm}$

② $\frac{1}{2} \text{ cm}$

③ $\frac{\sqrt{2}}{4} \text{ cm}$

④ $\frac{\sqrt{2}}{4} \text{ cm}$

⑤ $\frac{\sqrt{2}}{2} \text{ cm}$

해설

$$(B \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times (A \text{의 넓이})$$

$$(C \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times (B \text{의 넓이}) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times (A \text{의 넓이})$$

$$(D \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times (C \text{의 넓이})$$

$$= \left(\frac{1}{2}\right)^3 \times (A \text{의 넓이})$$

A 의 넓이가 4 cm^2 이므로

$$(D \text{의 넓이}) = \frac{1}{8} \times 4 = \frac{1}{2}$$

따라서 $(D \text{의 넓이}) = (\text{한 변의 길이})^2 = \frac{1}{2} (\text{cm}^2)$ 이므로

$$(\text{한 변의 길이}) = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} (\text{cm}) \text{ 이다.}$$

18. 다음 보기의 수를 각각 제곱근으로 나타낼 때, 근호를 사용하지 않아도 되는 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $\sqrt{36}$

㉡ 25

㉢ $\sqrt{(-3)^2}$

㉤ 1.6

㉥ $\frac{49}{9}$

㉦ $\frac{81}{6}$

① ㉠, ㉡

② ㉡, ㉤

③ ㉡, ㉥

④ ㉠, ㉢, ㉥

⑤ ㉡, ㉤, ㉦

해설

㉠ $\sqrt{36} = 6$ 이므로 6 의 제곱근은 $\pm\sqrt{6}$ 이다.

㉢ $\sqrt{(-3)^2} = 3$ 이므로 3 의 제곱근은 $\pm\sqrt{3}$ 이다.

㉤ (1.6 의 제곱근) = $\pm\sqrt{1.6}$ (1.6 은 제곱수가 아니다.)

㉦ $\left(\frac{81}{6}\right)$ 의 제곱근 = $\pm\frac{9}{\sqrt{6}}$

19. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $a > 0$ 일 때, $\sqrt{(-a)^2} = a$ 이다.

② $a < 0$ 일 때, $-\sqrt{(-a)^2} = a$

③ $a > 0$ 일 때, $\sqrt{16a^2} = 4a$ 이다.

④ $\sqrt{a^2} = |a|$ 이다.

⑤ $a < 0$ 일 때, $\sqrt{(3a)^2} = 3a$ 이다

해설

① $a > 0$ 일 때, $\sqrt{(-a)^2} = a$

② $a < 0$ 일 때, $-\sqrt{(-a)^2} = -(-a) = a$

③ $a > 0$ 일 때, $\sqrt{16a^2} = 4a$

④ a 의 부호와 관계없이 $\sqrt{a^2} = |a|$

⑤ $a < 0$ 일 때, $\sqrt{(3a)^2} = -3a$

20. 다음 식을 간단히 하면?

$$\sqrt{225} - \sqrt{(-6)^2} + \sqrt{(-3)^2 \times 2^4} - \sqrt{5^2} - (-\sqrt{3})^2$$

① -11

② 7

③ 10

④ 13

⑤ 19

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{225} - \sqrt{(-6)^2} + \sqrt{(-3)^2 \times 2^4} - \sqrt{5^2} - (-\sqrt{3})^2 \\ &= 15 - 6 + \sqrt{(3 \times 2^2)^2} - 5 - 3 \\ &= 9 + 12 - 8 = 13 \end{aligned}$$

21. 두 수 a, b 가 $a + b < 0$, $ab < 0$, $|a| < |b|$ 를 만족할 때, $\sqrt{9a^2} + \sqrt{(-b)^2} + \sqrt{(-2a)^2} - \sqrt{4b^2}$ 을 간단히 하면? (단, $|a|$ 는 a 의 절댓값)

① $3a + b$

② $-5a - b$

③ $-5a + b$

④ $5a + b$

⑤ $5a - b$

해설

$a > 0$, $b < 0$ 이므로

$$\begin{aligned} (\text{준식}) &= |3a| + |-b| + |-2a| - |2b| \\ &= 3a - b + 2a + 2b \\ &= 5a + b \end{aligned}$$

22. $-2 < x < 3$ 일 때, $\sqrt{(x+2)^2} - \sqrt{(x-3)^2} + 2|3-x|$ 를 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$-2 < x < 3$ 일 때,

$$\begin{aligned} & \sqrt{(x+2)^2} - \sqrt{(x-3)^2} + 2|3-x| \\ &= x+2 + x-3 + 6-2x = 5 \end{aligned}$$

23. 두 자연수 a, b 에 대하여 $\sqrt{270a} = b$ 일 때, $a + b$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 120

해설

$$\sqrt{270a} = \sqrt{3^3 \times 2 \times 5 \times a}$$

근호 안의 소인수의 지수가 모두 짝수가 되어야 하므로 $a = 3 \times 2 \times 5 = 30$ 이다.

a 를 대입하면 $\sqrt{270a} = \sqrt{3^3 \times 2 \times 5 \times a} = \sqrt{3^4 \times 2^2 \times 5^2} = 3^2 \times 2 \times 5 = b$ 이다.

따라서 $b = 90$ 이다.

24. $\sqrt{x^2 + 35} = y$ 이고, x, y 는 자연수일 때, y 의 값을 모두 구하면?

① 6

② 9

③ 14

④ 18

⑤ 20

해설

$$\sqrt{x^2 + 35} = y$$

$$x^2 = 1 \text{ 일 때 } y = 6$$

$$x^2 = 289 \text{ 일 때 } y = 18$$

25. $\sqrt{90-x} - \sqrt{7+x}$ 의 값이 가장 큰 자연수가 되도록 하는 자연수 x 의 값은?

① 5

② 9

③ 15

④ 26

⑤ 30

해설

$\sqrt{90-x}$, $\sqrt{7+x}$ 둘 다 자연수가 되어야 한다. $\sqrt{90-x}$ 가 최대
 $\sqrt{7+x}$ 가 최소가 되려면 $x=9$ 이어야 한다.

26. $0 < a < 1$ 일 때, 다음 중 가장 큰 값은?

① a^2

② $\sqrt{\left(\frac{1}{a}\right)^2}$

③ $\sqrt{a}$

④ $\sqrt{(-a)^2}$

⑤ $\frac{1}{\sqrt{a}}$

해설

$0 < a < 1$ 일 때 $a = \frac{1}{4}$ 라 하면

① $a^2 = \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{16}$

② $\sqrt{\left(\frac{1}{a}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{\left(\frac{1}{4}\right)^2}} = \sqrt{16} = 4$

③ $\sqrt{a} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$

④ $\sqrt{(-a)^2} = \sqrt{\left(-\frac{1}{4}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{16}} = \frac{1}{4}$

⑤ $\frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{4}}} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$

27. 다음의 두 식 A , B 에 대하여 $A + B$ 를 계산하여라.

$$A = \sqrt{(3 - \sqrt{10})^2} - \sqrt{(\sqrt{10} - 3)^2}$$
$$B = \sqrt{(3 - 2\sqrt{2})^2} + \sqrt{(2\sqrt{2} - 2)^2}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$3 < \sqrt{10}, 2 < 2\sqrt{2} < 3$$

$$A = -(3 - \sqrt{10}) - (\sqrt{10} - 3) = 0$$

$$B = (3 - 2\sqrt{2}) + (2\sqrt{2} - 2) = 1$$

$$\therefore A + B = 0 + 1 = 1$$

28. $\sqrt{3n}$ 이 2 와 4 사이의 수가 되게 하는 정수 n 의 개수는 몇 개인가?

① 1 개

② 2 개

③ 3 개

④ 4 개

⑤ 5 개

해설

$$2 < \sqrt{3n} < 4$$

$$4 < 3n < 16$$

$$\therefore n = 2, 3, 4, 5$$

29. a 는 유리수, b 는 무리수일 때, 다음 중 그 값이 항상 무리수인 것은?

- ① $\sqrt{a} + b$ ② $\frac{b}{a}$ ③ $a^2 - b^2$
④ ab ⑤ $\frac{b}{\sqrt{a}}$

해설

① $a = 2, b = -\sqrt{2}$ 일 때, $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$ 이므로 유리수이다.

③ $b = \sqrt{2}$ 일 때, $b^2 = 2$ 이므로 $a^2 - b^2$ 는 유리수이다.

④ $a = 0$ 일 때, $ab = 0$ 이므로 유리수이다.

⑤ $a = 2, b = \sqrt{8}$ 일 때, $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}} = 2$ 이므로 유리수이다.

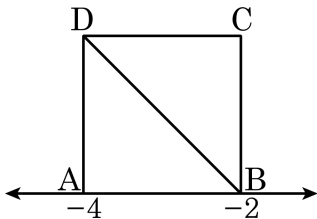
30. 다음 중 옳은 것은?

- ① 어떤 수의 제곱근은 모두 무리수이다.
- ② 두 무리수의 합은 항상 무리수이다.
- ③ 유리수와 무리수의 합은 항상 무리수이다.
- ④ 유리수와 무리수의 곱은 항상 무리수이다.
- ⑤ 무리수에 무리수를 곱하면 항상 무리수이다.

해설

- ① 제곱수의 제곱근은 유리수
- ② $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$
- ④ $0 \times \sqrt{2} = 0$
- ⑤ $\sqrt{2} \times \sqrt{2} = \sqrt{4} = 2$

31. 다음과 같이 수직선 위의 점 $A(-4)$, $B(-2)$ 에 대하여 선분 AB 를 한 변으로 하는 정사각형 $ABCD$ 가 있다. 점 B 를 중심으로 하고, 대각선 BD 를 반지름으로 하는 반원의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 4π

해설

정사각형 $ABCD$ 의 한 변의 길이가 $(-2) - (-4) = 2$ 이므로
대각선 BD 의 길이는 $2\sqrt{2}$ 이다.

반지름이 $2\sqrt{2}$ 인 반원의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times \pi \times (2\sqrt{2})^2 = 4\pi \text{이다.}$$

32. 두 실수 a, b 가 $a = \sqrt{8} - 3$, $b = -\sqrt{7} + \sqrt{8}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $a - b > 0$

② $b - a < 0$

③ $b + \sqrt{7} > 3$

④ $ab > 0$

⑤ $a + 1 > 0$

해설

$$\begin{aligned} a - b &= \sqrt{8} - 3 - (-\sqrt{7} + \sqrt{8}) \\ ① \quad &= \sqrt{7} - 3 \\ &= \sqrt{7} - \sqrt{9} < 0 \end{aligned}$$

$$\therefore a - b < 0$$

$$\begin{aligned} b - a &= -\sqrt{7} + \sqrt{8} - (\sqrt{8} - 3) \\ ② \quad &= -\sqrt{7} + 3 \\ &= \sqrt{9} - \sqrt{7} > 0 \end{aligned}$$

$$\therefore b - a > 0$$

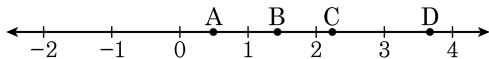
$$\begin{aligned} ③ \quad (\text{좌변}) &= b + \sqrt{7} = -\sqrt{7} + \sqrt{8} + \sqrt{7} = \sqrt{8} \\ (\text{우변}) &= 3 = \sqrt{9} \\ \therefore b + \sqrt{7} &< 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ④ \quad a &= \sqrt{8} - 3 = \sqrt{8} - \sqrt{9} < 0 \\ b &= \sqrt{8} - \sqrt{7} > 0 \\ \therefore ab &< 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a + 1 &= (\sqrt{8} - 3) + 1 \\ ⑤ \quad &= \sqrt{8} - 2 \\ &= \sqrt{8} - \sqrt{4} > 0 \end{aligned}$$

$$\therefore a + 1 > 0$$

33. 다음 보기의 수 중에서 수직선 위의 점 A, B, C, D에 대응하는 수들의 합을 구하여라.



보기

$$\sqrt{2}, 1 - \sqrt{2}, 2 - \sqrt{2}, \sqrt{3} + 2, \sqrt{3} + 4, 4 - \sqrt{3}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$1 < \sqrt{2} < 2 : B$$

$$-1 < 1 - \sqrt{2} < 0 : \text{대응점 없음}$$

$$0 < 2 - \sqrt{2} < 1 : A$$

$$3 < \sqrt{3} + 2 < 4 : D$$

$$5 < \sqrt{3} + 4 < 6 : \text{대응점 없음}$$

$$2 < 4 - \sqrt{3} < 3 : C$$

$$\therefore (2 - \sqrt{2}) + (\sqrt{2}) + (4 - \sqrt{3}) + (\sqrt{3} + 2) = 8$$

34. 다음 두 수 6 과 15 사이에 있는 정수 n 에 대하여 $\sqrt{n}$ 이 무리수인 n 의 개수는?

① 11 개

② 10 개

③ 9 개

④ 8 개

⑤ 7 개

해설

7 ~ 14 까지의 정수 중 $3^2 = 9$ 제외.

7, 8, 10, 11, 12, 13, 14 (7개)

35. $x, y > 0$ 이고, $\sqrt{\frac{6}{x}} \times \sqrt{3x^2} \times \sqrt{18x} = 90$, $y = x + 2$ 일 때, $3\sqrt{7} \times \frac{1}{\sqrt{y}} \times \sqrt{y-3}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$\sqrt{\frac{6}{x}} \times \sqrt{3x^2} \times \sqrt{18x} = 90$$

$$\sqrt{\frac{6}{x} \times 3x^2 \times 18x} = 90$$

$$\sqrt{18^2 \times x^2} = 90$$

$$18x = 90$$

$$\therefore x = 5$$

$$y = x + 2 \text{ 이므로 } \therefore y = 7$$

$$\begin{aligned} \therefore 3\sqrt{7} \times \frac{1}{\sqrt{y}} \times \sqrt{y-3} &= 3\sqrt{7} \times \frac{1}{\sqrt{7}} \times \sqrt{4} \\ &= 3 \times 2 = 6 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

36. 다음을 만족하는 유리수 a, b, c 에 대하여 $\sqrt{\frac{2ab}{c}}$ 의 값은?

$$\frac{1}{2}\sqrt{8} = \sqrt{a}, \quad \sqrt{135} = 3\sqrt{b}, \quad \sqrt{2000} = c\sqrt{5}$$

① $\sqrt{2}$

② $\sqrt{3}$

③ 2

④ $\sqrt{5}$

⑤ $\sqrt{6}$

해설

$$\frac{1}{2}\sqrt{8} = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 \times 8} = \sqrt{\frac{8}{4}} = \sqrt{2} = \sqrt{a}$$

$$\therefore a = 2$$

$$\sqrt{135} = \sqrt{3^3 \times 5} = 3\sqrt{15} = 3\sqrt{b}$$

$$\therefore b = 15$$

$$\sqrt{2000} = \sqrt{20^2 \times 5} = 20\sqrt{5} = c\sqrt{5}$$

$$\therefore c = 20$$

$$\therefore \sqrt{\frac{2ab}{c}} = \sqrt{\frac{2 \times 2 \times 15}{20}} = \sqrt{3}$$

37. 제곱근의 나눗셈을 이용하였더니 $\sqrt{10}$ 은 $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$ 의 a 배였고, $\sqrt{21}$ 은 $\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}}$ 의 b 배였다. $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = 8$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{10} \div \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} &= \sqrt{10} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} \\ &= \sqrt{\frac{10 \times 5}{2}} \\ &= \sqrt{25} = 5\end{aligned}$$

$$\therefore a = 5$$

$$\sqrt{21} \div \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}} = \sqrt{21} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}} = \sqrt{9} = 3$$

$$\therefore b = 3$$

$$\therefore a + b = 5 + 3 = 8$$

38. $\sqrt{0.96}$ 은 $\sqrt{6}$ 의 x 배이다. 이 때, x 의 값은?

① $\frac{1}{5}$

② $\frac{2}{5}$

③ $\frac{8}{5}$

④ $\frac{12}{5}$

⑤ $\frac{16}{5}$

해설

$$\sqrt{0.96} = \sqrt{\frac{96}{100}} = \sqrt{\frac{4^2 \times 6}{10^2}} = \frac{4}{10} \sqrt{6} = \frac{2}{5} \sqrt{6}$$

$$\therefore x = \frac{2}{5}$$

39. $x = 3 + \sqrt{2}$ 일 때, $\frac{x+7}{x-3}$ 의 값은?

① $-1 + 5\sqrt{2}$

② $1 - 3\sqrt{2}$

③ $1 + 5\sqrt{2}$

④ $2 + 2\sqrt{2}$

⑤ $2 + 5\sqrt{2}$

해설

$$\frac{x+7}{x-3} = \frac{10+\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{10+\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 5\sqrt{2} + 1$$

40. $6\sqrt{12} \times 2\sqrt{3} \div 9\sqrt{2} = 32\sqrt{6} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \div A$ 일 때, A 를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $A = 12$

해설

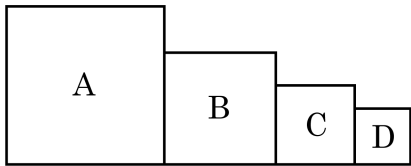
$$\begin{aligned} \text{좌변} : 6\sqrt{12} \times 2\sqrt{3} \div 9\sqrt{2} &= \frac{12\sqrt{3} \times 2\sqrt{3}}{9\sqrt{2}} \\ &= \frac{8}{\sqrt{2}} \end{aligned}$$

$$\text{우변} : 32\sqrt{6} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \div A = 48\sqrt{2} \div A$$

$$\therefore 48\sqrt{2} \div A = \frac{8}{\sqrt{2}}$$

$$\therefore A = 48\sqrt{2} \div \frac{8}{\sqrt{2}} = 48\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{8} = 12$$

41. 다음 그림에서 사각형 A, B, C, D는 모두 정사각형이고, 각 사각형의 넓이 사이에는 C는 D의 2배, B는 C의 2배, A는 B의 2배인 관계가 있다고 한다. A의 넓이가 2cm^2 일 때, D의 한 변의 길이는?



① $\frac{1}{4}\text{cm}$

② $\frac{1}{2}\text{cm}$

③ $\frac{\sqrt{2}}{4}\text{cm}$

④ $\frac{\sqrt{2}}{3}\text{cm}$

⑤ $\frac{\sqrt{2}}{2}\text{cm}$

해설

D의 넓이는 A의 넓이의 $\frac{1}{8}$ 이므로 $\frac{1}{4}$

따라서 한 변의 길이는 $\frac{1}{2}$ 이다.

42. $f(x) = \sqrt{x+1} - \sqrt{x}$ 일 때, $f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(39) + f(40)$ 의 값을 구하면?

① $\sqrt{40} - 1$

② $\sqrt{40} + 1$

③ $\sqrt{41} - 1$

④ $\sqrt{41} + 1$

⑤ $\sqrt{41} - \sqrt{40}$

해설

$$f(1) = \sqrt{2} - 1 = -1 + \sqrt{2}$$

$$f(2) = \sqrt{3} - \sqrt{2} = -\sqrt{2} + \sqrt{3}$$

$$f(3) = \sqrt{4} - \sqrt{3} = -\sqrt{3} + \sqrt{4} \cdots$$

$$f(39) = \sqrt{40} - \sqrt{39} = -\sqrt{39} + \sqrt{40}$$

$$f(40) = \sqrt{41} - \sqrt{40} = -\sqrt{40} + \sqrt{41}$$

$$\therefore f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(39) + f(40)$$

$$= (-1 + \sqrt{2}) + (-\sqrt{2} + \sqrt{3}) + (-\sqrt{3} + \sqrt{4}) + \cdots + (-\sqrt{39} + \sqrt{40}) + (-\sqrt{40} + \sqrt{41}) = -1 + \sqrt{41}$$

43. $\frac{1}{\sqrt{12}} + \frac{3}{\sqrt{27}} - \sqrt{12} = A\sqrt{3}$ 일 때, 유리수 A 의 값은?

① $\frac{1}{2}$

② $-\frac{1}{2}$

③ $\frac{3}{2}$

④ $-\frac{3}{2}$

⑤ $\frac{1}{3}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{\sqrt{3}}{6} + \frac{\sqrt{3}}{3} - 2\sqrt{3} &= \frac{3\sqrt{3}}{6} - \frac{12\sqrt{3}}{6} \\ &= -\frac{9\sqrt{3}}{6} \\ &= -\frac{3\sqrt{3}}{2} \text{ 이다.}\end{aligned}$$

따라서 $A = -\frac{3}{2}$ 이다.

44. $x = \sqrt{5 + 3\sqrt{2}}, y = \sqrt{5 - 3\sqrt{2}}$ 일 때, $x^4 + y^4$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 86

해설

$$x^2 = 5 + 3\sqrt{2}, y^2 = 5 - 3\sqrt{2}$$

$$\therefore x^2 + y^2 = 10, x^2 y^2 = 7$$

$$x^4 + 2x^2 y^2 + y^4 = (x^2 + y^2)^2 = 100$$

$$\text{따라서 } x^4 + y^4 = 100 - 2x^2 y^2 = 100 - 14 = 86 \text{ 이다.}$$

45. a, b 가 유리수일 때, $(\sqrt{3} - 1)a + 2b = 0$ 을 만족하는 a, b 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = 0$

▷ 정답: $b = 0$

해설

동류항끼리 정리하면 $\sqrt{3}a + (-a + 2b) = 0$ 이므로 $a = 0, b = 0$

46. $\frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5}}$ 의 분모를 유리화하면, $\frac{\sqrt{a} - \sqrt{b} - \sqrt{c}}{d}$ 이다. 이 때,
 $a + b + c + d$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 48

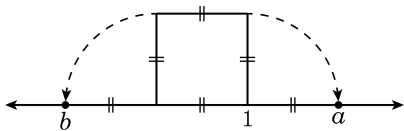
해설

$\sqrt{2} + \sqrt{3} = t$ 라 하면,

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{5} + t} &= \frac{\sqrt{5} - t}{(\sqrt{5} + t)(\sqrt{5} - t)} = \frac{\sqrt{5} - t}{5 - t^2} \\ &= \frac{\sqrt{5} - \sqrt{2} - \sqrt{3}}{5 - (\sqrt{2} + \sqrt{3})^2} \\ &= \frac{\sqrt{5} - \sqrt{2} - \sqrt{3}}{5 - (5 + 2\sqrt{6})} \\ &= \frac{\sqrt{5} - \sqrt{2} - \sqrt{3}}{-2\sqrt{6}} \\ &= \frac{\sqrt{30} - \sqrt{12} - \sqrt{18}}{-12} \\ &= \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b} - \sqrt{c}}{d} \end{aligned}$$

$$\therefore a + b + c + d = 30 + 12 + 18 - 12 = 48$$

47. 다음 그림의 사각형은 넓이가 2 인 정사각형이다. $\frac{a+b}{\sqrt{2}}$ 의 값은?



① $\sqrt{2} - 2$

② $\sqrt{2} - 1$

③ $\sqrt{2}$

④ $2 - \sqrt{2}$

⑤ 3

해설

넓이가 2 인 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{2}$

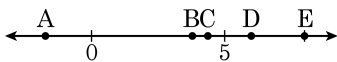
$$a = 1 + \sqrt{2}, b = 1 - \sqrt{2}$$

$$\frac{a+b}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}(1 + \sqrt{2} + 1 - \sqrt{2})$$

$$= \frac{2 - \sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{2\sqrt{2} - 2}{2} = \sqrt{2} - 1$$

48. 다음 중 세 수 p, q, r 를 수직선에 나타내려고 한다. 바르게 연결된 것은?



$$p = \sqrt{3} + \sqrt{5}, q = \sqrt{3} - 2, r = \sqrt{5} + 2$$

① $A = p, B = q, C = r$

② $A = q, B = p, C = r$

③ $A = q, B = p, D = r$

④ $B = p, C = q, D = r$

⑤ $B = r, C = p, D = q$

해설

i) p, q, r 의 대소 관계를 먼저 구한다.

$$(1) p - q = \sqrt{3} + \sqrt{5} - (\sqrt{3} - 2) = \sqrt{5} + 2 > 0 \therefore p > q$$

$$(2) q - r = \sqrt{3} - 2 - (\sqrt{5} + 2) = \sqrt{3} - \sqrt{5} - 4 < 0 \therefore r > q$$

$$(3) p - r = \sqrt{3} + \sqrt{5} - (\sqrt{5} + 2) = \sqrt{3} - 2 < 0 \therefore r > p$$

$$\therefore r > p > q$$

ii) $q = \sqrt{3} - 2 < 0$ 이므로 수직선 0 보다 왼쪽의 점인 A 에 위치한다.

$r = \sqrt{5} + 2$ 에서 $\sqrt{5}$ 의 범위는 $2 < \sqrt{5} < 3$ 이므로 $4 < r < 5$ 이다.

따라서 r 은 C, p 는 B 에 위치한다.

49. 다음 제공근표를 이용하여 $\sqrt{2004}$ 의 값을 구하면?

수	0	1	2	3	4
3.0	1.732	1.735	1.738	1.741	1.744
4.0	2.000	2.002	2.005	2.007	2.010
5.0	2.230	2.238	2.241	2.243	2.245

① 44.72

② 34.64

③ 34.70

④ 34.76

⑤ 44.76

해설

$$\begin{aligned}
 \sqrt{2004} &= \sqrt{4 \times 501} = 2\sqrt{501} \\
 &= 2 \times \sqrt{5.01 \times 100} \\
 &= 20\sqrt{5.01}
 \end{aligned}$$

주어진 표에서 $5.01 = 2.238$

$$\therefore 20 \times 2.238 = 44.76$$

50. 자연수 n 에 대하여 $\sqrt{n}$ 의 소수 부분을 $f(n)$ 이라 할 때, $f(175) - 2f(28) = a\sqrt{7} + b$ 이다. 이 때, ab 의 값을 구하면?

① -5

② -3

③ -1

④ 1

⑤ 3

해설

$$\text{i) } 13 < \sqrt{175} = 5\sqrt{7} < 14$$

$$\therefore f(175) = 5\sqrt{7} - 13$$

$$\text{ii) } 5 < \sqrt{28} = 2\sqrt{7} < 6$$

$$\therefore f(28) = 2\sqrt{7} - 5$$

$$\begin{aligned}\therefore f(175) - 2f(28) &= 5\sqrt{7} - 13 - 4\sqrt{7} + 10 \\ &= \sqrt{7} - 3\end{aligned}$$

$$\sqrt{7} - 3 = a\sqrt{7} + b \text{ 이므로}$$

$$a = 1, b = -3$$

$$\therefore ab = 1 \times (-3) = -3$$