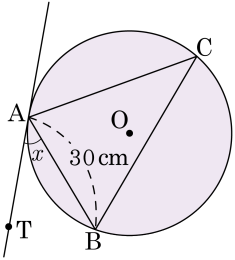
1. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 원 O 에 내접하고 $\overleftrightarrow{AT}$ 는 원 O 의 접선이다. $\angle BAT = x$ 라 하고 $\cos x = \frac{4}{5}$, $\overline{AB} = 30\text{cm}$ 일 때, 원 O 의 지름의 길이는?



① 25 cm ② 50 cm ③ 60 cm

④ 67 cm ⑤ 70 cm

해설

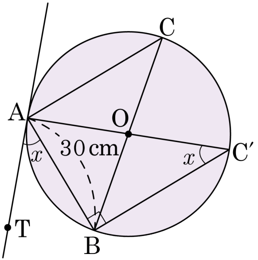
반지름의 길이를 r 이라 하면, $\triangle ABC'$ 은 직각삼각형이므로

$\cos x = \frac{\overline{BC'}}{2r} = \frac{4}{5}$ $\therefore\ \overline{BC'} = \frac{8}{5}r$

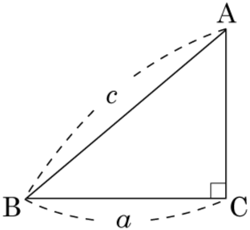
직각삼각형 ABC' 에서 $30^2 + \left(\frac{8}{5}r\right)^2 = (2r)^2$, $\frac{36}{25}r^2 = 900$, $r^2 = 625$, $r = 25$

$\therefore\ r = 25\ (\text{cm})$

따라서 원의 지름은 $50\,\text{cm}$ 이다.



2. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AC}$ 의 길이는?

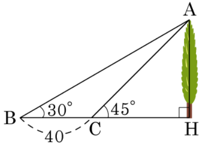


① $a\cos B$ ② $c\sin A$ ③ $\dfrac{a}{\cos B}$
④ $a\tan B$ ⑤ $\dfrac{ac}{\sin A}$

해설

$\sin B, \tan B$를 이용하여 푼다.

3. 다음 그림에서 나무의 높이는?



① $10(\sqrt{3}-1)$　② $10(\sqrt{3}+1)$　③ $10(3+\sqrt{3})$

④ $20(\sqrt{3}-1)$　⑤ $20(\sqrt{3}+1)$

해설

나무의 높이 $\overline{\mathrm{AH}}$ 를 x 라 하면

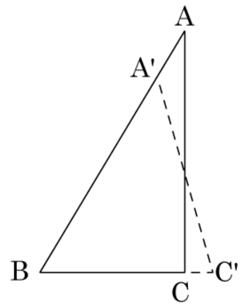
$\overline{\mathrm{CH}}=x, \overline{\mathrm{BH}}=x+40$

$\overline{\mathrm{AH}}:\overline{\mathrm{BH}}=x:x+40=1:\sqrt{3}$

$\sqrt{3}x=x+40 \Leftrightarrow (\sqrt{3}-1)x=40$

$$\therefore x=\frac{40}{\sqrt{3}-1}=20(\sqrt{3}+1)$$

4. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 한 변의 길이는 20% 줄이고, 다른 한 변의 길이는 20% 늘여서 새로운 삼각형 $A'BC'$ 를 만들 때, $\triangle A'BC'$ 의 넓이의 변화는?



① 변함이 없다. ② 1% 줄어든다.

③ 4% 줄어든다. ④ 4% 늘어난다.

⑤ 10% 줄어든다.

해설

$\overline{AB} = x,\ \overline{BC} = y$ 라 하면

$$\overline{A'B} = \frac{80}{100}x = \frac{4}{5}x$$

$$\overline{BC'} = \frac{120}{100}y = \frac{6}{5}y$$

따라서 $\triangle ABC$ 의 넓이는 $\frac{1}{2}xy\sin B$ 이고,

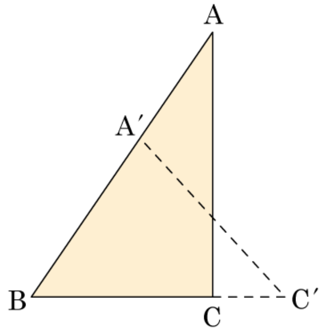
$\triangle A'BC'$ 의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times \frac{4}{5}x \times \frac{6}{5}y \times \sin B = \frac{24}{25} \times \frac{1}{2}xy\sin B$$
$$= \frac{24}{25}\triangle ABC$$

그러므로 $\triangle A'BC'$ 는

$\triangle ABC$ 의 $\frac{24}{25} \times 100 = 96\,(\%)$ 이므로 4% 줄어든다.

5. 다음 그림과 같은 $\triangle \mathrm{ABC}$ 에서 한 변의 길이는 40% 줄이고, 다른 한 변의 길이는 40% 늘여서 새로운 삼각형 $\mathrm{A'BC'}$ 를 만들 때, $\triangle \mathrm{A'BC'}$ 의 넓이의 변화는?



① 변함없다

② 4% 줄어든다

③ 4% 늘어난다

④ 16% 줄어든다

⑤ 16% 늘어난다

해설

$\overline{\mathrm{AB}} = x$, $\overline{\mathrm{BC}} = y$ 라 하면

$$\overline{\mathrm{A'B}} = \frac{60}{100}x = \frac{3}{5}x$$

$$\overline{\mathrm{BC'}} = \frac{140}{100}y = \frac{7}{5}y$$

따라서 $\triangle \mathrm{ABC}$ 의 넓이는 $\frac{1}{2}xy\sin B$ 이고,

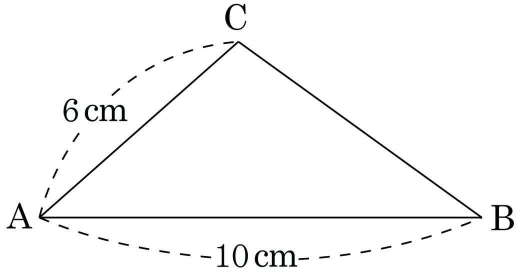
$\triangle \mathrm{A'BC'}$ 의 넓이는

$$\begin{aligned}\frac{1}{2} \times \frac{3}{5}x \times \frac{7}{5}y \times \sin B &= \frac{21}{25} \times \frac{1}{2}xy\sin B \\ &= \frac{21}{25}\triangle \mathrm{ABC}\end{aligned}$$

그러므로 $\triangle \mathrm{A'BC'}$ 는

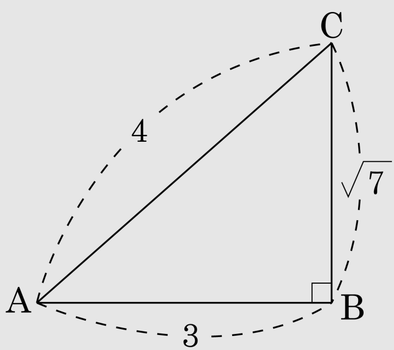
$\triangle \mathrm{ABC}$ 의 $\frac{21}{25} \times 100 = 84\,(\%)$ 이므로 16% 줄어든다.

6. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$에서 $\cos \angle A = \frac{3}{4}$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는? (단, $0° < \angle A$ $90°$)



① $\frac{13}{2}\text{cm}^2$ ② $\frac{13\sqrt{2}}{2}\text{cm}^2$ ③ $\frac{15}{2}\text{cm}^2$
④ $\frac{15\sqrt{7}}{2}\text{cm}^2$ ⑤ $\frac{15\sqrt{10}}{2}\text{cm}^2$

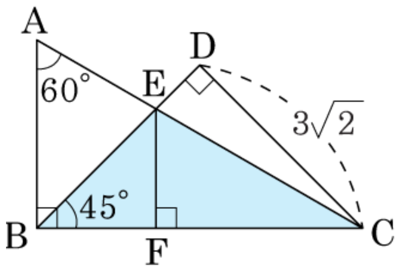
해설



$\sin A = \frac{\sqrt{7}}{4}$

$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 6 \times 10 \times \frac{\sqrt{7}}{4} = \frac{15\sqrt{7}}{2}(\text{cm}^2)$

7. 다음 그림과 같이 두 직각삼각자가 겹쳐져 있다. $\angle ABC = \angle BDC = 90°$,
$\angle DBC = 45°$, $\angle BAC = 60°$ 이고, $\overline{DC} = 3\sqrt{2}$cm 일 때, 겹쳐진 부분인 $\triangle EBC$ 의 넓이는?



① $6(\sqrt{3}-1)\text{cm}^2$　② $6(\sqrt{3}+1)\text{cm}^2$

③ $9(\sqrt{3}-1)\text{cm}^2$　④ $27(\sqrt{3}-1)\text{cm}^2$

⑤ $12(\sqrt{3}-1)\text{cm}^2$

해설

$\triangle DBC$ 에서 $\overline{BC} = \sqrt{(3\sqrt{2})^2 + (3\sqrt{2})^2} = 6(\text{cm})$

$\triangle EBC$ 에서 $\overline{EF} = x$ 라 하면

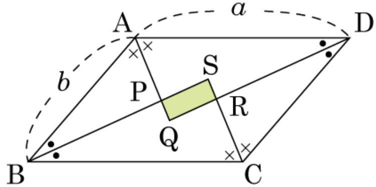
$\overline{BF} = \overline{EF} = x$, $\overline{FC} = \dfrac{\overline{EF}}{\tan 30°} = \sqrt{3}x$

$\overline{BC} = \overline{BF} + \overline{FC}$ 에서 $6 = x + \sqrt{3}x$

$x = \dfrac{6}{\sqrt{3}+1} = 3(\sqrt{3}-1)$

$\triangle EBC = \dfrac{1}{2} \times \overline{BC} \times \overline{EF} = \dfrac{1}{2} \times 6 \times 3(\sqrt{3}-1) = 9(\sqrt{3}-1)(\text{cm}^2)$

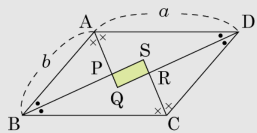
8. $\overline{AD}=a$, $\overline{AB}=b(a>b)$ 인 평행사변형에서 이웃하는 두 내각의 크기의 비는 $2:1$ 이다. 다음 그림과 같이 네 각의 이등분선이 만드는 사각형 PQRS 의 넓이를 구하면?



① $\dfrac{\sqrt{3}}{2}(a-b)^2$ ② $\dfrac{\sqrt{3}}{4}(a-b)^2$ ③ $\dfrac{\sqrt{3}}{4}(a+b)^2$

④ $\dfrac{\sqrt{3}}{4}(b-a)^2$ ⑤ $\dfrac{\sqrt{2}}{4}(a-b)^2$

해설



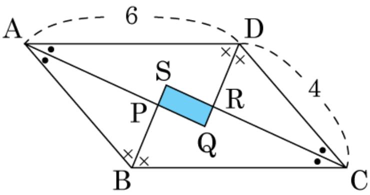
$\angle A=\angle C=120°$, $\angle B=\angle D=60°$ 이므로 □PQRS 는 직사각형이다.

$$\overline{PS}=\overline{BS}-\overline{BP}$$
$$=a\cdot\cos 30°-b\cdot\cos 30°$$
$$=\frac{\sqrt{3}}{2}(a-b)$$

$$\overline{PQ}=\overline{AQ}-\overline{AP}$$
$$=a\times\cos 60°-b\times\cos 60°$$
$$=\frac{1}{2}(a-b)$$

$\therefore S=\overline{PS}\times\overline{PQ}=\dfrac{\sqrt{3}}{4}(a-b)^2$ 이다.

9. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 ∠D 가 ∠A 의 크기의 2 배일 때, 네 각의 이등분선이 만드는 사각형 PQRS 의 넓이가 $a\sqrt{b}$ 이다. $a+b$ 의 값은?(단, b는 최소의 자연수)



① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

$\angle A = \angle C = 60°$, $\angle B = \angle D = 120°$ 이므로 □PQRS 는 직사각형이다.

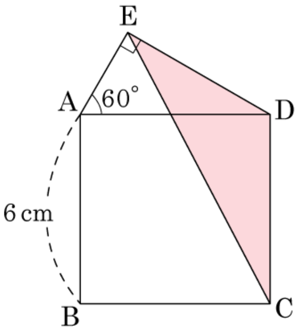
$\overline{PS} = \overline{BS} - \overline{BP} = 6 \cdot \cos 60° - 4 \cdot \cos 60° = 2 \times \frac{1}{2} = 1$

$\overline{PQ} = \overline{AQ} - \overline{AP} = 6a \times \cos 30° - 4 \times \cos 30° = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$

$\therefore S = \overline{PS} \times \overline{PQ} = \sqrt{3}$ 이다.

따라서 $a+b = 1+3 = 4$ 이다.

10. 다음 그림에서 □ABCD 는 정사각형이다. $\angle EAD = 60°$, $\overline{AB} = 6cm$ 일 때, 색칠된 부분의 넓이는?



① $7\,(cm^2)$　② $\frac{15}{2}\,(cm^2)$

③ $10\,(cm^2)$　④ $\frac{25}{2}\,(cm^2)$

⑤ $\frac{27}{2}\,(cm^2)$

해설

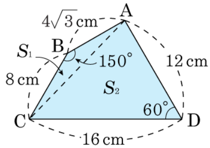
$\overline{ED} = \overline{AD}\sin 60° = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}\,(cm)$

따라서 $\triangle DEC$ 의 넓이는

$\frac{1}{2} \times \overline{ED} \times \overline{CD} \times \sin(180° - (30° + 90°))$

$= \frac{1}{2} \times 3\sqrt{3} \times 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{27}{2}\,(cm^2)$ 이다.

11. 다음은 □ABCD 의 넓이를 구하는 과정이다. ( ) 안에 알맞은 것을 바르게 나열한 것은?



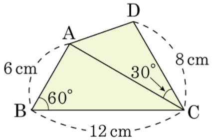
$$S_1 = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} \times 8 \times (\quad)$$
$$= \frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} \times 8 \times \frac{1}{2} = 8\sqrt{3}$$
$$S_2 = \frac{1}{2} \times 12 \times 16 \times (\quad)$$
$$= \frac{1}{2} \times 12 \times 16 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 48\sqrt{3}$$
$$\square ABCD = S_1 + S_2 = 8\sqrt{3} + 48\sqrt{3} = 56\sqrt{3}(cm^2)$$

① tan 30°, tan 60°
② cos 30°, cos 60°
③ sin 30°, sin 60°
④ sin 30°, tan 60°
⑤ tan 30°, sin 60°

해설

$$S_1 = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} \times 8 \times \sin 30°$$
$$= \frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} \times 8 \times \frac{1}{2} = 8\sqrt{3}$$
$$S_2 = \frac{1}{2} \times 12 \times 16 \times \sin 60°$$
$$= \frac{1}{2} \times 12 \times 16 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 48\sqrt{3}$$
$$\square ABCD = S_1 + S_2 = 8\sqrt{3} + 48\sqrt{3} = 56\sqrt{3}(cm^2)$$

12. 다음 그림에서 □ABCD 의 넓이는?



① $18\sqrt{3}\text{cm}^2$ ② $21\sqrt{3}\text{cm}^2$ ③ $25\sqrt{3}\text{cm}^2$

④ $27\sqrt{3}\text{cm}^2$ ⑤ $30\sqrt{3}\text{cm}^2$

해설

□ABCD의 넓이 = △ABC의 넓이 + △ACD의 넓이

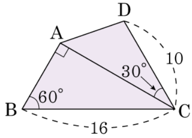
$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 6 \times 12 \times \sin 60° = 18\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

$\overline{AC} = 12 \sin 60° = 6\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

$\triangle ACD = \frac{1}{2} \times 6\sqrt{3} \times 8 \times \sin 30° = 12\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

□ABCD 의 넓이$= 18\sqrt{3} + 12\sqrt{3} = 30\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

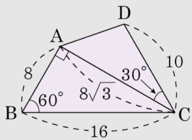
13. 다음 그림에서 $\triangle$ABC 와 $\triangle$ACD 의 넓이의 차는?



① 8 ② $8\sqrt{3}$ ③ $12\sqrt{3}$

④ $52\sqrt{3}$ ⑤ $104\sqrt{3}$

해설



$\overline{\mathrm{AB}} = 16\cos 60° = 8$

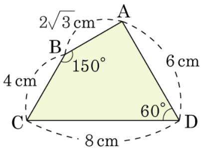
$\overline{\mathrm{AC}} = 16 \times \sin 60° = 8\sqrt{3}$

$\triangle\mathrm{ABC} = \dfrac{1}{2} \times 8 \times 16 \times \sin 60° = 32\sqrt{3}$

$\triangle\mathrm{ACD} = \dfrac{1}{2} \times 10 \times 8\sqrt{3} \times \sin 30° = 20\sqrt{3}$

따라서 $\triangle$ABC 와 $\triangle$ACD 의 넓이의 차는 $\triangle\mathrm{ABC} - \triangle\mathrm{ACD} = 12\sqrt{3}$ 이다.

14. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 와 $\triangle ACD$ 의 넓이의 차는?



① $(9+\sqrt{2})\,\text{cm}^2$ ② $10\sqrt{3}\,\text{cm}^2$ ③ $12\sqrt{3}\,\text{cm}^2$

④ $14\sqrt{3}\,\text{cm}^2$ ⑤ $15\sqrt{3}\,\text{cm}^2$

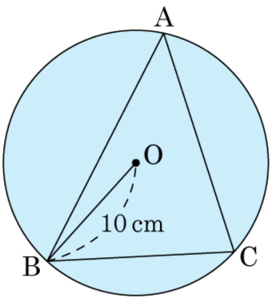
해설

$$\triangle ABC = \frac{1}{2}\times 4\times 2\sqrt{3}\times \sin 30° = 2\sqrt{3}(\text{cm}^2)$$

$$\triangle ACD = \frac{1}{2}\times 8\times 6\times \sin 60° = 12\sqrt{3}(\text{cm}^2)$$

따라서 $\triangle ABC$ 와 $\triangle ACD$ 의 넓이의 차는 $\triangle ACD - \triangle ABC = 10\sqrt{3}(\text{cm}^2)$ 이다.

15. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 5.0pt$\overset{\frown}{AB}$: 5.0pt$\overset{\frown}{BC}$: 5.0pt$\overset{\frown}{CA}$ $= 5 : 3 : 4$ 이고, 외접원 O 의 반지름은 10cm 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



① $15\left(5+\sqrt{3}\right)\ \mathrm{cm}^2$　　② $20\left(5+\sqrt{3}\right)\ \mathrm{cm}^2$

③ $25\left(3+\sqrt{3}\right)\ \mathrm{cm}^2$　　④ $30\left(5+\sqrt{3}\right)\ \mathrm{cm}^2$

⑤ $32\left(5+\sqrt{3}\right)\ \mathrm{cm}^2$

해설

5.0pt$\overset{\frown}{AB}$: 5.0pt$\overset{\frown}{BC}$: 5.0pt$\overset{\frown}{CA}$ $= 5 : 3 : 4$ 이므로 $\angle A : \angle B : \angle C = 3 : 4 : 5$ 이다.

$\angle A = \dfrac{3}{12} \times 180^\circ = 45^\circ$

$\angle B = \dfrac{4}{12} \times 180^\circ = 60^\circ$

$\angle C = \dfrac{5}{12} \times 180^\circ = 75^\circ$

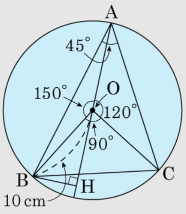
$\Rightarrow \angle BOC = 90^\circ,\ \angle COA = 120^\circ,\ \angle AOB = 150^\circ$

$\triangle AOB = \dfrac{1}{2} \times \overline{OA} \times \overline{BH}$ ($\overline{BH}$는 삼각형의 높이)

$\overline{BH} = 10 \sin 30^\circ$ cm 이므로 $\triangle AOB = \dfrac{1}{2} \times 10 \times 10 \times \dfrac{1}{2} = 25$

같은 방법으로 $\triangle AOC = \dfrac{1}{2} \times 10 \times 10 \times \sin 60^\circ = 25\sqrt{3}(\mathrm{cm}^2)$

$,\triangle BOC = \dfrac{1}{2} \times 10 \times 10 \times \sin 90^\circ = 50(\mathrm{cm}^2)$



따라서$\triangle ABC = \triangle AOB + \triangle AOC + \triangle BOC = 75 + 25\sqrt{3} = 25(3+\sqrt{3})(\mathrm{cm}^2)$ 이다.