1. 다음 보기 중 옳지 않은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ 1 은 소수이다.
- ㉡ 합성수는 약수가 3 개 이상인 수이다.
- ㉢ 6 의 배수 중 소수는 없다.
- ㉣ 10 이하의 소수는 모두 5 개이다.

- ① ㉠
- ② ㉡
- ③ ㉠, ㉢
- ④ ㉠, ㉣
- ⑤ ㉠, ㉡, ㉣

해설

- ㉠ 1 은 소수가 아니다.
- ㉣ 10 이하의 소수는 2, 3, 5, 7 이다.

2. 다음 중 서로소인 두 수끼리 짝지어진 것은?

- ① 2, 6 ② 3, 7 ③ 4, 10 ④ 8, 12 ⑤ 10, 20

해설

최대공약수가 1 인 두 수는 서로소이다.

① 2 와 6 의 최대공약수는 2 이다.

③ 4 와 10 의 최대공약수는 2 이다.

④ 8 과 12 의 최대공약수는 4 이다.

⑤ 10 과 20 의 최대공약수는 10 이다.

따라서 서로소인 두 수는 3 과 7 이다.

3. 다음 두 수의 최대공약수를 구하여라.

$$2^2 \times 3 \times 5^2, 2 \times 3^3 \times 7^2$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$2 \times 3 = 6$$

4. 두 수 84, 120의 공약수의 개수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

84와 120의 최대공약수는 12이고, 12의 약수는 모두 6개이므로 84, 120의 공약수의 개수는 12개이다.

6. 두 자연수 3, 4 중 어느 수로 나누어도 나머지가 1 인 가장 작은 자연 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

3, 4 의 최소공배수는 12 이므로 구하는 자연수는 $12 + 1 = 13$

7. 다음 <보기> 중 소인수분해를 올바르게 한 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $45 = 3^2 \times 5$

㉡ $28 = 2^2 \times 7$

㉢ $150 = 2 \times 3^2 \times 7$

㉣ $512 = 2^9$

㉤ $72 = 2^2 \times 3^3$

㉥ $96 = 2^5 \times 3$

① ㉠,㉡,㉢,㉣

② ㉡,㉢,㉣,㉥

③ ㉠,㉡,㉣,㉥

④ ㉡,㉣,㉤,㉥

⑤ ㉠,㉢,㉣,㉥

해설

㉢ $150 = 2 \times 3 \times 5^2$

㉤ $72 = 2^3 \times 3^2$

8. 60의 소인수를 구하면?

① 2, 3

② 2, 3, 5

③ $2^3, 3, 5$

④ 1, 2, 3, 5

⑤ 2, 1, 1

해설

$$2 \overline{) 60}$$

$$2 \overline{) 30}$$

$$3 \overline{) 15}$$

$$5$$

$$60 = 2^2 \times 3 \times 5$$

따라서 60의 소인수는 2, 3, 5이다.

9. 75 에 가능한 한 작은 자연수 x 로 나누어서 어떤 자연수 y 의 제곱이 되게 하려고 한다. y 의 값은?

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 9 ⑤ 15

해설

75를 소인수분해하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 75} \\ 5 \overline{) 25} \\ \quad 5 \end{array}$$

$75 = 3 \times 5^2$ 이므로 $\frac{3 \times 5^2}{x} = y^2$ 을 만족하는 x 의 값 중 가장 작은 자연수는 3이다. 따라서 $y = 5$ 이다.

10. 288 을 어떤 수 x 로 나누어 자연수의 제곱이 되게 하려고 할 때, 가장 작은 자연수 x 를 구하면?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

해설

$288 = 2^5 \times 3^2$
가장 작은 자연수 x 는 2이다.

11. 두 자연수 $2^a \times 3 \times 5$ 와 $2^2 \times 3^b \times c$ 의 최소공배수가 $2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$ 일 때, $a + b + c$ 의 값은?

- ① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

해설

최소공배수가 $2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$ 이므로
 $a = 3, b = 2, c = 7$ 이다.
 $\therefore a + b + c = 12$

12. 다음 각 수를 나열한 것을 보고 공통인 수를 찾으시오?

7, 14, 21, 28, ... 21, 42, 63, 84, ...

- ① 7, 14, 21, 28 ② 7, 14, 21, 28, ...
③ 21, 42, 63, 84 ④ 21, 42, 63, 84, ...
⑤ 147, 294, 441, 588, ...

해설

첫 번째 줄의 수는 7의 배수이고 두 번째 줄의 수는 21의 배수이다.
따라서 공통인 수를 찾으려면 7과 21의 공배수, 즉 21의 배수를 찾으시면 된다.

13. 두 수 $2 \times x$, $7 \times x$ 의 최소공배수가 42 일 때, x 의 값은?

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$2 \times x$, $7 \times x$ 의 최소공배수는 $2 \times 7 \times x = 42$ 이다.
따라서 $x = 3$ 이다.

14. 가로, 세로의 길이가 각각 8cm, 6cm인 직사각형 모양의 카드를 늘어 놓아 가장 작은 정사각형을 만들려고 한다. 이때, 카드는 총 몇 장이 필요한가?

① 10 장 ② 12 장 ③ 13 장 ④ 15 장 ⑤ 17 장

해설

정사각형의 한 변의 길이는 8와 6의 최소공배수인 24cm이다. 가로는 $24 \div 8 = 3$ (장), 세로는 $24 \div 6 = 4$ (장)이 필요하므로 필요한 카드의 수는 $3 \times 4 = 12$ (장)이다.

15. 가로 길이가 16cm, 세로 길이가 12cm, 높이가 24cm 인 직육면체 모양의 벽돌이 있다. 이것을 같은 방향으로 놓이도록 쌓아서 정육면체를 만들 때, 이러한 정육면체 중 가장 작은 것의 한 모서리의 길이는?

- ① 36cm ② 48cm ③ 72cm
④ 96cm ⑤ 144cm

해설

가장 작은 정육면체의 한 모서리의 길이는 16, 12, 24의 최소공배수이므로 48cm 이다.

17. 세 수 42, 70, 98의 최대공약수를 a , 최소공배수를 b 라 할 때, $b-a$ 의 값은?

- ① 1456 ② 1460 ③ 1462 ④ 1468 ⑤ 1470

해설

$$42 = 2 \times 3 \times 7$$

$$70 = 2 \times 5 \times 7$$

$$98 = 2 \times 7^2 \text{에서}$$

최대공약수는 2×7 , 최소공배수는 $2 \times 3 \times 5 \times 7^2$ 이므로

$$a = 14, b = 1470 \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } b - a = 1470 - 14 = 1456 \text{ 이다.}$$

18. 어떤 수를 13 으로 나누면 6 이 남는 수 중 200 에 가장 가까운 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 201

해설

어떤 수를 x 라 하고 몫을 k 라 하면 $x = 13 \times k + 6$ 이다.
 $k = 15$ 일 때, $x = 13 \times 15 + 6 = 201$ 이고 $k = 16$ 일 때,
 $x = 13 \times 16 + 6 = 214$ 이다.
따라서 200 에 가장 가까운 수는 201 이다.

20. $2^3 \times 3^2 \times 5^a$ 의 약수의 개수가 36 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$(3+1)(2+1)(a+1) = 36$$

$$a+1 = 3$$

$$\therefore a = 2$$

21. 1 부터 200 까지의 자연수 중에서 약수의 개수가 3개인 자연수는 모두 몇 개인가?

- ① 5개 ② 6개 ③ 7개 ④ 8개 ⑤ 9개

해설

자연수 n 의 약수의 개수가 3 개이기 위해서는 1 과 n 이외에 약수가 한 개만 더 있어야하므로 자연수 n 은 소수의 완전제곱수이어야 한다. 따라서 1 부터 200 까지의 완전제곱수를 구하면 $13^2 = 169 < 200$ 이고 $17^2 = 289 > 200$ 이므로 200 이하인 소수의 완전제곱수는 $2^2, 3^2, 5^2, 7^2, 11^2, 13^2$ 이다.

22. 다음 두 수의 최대 공약수와 최소공배수를 각각 구하여라.

$$\begin{array}{l} 2 \times 3 \times 3 \times 5 \\ 2 \times 5 \times 5 \times 7 \end{array}$$

- ① 최대공약수 : 2, 최소공배수 : 90
- ② 최대공약수 : 3, 최소공배수 : 1050
- ③ 최대공약수 : 5, 최소공배수 : 350
- ④ 최대공약수 : 6, 최소공배수 : 90
- ⑤ 최대공약수 : 10, 최소공배수 : 3150

해설

$$\text{최대공약수} : 2 \times 5 = 10$$

$$\text{최소공배수} : 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7 = 3150$$

23. 100 이하의 자연수 중에서 6과 9의 공배수의 갯수는?

- ① 3개 ② 4개 ③ 5개 ④ 6개 ⑤ 8개

해설

6 과 9 의 최소공배수는 $2 \times 3^2 = 18$,
따라서 100 이하에서 18 의 배수는 5개

24. 학교에서 성적이 우수한 학생들에게 도서상품권 48장, 공책 72권, 볼펜 36자루를 준비하여 똑같이 나누어 주었다. 이때 성적이 우수한 학생들은 최대 몇 명인가?

- ① 10명 ② 11명 ③ 12명 ④ 13명 ⑤ 14명

해설

48, 72, 36 의 최대공약수 : 12

25. 한 업체가 고객들에게 사과 56 개, 배 84 권, 귤 70 개를 모두 나누어주려고 한다. 각 고객들에게 똑같이 나누어주고자 할 때, 최대 몇 명의 사람들에게 나누어 줄 수 있는가?

- ① 15 명 ② 14 명 ③ 13 명 ④ 12 명 ⑤ 11 명

해설

$$56 = 2^3 \times 7, 84 = 2^2 \times 3 \times 7, 70 = 2 \times 5 \times 7$$

$$56, 84, 70 \text{의 최대공약수는 } 2 \times 7 = 14$$

26. 현중이는 가로, 세로의 길이가 각각 24cm, 36cm 인 직사각형 모양의 대형 초콜릿을 남는 부분 없이 모두 같은 크기의 정사각형 모양으로 잘라 친구들에게 나누어 주려고 한다. 가능한 한 큰 정사각형으로 자르려고 할 때, 정사각형의 한 변의 길이는?

① 6cm ② 8cm ③ 10cm ④ 12cm ⑤ 24cm

해설

자르려고 하는 정사각형의 모양의 초콜릿은 24와 36의 공약수이다.

그런데 가능한 한 큰 정사각형 모양으로 자른다고 했으므로 한 변의 길이는 24와 36의 최대공약수이다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 24 \quad 36} \\ 2 \overline{) 12 \quad 18} \\ 3 \overline{) 6 \quad 9} \\ \quad 2 \quad 3 \end{array} \quad \therefore 2 \times 2 \times 3 = 12(\text{cm})$$

27. $2^2 \times \square$ 는 약수의 개수가 12 개인 자연수이다. 다음 중 $\square$ 안에 알맞은 수 중 가장 작은 자연수는?

- ① 4 ② 8 ③ 15 ④ 30 ⑤ 32

해설

$12 = (2+1) \times (1+1) \times (1+1)$ 이므로

$\square = a \times b$ (a, b 는 소수),

$a \neq 2, b \neq 2$ 이므로 가장 작은 소수는 3×5 ,

$\therefore \square = 15$

28. 1부터 150까지의 자연수 중에서 3의 배수이거나 5의 배수인 수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 70 개

해설

1부터 150까지의 자연수 중 3의 배수의 개수는 50개
1부터 150까지의 자연수 중 5의 배수의 개수는 30개
1부터 150까지의 자연수 중 3의 배수이면서 5의 배수인 것의 개수는 10개
1부터 150까지의 자연수 중 3의 배수이거나 5의 배수인 것의 개수는
 $50 + 30 - 10 = 70$

29. 자연수 120 을 소인수분해했더니 $2^a \times b \times c$ 이고 약수의 개수는 d 개이다. $a+b+c+d$ 의 값은?

- ① 27 ② 16 ③ 29 ④ 18 ⑤ 21

해설

$120 = 2^3 \times 3 \times 5$ 이므로 $a = 3, b = 3, c = 5$,
약수의 개수 $d = (3+1) \times (1+1) \times (1+1) = 16$
 $\therefore a+b+c+d = 27$

30. $\frac{18}{n}$ 과 $\frac{24}{n}$ 를 자연수로 만드는 n 중에서 가장 큰 수는?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 6 ⑤ 9

해설

$\frac{18}{n}$, $\frac{24}{n}$ 를 자연수로 만드는 n 중에서 가장 큰 수는 18과 24의 최대공약수인 6 이다.