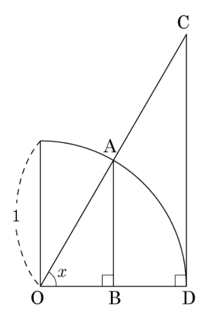
1. 그림과 같이 반지름의 길이가 1 인 사분원에서 $\tan x$ 를 나타내는 선분은?



① $\overline{\mathrm{AB}}$ ② $\overline{\mathrm{CD}}$ ③ $\overline{\mathrm{OB}}$ ④ $\overline{\mathrm{OD}}$ ⑤ $\overline{\mathrm{BD}}$

해설

$$\tan x = \frac{\overline{\mathrm{CD}}}{\overline{\mathrm{OD}}} = \frac{\overline{\mathrm{CD}}}{1} = \overline{\mathrm{CD}}$$

2. $\sin \mathrm{A} : \cos \mathrm{A} = 4 : 5$ 일 때 $\tan \mathrm{A}$ 의 값은?

① 0 ② $\frac{5}{4}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ④ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ⑤ $\frac{4}{5}$

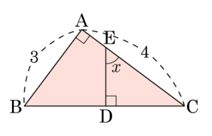
해설

$\sin \mathrm{A} : \cos \mathrm{A} = 4 : 5$ 이므로 $5 \sin \mathrm{A} = 4 \cos \mathrm{A}$ 이다.

양변을 $5 \cos \mathrm{A}$ 로 나누면 $\frac{\sin \mathrm{A}}{\cos \mathrm{A}} = \frac{4}{5}$ 이다.

따라서 $\tan \mathrm{A} = \frac{4}{5}$ 이다.

3. 다음 그림에서 $\sin x$ 의 값은?



① $\frac{3}{5}$ ② $\frac{4}{5}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{5}{4}$

해설

$\triangle \mathrm{EDC} \backsim \triangle \mathrm{BAC}$(AA 닮음) 이므로
$\angle \mathrm{DEC} = \angle \mathrm{ABC}$ 이다.
따라서 $\sin x = \frac{\overline{\mathrm{AC}}}{\overline{\mathrm{BC}}} = \frac{4}{5}$ 이다.

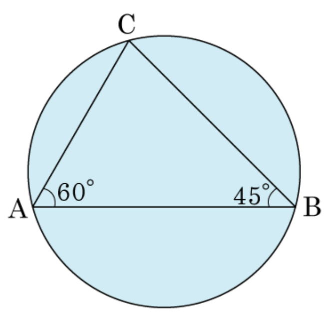
4. 다음 중 옳은 것은?

① $\sin 30° - \sin 60° = \frac{\sqrt{2} - \sqrt{3}}{2}$
② $\cos 30° \times \tan 30° + \sin 60° \times \tan 30° = 2$
③ $\frac{\cos 60°}{\sin 30°} = \sqrt{3}$
④ $\cos 45° + \sin 45° = \sqrt{2}$
⑤ $\tan 60° \times \tan 45° = \sqrt{6}$

해설

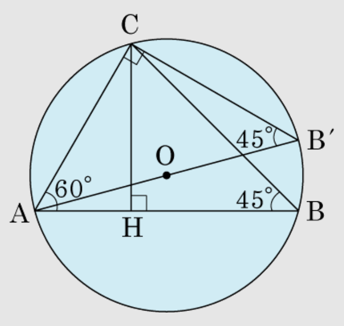
① $\sin 30° - \sin 60° = \frac{1 - \sqrt{3}}{2}$
② $\cos 30° \times \tan 30° + \sin 60° \times \tan 30° = 1$
③ $\frac{\cos 60°}{\sin 30°} = 1$
⑤ $\tan 60° \times \tan 45° = \sqrt{3}$

5. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 2 인 원에 내접하는 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A = 60°$, $\angle B = 45°$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이는?



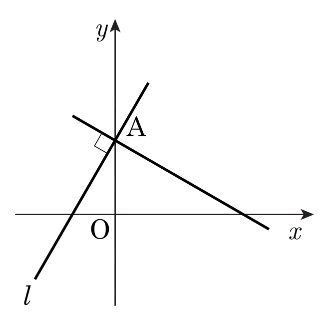
① $\sqrt{2}+\sqrt{3}$ ② $\sqrt{2}+\sqrt{6}$
③ $\sqrt{3}+\sqrt{6}$ ④ $\sqrt{5}+\sqrt{6}$
⑤ $\sqrt{6}+\sqrt{7}$

해설



$\triangle AB'C$ 에서 $\overline{AB'} = 4$, $\angle ACB' = 90°$,
$\angle AB'C = \angle ABC = 45°$,
$\overline{AC} = 4\sin 45° = 2\sqrt{2}$
C 에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하면
$\overline{AB} = \overline{AH} + \overline{BH}$
$\overline{AH} = 2\sqrt{2}\cos 60° = \sqrt{2}$
$\overline{BH} = \overline{CH} = 2\sqrt{2}\sin 60° = 2\sqrt{2}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{6}$
$\therefore\ \overline{AB} = \sqrt{2}+\sqrt{6}$

6. 다음 그림과 같이 직선 ℓ 이 $\sqrt{3}x - y + 2 = 0$ 일 때, 직선 ℓ 의 y 절편을 지나고 직선 ℓ 에 수직인 직선의 방정식은?



① $y = x + 2$

② $y = \dfrac{\sqrt{3}}{3}x - 2$

③ $y = \dfrac{\sqrt{3}}{3}x$

④ $y = -\dfrac{\sqrt{3}}{3}x + 2$

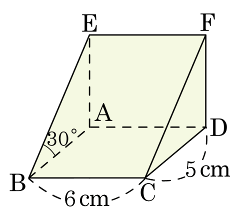
⑤ $y = \sqrt{3}x + 2$

해설

$\sqrt{3}x - y + 2 = 0, y = \sqrt{3}x + 2$ 이므로 $\tan a° = \sqrt{3}, a° = 60°$ 이다. 구하고자 하는 직선은 x 축과 $150°$ 를 이루고 y 절편이 2 이므로 점 $(0, 2)$ 를 지나는 직선의 방정식이다.

따라서 $y = \tan 150°(x - 0) + 2,\ y = -\dfrac{\sqrt{3}}{3}x + 2$ 이다.

7. 다음 그림과 같이 $\overline{BC} = 6\,\text{cm}$, $\overline{CD} = 5\,\text{cm}$, $\angle ABE = 30$ 인 삼각기둥이 있다. 이 삼각기둥의 모든 모서리의 합은?



① $30\left(2+\sqrt{3}\right)\,\text{cm}$　　② $(28+10\sqrt{3})\,\text{cm}$

③ $2\left(13-5\sqrt{3}\right)\,\text{cm}$　　④ $2\left(13+5\sqrt{3}\right)\,\text{cm}$

⑤ $30\left(\sqrt{3}-1\right)\,\text{cm}$

해설

$\overline{AE} = \tan 30° \times \overline{AB} = \dfrac{\sqrt{3}}{3} \times 5 = \dfrac{5\sqrt{3}}{3}(\text{cm})$

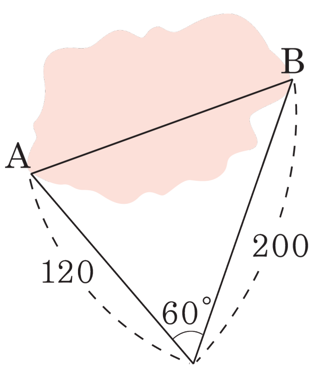
$\overline{BE} = \dfrac{\overline{AB}}{\cos 30°} = \dfrac{5}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \dfrac{10}{\sqrt{3}} = \dfrac{10\sqrt{3}}{3}(\text{cm})$

$\overline{BC} = \overline{AD} = \overline{EF} = 6\,\text{cm}$

$\overline{AB} = \overline{CD} = 5\text{cm}$, $\overline{AE} = \overline{DF} = \dfrac{5\sqrt{3}}{3}\,\text{cm}$

$\overline{BE} = \overline{CF} = \dfrac{10\sqrt{3}}{3}\,\text{cm}$ 따라서 모든 모서리의 합은 $18 + 10 + \dfrac{10\sqrt{3}}{3} + \dfrac{20\sqrt{3}}{3} = 28 + 10\sqrt{3}(\text{cm})$ 이다.

8. 직접 잴 수 없는 두 지점 A, B 사이의 거리를 구하기 위하여 다음 그림과 같이 측량하였다. 이 때, $\overline{AB}$ 의 길이를 구하면?



① $40\sqrt{11}$ ② $40\sqrt{13}$ ③ $40\sqrt{15}$

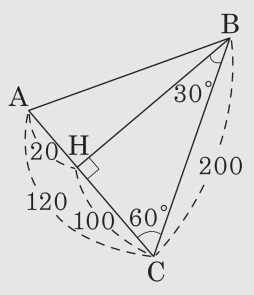
④ $40\sqrt{17}$ ⑤ $40\sqrt{19}$

해설

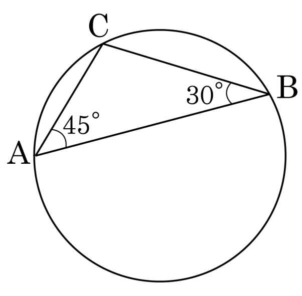
$$\begin{aligned}\overline{BH} &= 200\times\sin 60^\circ\\ &= 200\times\frac{\sqrt{3}}{2}\\ &= 100\sqrt{3}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\overline{CH} &= 200\times\cos 60^\circ\\ &= 200\times\frac{1}{2}\\ &= 100\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore\ \overline{AB} &= \sqrt{\left(100\sqrt{3}\right)^2+20^2}\\ &= \sqrt{30400} = 40\sqrt{19}\end{aligned}$$

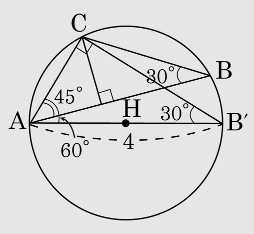


9. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 2 인 원에 $\triangle ABC$ 가 내접하고 있다. $\angle A = 45°$, $\angle B = 30°$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이는?



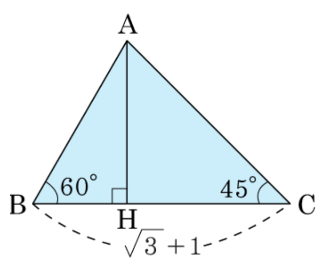
① $\sqrt{2}$　② $\sqrt{6}$　③ $\sqrt{2}+\sqrt{6}$
④ $\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2}$　⑤ $2(\sqrt{2}+\sqrt{6})$

해설



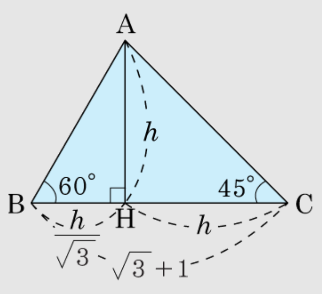
$\overline{CA} = 4\cos 60° = 2$
점 C 에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하면 $\overline{AH} = \overline{CA}\cos 45° = \sqrt{2}$ 이다.
$\therefore \overline{CH} = \overline{AH} = \sqrt{2}$
$\overline{BH} = \dfrac{\overline{CH}}{\tan 30°} = \sqrt{2}\times\sqrt{3} = \sqrt{6}$
$\therefore \overline{AB} = \sqrt{2}+\sqrt{6}$

10. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle ABH = 60°$, $\angle ACH = 45°$, $\overline{BC} = \sqrt{3}+1$ 일 때, $\overline{AH}$ 의 길이를 x 라 하면 x^2 을 구하면?



① 2.2　　② 3　　③ 3.5　　④ 4　　⑤ 4.5

해설



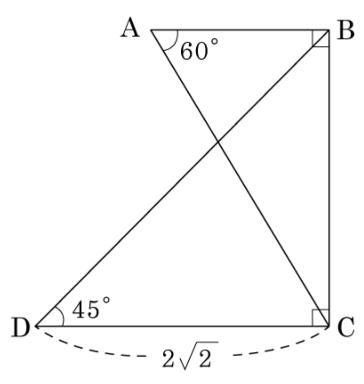
$\overline{AH} = h$ 라 하면 $\frac{h}{\sqrt{3}} + h = \sqrt{3}+1$

양변에 $\sqrt{3}$ 을 곱하면,

$(1+\sqrt{3})h = (\sqrt{3}+1) \times \sqrt{3}$

$\therefore\ h = \overline{AH} = \sqrt{3}$, $\overline{AH}^2 = 3$ 이다.

11. 다음 그림에서 $\overline{\mathrm{AB}}$ 의 길이는?



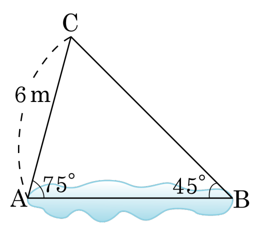
① $\frac{7\sqrt{6}}{3}$　② $\frac{5\sqrt{6}}{3}$　③ $\frac{2\sqrt{6}}{3}$　④ $\frac{\sqrt{6}}{3}$　⑤ $\frac{\sqrt{6}}{2}$

해설

$\overline{\mathrm{BC}} = 2\sqrt{2}$

$\overline{\mathrm{AB}} = \frac{\overline{\mathrm{BC}}}{\tan 60°} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{6}}{3}$

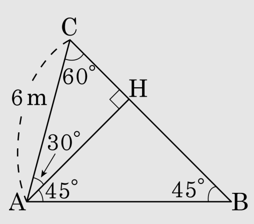
12. 다음 그림과 같은 호수의 폭 $\overline{AB}$ 를 구하기 위하여 호수의 바깥쪽에 점 C 를 정하고 필요한 부분을 측량하였더니 $\overline{AC} = 6\text{m}$, $\angle BAC = 75°$, $\angle ABC = 45°$ 였다. 이 때, $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.



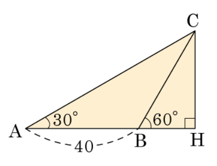
① $2\sqrt{5}$ ② $3\sqrt{5}$ ③ $2\sqrt{6}$
④ $3\sqrt{6}$ ⑤ $4\sqrt{6}$

해설

점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하면 $\triangle ACH$ 에서 $\overline{AH} = \overline{AC}\sin 60° = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}\,(\text{m})$
따라서 $\triangle ABH$ 에서
$\overline{AB} = \frac{\overline{AH}}{\sin 45°} = 3\sqrt{3} \times \sqrt{2} = 3\sqrt{6}\,(\text{m})$ 이다.



13. 다음은 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A = 30°$, $\angle CBH = 60°$, $\overline{AB} = 40$ 일 때, $\overline{CH}$ 의 길이를 구하는 과정이다. $\boxed{}$ 안의 값이 옳지 <u>않은</u> 것은?



$\overline{CH} = h$ 라고 하면

$\overline{AH} = \dfrac{h}{\boxed{(가)}}$, $\overline{BH} = \dfrac{h}{\boxed{(나)}}$

$\overline{AB} = \boxed{(다)} = \dfrac{h}{\tan 30°} - \dfrac{h}{\tan 60°}$, $h \times \dfrac{2}{\sqrt{3}} = \boxed{(라)}$

$\therefore\ h = 40 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} = \boxed{(마)}$

① (가) $\tan 60°$　② (나) $\tan 60°$　③ (다) $\overline{AH} - \overline{BH}$
④ (라) 40　⑤ (마) $20\sqrt{3}$

해설

(가) 에 $\tan 30°$ 가 들어가야 한다.

$\overline{CH} = h$ 라고 하면

$\overline{AH} = \dfrac{h}{\tan 30°}$, $\overline{BH} = \dfrac{h}{\tan 60°}$

$\overline{AB} = \overline{AH} - \overline{BH} = \dfrac{h}{\tan 30°} - \dfrac{h}{\tan 60°} = 40$

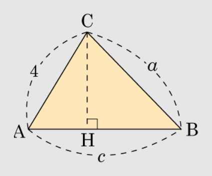
$h\left(\dfrac{1}{\tan 30°} - \dfrac{1}{\tan 60°}\right) = 40,\ h \times \dfrac{2}{\sqrt{3}} = 40$

$\therefore\ h = 40 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 20\sqrt{3}$

14. $\triangle \mathrm{ABC}$ 에서 $2\sin \mathrm{A} = \sqrt{3}$, $3\sin \mathrm{B} = \sqrt{3}$, $b = 4$ 일 때, 이 삼각형의 넓이는 $a\sqrt{3} + b\sqrt{2}$ 이다. 이때, 유리수 a, b에 대하여 $a + b$ 의 값은? (단, $0° < A < 90°$)

① -11　② -1　③ 1　④ 8　⑤ 11

해설



$\dfrac{a}{\sin \mathrm{A}} = \dfrac{b}{\sin \mathrm{B}}$ 이므로 $a = b\sin \mathrm{A} \times \dfrac{1}{\sin \mathrm{B}} = 4 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} \times \dfrac{3}{\sqrt{3}} = 6$ 이다.

또한, $\overline{\mathrm{CH}} = \mathrm{b}\sin \mathrm{A} = 4 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$ 이다.

$\overline{\mathrm{AH}} = \sqrt{\overline{\mathrm{AC}}^2 - \overline{\mathrm{CH}}^2} = \sqrt{16 - 12} = 2$,

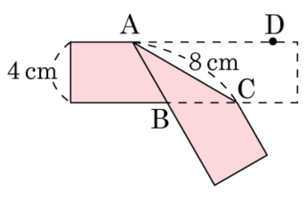
$\overline{\mathrm{BH}} = \sqrt{\overline{\mathrm{BC}}^2 - \overline{\mathrm{CH}}^2} = \sqrt{36 - 12} = 2\sqrt{6}$

따라서 $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{AH}} + \overline{\mathrm{BH}} = 2 + 2\sqrt{6}$ 이므로 $\triangle \mathrm{ABC}$ 의 넓이 S 를 구하면

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2}\overline{\mathrm{AB}} \cdot \overline{\mathrm{CH}} \\ &= \frac{1}{2}(2 + 2\sqrt{6}) \times 2\sqrt{3} \\ &= 2\sqrt{3} + 6\sqrt{2} \end{aligned}$$

$\therefore a + b = 2 + 6 = 8$

15. 다음 그림과 같이 폭이 4cm 인 종이 테이프를 선분 AC 에서 접었다. $\overline{AC} = 8\text{cm}$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하면?



① $\dfrac{4\sqrt{3}}{3}\,\text{cm}^2$
② $\dfrac{8\sqrt{3}}{3}\,\text{cm}^2$
③ $\dfrac{16\sqrt{3}}{3}\,\text{cm}^2$
④ $\dfrac{3\sqrt{3}+\sqrt{2}}{3}\,\text{cm}^2$
⑤ $\dfrac{3\sqrt{2}+\sqrt{3}}{3}\,\text{cm}^2$

해설

$\sin C = \dfrac{4}{8} = \dfrac{1}{2}$ 이므로 $\angle C = 30°$ 이다.

$\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이고 $\angle ABC = 120°$, $\angle ABH = 60°$ 이므로
(단, 점 H는 점 A에서 수직으로 내린 점)

$\overline{BC} = \overline{AB} = \dfrac{4}{\sin 60°} = \dfrac{8\sqrt{3}}{3}(\text{cm})$ 이다.

따라서 $\triangle ABC = \dfrac{1}{2} \times \dfrac{8\sqrt{3}}{3} \times \dfrac{8\sqrt{3}}{3} \times \sin(180° - 120°) = \dfrac{16\sqrt{3}}{3}(\text{cm}^2)$ 이다.