

1. 다음 <보기> 중 소인수분해가 옳지 않은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $52 = 13 \times 5$

㉡ $20 = 2^2 \times 5$

㉢ $80 = 2^4 \times 5$

㉣ $120 = 2^3 \times 3 \times 5$

㉤ $84 = 2^2 \times 3^3$

① ㉠, ㉢

② ㉡, ㉣

③ ㉡, ㉣

④ ㉢, ㉣

⑤ ㉠, ㉢, ㉣

해설

㉠ $52 = 2^2 \times 13$

㉢ $84 = 2^2 \times 3 \times 7$

2. 다음 중 50의 소인수로만 이루어진 모임은?

㉠ 2, 5

㉡ 1, 2, 5

㉢ 1, 2, 5, 10

㉣ 2, 5, 10, 25

㉤ 1, 2, 5, 10, 25, 50

해설

50을 소인수분해하면 다음과 같다.

$$2 \overline{) 50}$$

$$5 \overline{) 25}$$

5

이므로 50의 소인수는 2, 5이다.

3. 서로 다른 두 자연수 a, b 에 대하여 다음 중 a, b 가 서로소인 것은?

- ① a 의 약수와 b 의 약수 중 공통인 것이 없다.
- ② a 의 약수와 b 의 약수 중 공통인 것은 1 뿐이다.
- ③ a 의 약수와 b 의 약수 중 공통인 것은 0 뿐이다.
- ④ a 의 약수와 b 의 약수 중 공통인 것은 a 뿐이다.
- ⑤ a 의 약수와 b 의 약수 중 공통인 것은 a, b 이다.

해설

a, b 가 서로소일 때, 두 수의 공약수는 1 뿐이고, 최대공약수도 1 이다.

4. 두 수 30, 75의 공약수가 x 의 약수라 할 때, x 의 값을 구하면?

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

해설

구하고자 하는 x 는 30과 75의 최대공약수와 같다.

$30 = 2 \times 3 \times 5$, $75 = 3 \times 5^2$ 이므로

30과 75의 최대공약수는 $3 \times 5 = 15$ 이다.

$\therefore x = 15$

5. 2^2 , $2^2 \times 3$, 3×5 의 공배수 중에서 200 이하인 것의 개수는?

- ① 2 개 ② 3 개 ③ 4 개 ④ 5 개 ⑤ 6 개

해설

세 수의 최소공배수는 $2^2 \times 3 \times 5 = 60$ 이므로 200 이하의 공배수는 60, 120, 180 으로 총 3 개이다.

6. 가로 길이가 16cm, 세로 길이가 12cm, 높이가 24cm 인 직육면체 모양의 벽돌이 있다. 이것을 같은 방향으로 놓이도록 쌓아서 정육면체를 만들 때, 이러한 정육면체 중 가장 작은 것의 한 모서리의 길이는?

- ① 36cm ② 48cm ③ 72cm
④ 96cm ⑤ 144cm

해설

가장 작은 정육면체의 한 모서리의 길이는 16, 12, 24의 최소공배수이므로 48cm 이다.

7. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?(정답 2 개)

- ① 15 이하의 소수는 모두 6 개이다.
- ② 7 은 소수이다.
- ③ 모든 소수는 홀수이다.
- ④ 자연수는 1, 소수, 합성수로 이루어져 있다.
- ⑤ 1 은 합성수이다.

해설

- ③ 2 는 소수이다.
- ⑤ 1 은 소수도 합성수도 아니다.

8. $3 \times 5^2 \times 7$ 의 약수 중 두 번째로 작은 수를 a , 세 번째로 큰 수를 b 라고 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 108

해설

5^2 의 약수는 1, 5, 5^2 이고, 3×7 의 약수는 1, 3, 7, 3×7 이므로 표를 이용하여 약수를 구하면 다음과 같다.

\times	1	5	5^2
1	$1 \times 1 = 1$	$1 \times 5 = 5$	$1 \times 5^2 = 25$
3	$3 \times 1 = 3$	$3 \times 5 = 15$	$3 \times 5^2 = 75$
7	$7 \times 1 = 7$	$7 \times 5 = 35$	$7 \times 5^2 = 175$
3×7	$3 \times 7 \times 1 = 21$	$3 \times 7 \times 5 = 105$	$3 \times 7 \times 5^2 = 525$

즉, 1, 3, 5, 7, 15, 21, 25, 35, 75, 105, 175, 525

따라서 $3 \times 5^2 \times 7$ 의 약수 중 두 번째로 작은 수 $a = 3$ 이고, 세 번째로 큰 수 $b = 3 \times 5 \times 7 = 105$ 이므로 $a + b = 3 + 105 = 108$ 이다.

9. 두 수 $2^a \times 3^3 \times 5^2 \times 7^c$, $2^4 \times 5^b \times 7^5 \times 11^4$ 의 최대공약수가 280 일 때, $a+b+c$ 의 값은?

- ① 5 ② 4 ③ 3 ④ 2 ⑤ 1

해설

최대공약수가 $280 = 2^3 \times 5 \times 7$ 이고
 $2^4 \times 5^b \times 7^5 \times 11^4$ 에서 2 의 지수가 4이므로
 $2^a \times 3^3 \times 5^2 \times 7^c$ 에서 2 의 지수가 3 이어야 한다.
같은 방식으로
 $2^a \times 3^3 \times 5^2 \times 7^c$ 에서 5 의 지수가 2 이므로
 $2^4 \times 5^b \times 7^5 \times 11^4$ 에서 5 의 지수가 1 이어야 한다.
또한,
 $2^4 \times 5^b \times 7^5 \times 11^4$ 에서 7 의 지수가 5 이므로
 $2^a \times 3^3 \times 5^2 \times 7^c$ 에서 7 의 지수가 1 이어야 한다.
따라서 $a = 3$, $b = 1$, $c = 1$ 이다.

10. $3 \times \square$, $7 \times \square$, $4 \times \square$ 의 세 자연수의 최소공배수가 1092 일 때, \square 안에 알맞은 수는?

- ① 2 ② 5 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

해설

$$\square \begin{array}{r} 3 \times \square \\ 7 \times \square \\ 4 \times \square \\ \hline 3 \quad 7 \quad 4 \end{array}$$

$$\square \times 3 \times 7 \times 4 = 1092$$

$$\square = 13$$

11. 세 자연수의 비가 $2:3:7$ 이고 최소공배수가 672 일 때, 세 자연수의 합에서 최대공약수를 뺀 수는?

- ① 16 ② 72 ③ 176 ④ 184 ⑤ 192

해설

세 자연수를 $2 \times a, 3 \times a, 7 \times a$ 라 하면
세 수의 최소공배수는
 $2 \times 3 \times 7 \times a = 672 = 2^5 \times 3 \times 7$ 이다.
 $a = 2^4 = 16$ 이므로 세 수는 32, 48, 112 이다.
 $\therefore 32 + 48 + 112 - 16 = 176$

13. 어떤 자연수로 24 를 나누면 나누어 떨어지고, 61 을 나누면 1 이 남는다고 한다. 이러한 자연수 중에서 가장 큰 자연수를 구하면?

- ① 6 ② 12 ③ 18 ④ 24 ⑤ 32

해설

어떤 수는 24, $61 - 1 = 60$ 의 공약수이다.
이 중 가장 큰 수는 두 수의 최대공약수이므로 12 이다.

14. 세 자연수 2, 5, 8 의 어느 것으로 나누어도 1 이 남는 가장 작은 자연 수를 구하면?

- ① 2 ② 16 ③ 21 ④ 41 ⑤ 80

해설

구하는 수는 (2, 5, 8 의 공배수)+1 인 수 중 가장 작은 자연수 이다. 2, 5, 8 의 최소공배수는 40 이다.
 $\therefore 40 + 1 = 41$

15. 어떤 수 a 와 21 의 최소공배수는 84 이고 최대공약수는 7 이다. 정수 a 는?

- ① 28 ② 21 ③ 12 ④ 4 ⑤ 14

해설

$$7 \mid \frac{a}{b} \frac{21}{3} \quad (b \text{ 와 } 3 \text{ 은 서로소})$$

a 와 21 의 최소공배수가 84 이므로

$$7 \times b \times 3 = 84$$

$$21b = 84$$

$$b = 4$$

$$\therefore a = 7b = 7 \times 4 = 28$$

16. 두 분수 $\frac{420}{121}$, $\frac{126}{143}$ 에 같은 수를 곱하여 자연수가 되게 하려고 한다.

가장 작은 수를 곱하여 만들어진 자연수를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 130

▷ 정답 : 33

해설

두 수에 각각 $\frac{11 \times 11 \times 13}{2 \times 3 \times 7}$ 을 곱한다.

17. 어떤 자연수 n 에 대하여 $\frac{110}{2 \times n + 1}$ 이 자연수가 된다. 이러한 n 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 34

해설

110의 약수를 구해보면 1, 2, 5, 10, 11, 22, 55, 110이다.
그 중 홀수는 1, 5, 11, 55이다.
 $2 \times n + 1 = 1$ 에서 $\therefore n = 0$
 $2 \times n + 1 = 5$ 에서 $\therefore n = 2$
 $2 \times n + 1 = 11$ 에서 $\therefore n = 5$
 $2 \times n + 1 = 55$ 에서 $\therefore n = 27$
따라서 자연수 n 의 합을 구하면 $2 + 5 + 27 = 34$

18. 273^{100} 의 일의 자리의 숫자를 구하면?

- ① 1 ② 3 ③ 9 ④ 7 ⑤ 0

해설

273^{100} 의 일의 자리만 거듭제곱하여 규칙을 찾는다.

$$3^1 = 3,$$

$$3^2 = 9,$$

$$3^3 = 27,$$

$$3^4 = 81,$$

$$3^5 = 243,$$

...

3을 거듭제곱할 때, 일의 자리의 숫자는 3, 9, 7, 1의 네 개의 숫자가 반복된다.

273^{100} 의 지수인 100를 4로 나누면 25이므로

273^{100} 의 일의 자리의 숫자는 반복되는 네 개의 숫자 중 마지막 숫자인 1이다.

19. 두 자연수 a, b 에 대하여 $2 \times 5^a \times 11^b$ 의 약수가 12 개일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$(1+1) \times (a+1) \times (b+1) = 12$$

$$(a+1) \times (b+1) = 6$$

$$a+1 = 2, b+1 = 3 \text{ 또는 } a+1 = 3, b+1 = 2$$

$$a = 1, b = 2 \text{ 또는 } a = 2, b = 1$$

$$\therefore a + b = 1 + 2 = 3$$

20. 108, 135 의 최대공약수는?

① 2^2

② 3^3

③ 2^3

④ 3×5

⑤ $2^2 \times 3^2$

해설

$108 = 2^2 \times 3^3$, $135 = 3^3 \times 5$ 이므로 최대공약수는 3^3

22. A와 B가 함께 일자리를 구했다. A는 4일간 일하고 하루 쉬고, B는 5일간 일하고 이틀간 쉬기로 하였다. 이와 같이 180일간 일한다면, 두 사람이 같이 쉬는 일수는?

① 5일 ② 10일 ③ 15일 ④ 20일 ⑤ 35일

해설

5와 7의 최소공배수는 35,
35일 동안 B가 쉬는 날은 6, 7, 13, 14, 20, 21, 27, 28, 34, 35일,
이 중에 A가 쉬는 날은 20, 35일
따라서 180일 동안 두 사람이 함께 쉬는 날은
 $2 \times 5 = 10$ (일)이다.

23. 1부터 100까지의 자연수 중에서 3의 배수이거나 5의 배수인 수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 47

해설

1부터 100까지의 자연수 중에서
3의 배수는 3, 6, 9, \dots , 96, 99의 33개이고,
5의 배수는 5, 10, 15, \dots , 95, 100의 20개이다.
이 중 3과 5의 공배수인 15의 배수의 개수는 6개이므로
 $33 + 20 - 6 = 47$ 개다.

24. $32 \times a$ 가 어떤 자연수의 제곱이 될 때, a 가 될 수 있는 수 중 20 보다 작은 수의 개수를 구하면?

- ① 3 개 ② 4 개 ③ 5 개 ④ 6 개 ⑤ 7 개

해설

$32 = 2^5$ 이므로
 a 가 될 수 있는 수는 $2 \times (\text{자연수})^2$ 의 꼴이다.
따라서 a 가 될 수 있는 20 보다 작은 수는 2, 2^3 , 2×3^2 , 즉 3 개이다.

25. 자연수 $2^a \times 3^b$ 에 24 를 곱하였더니 어떤 자연수의 제곱이 되었다. 이때, 가능한 a, b 중 가장 작은 a, b 를 올바르게 구한 것을 골라라.

- ① $a: 0, b: 0$ ② $a: 0, b: 1$ ③ $a: 1, b: 1$
④ $a: 1, b: 0$ ⑤ $a: 2, b: 1$

해설

$2^a \times 3^b$ 이 자연수이려면 a 와 b 는 0 이상이어야 한다.
또, 어떤 자연수의 제곱이 되는 수는 소인수분해를 했을 때 모든 소인수의 지수가 짝수여야 한다. 따라서, $2^a \times 3^b$ 에 $24 = 2^3 \times 3$ 를 곱한 수가 어떤 자연수의 제곱이 되어야 하므로, $2^a \times 3^b \times 2^3 \times 3 = 2^a \times 2^3 \times 3^b \times 3 = 2^{a+3} \times 3^{b+1}$ 에서 2 의 지수인 $(a+3)$ 과 3 의 지수인 $(b+1)$ 이 모두 짝수여야 한다. 이를 만족하는 가장 작은 수 a, b 는 각각 1 과 1 이다.

26. $2^3 \times 5 \times \square \times 7$ 의 약수의 개수가 32 개라고 한다. \square 안에 들어갈 수 있는 수를 작은 수부터 2개를 써라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : 11

해설

$2^3 \times 5 \times \square \times 7$ 의 약수의 개수가 32 개이면

\square 가 가장 작은 소인수 3 인 경우와 그 다음 작은 소인수인 11 이 있다.

27. 서로 다른 두 자연수 x, y 의 최소공배수는 120 이고, $4x - 8 = y$ 일 때, xy 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 480

해설

x, y 의 최대공약수를 G , 최소공배수를 L 이라고 하면 $x = aG, y = bG, L = abG$ (단, a 와 b 는 서로소)로 놓을 수 있다.

최소공배수가 120 이므로 $abG = 120 \cdots \textcircled{A}$

또 $4x - 8 = y$ 이므로

$$4aG - 8 = bG, (4a - b)G = 8 \cdots \textcircled{B}$$

각 변끼리 $\frac{\textcircled{B}}{\textcircled{A}}$ 을 계산하면

$$\frac{4aG - bG}{abG} = \frac{8}{120} \text{ 에서 } \frac{4a - b}{ab} = \frac{1}{15},$$

$$60a - 15b = ab, a(60 - b) = 15b,$$

$b > 0, 60 - b > 0$ 이므로 $1 \leq b \leq 59$ 를 만족하는 (a, b) 의 순서쌍은 $(3, 10), (5, 15), (10, 24), (15, 30), (21, 35) \cdots$

a, b 는 서로소인 자연수이므로 $a = 3, b = 10$

두 수의 최대공약수는 $abG = 120$ 에서 $G = 4$ 이고, 따라서 두 수의 곱 $xy = abG^2 = 3 \times 10 \times 16 = 480$

28. 다음 조건을 각각 만족하는 자연수의 개수의 합을 구하여라.

- ㉠ 최대공약수가 24인 두 수 a, b 의 공약수
- ㉡ 50보다 크지 않은 4와 6의 공배수

▶ 답:

▷ 정답: 12

해설

- ㉠ 최대공약수가 24인 두 수 a, b 의 공약수는 24의 공약수이므로
 $24 = 2^3 \times 3^1$ 에서 약수의 개수는
 $(3+1) \times (1+1) = 8(\text{개})$
- ㉡ 4와 6의 최소공배수는 12이므로
50보다 작은 12의 배수는 12, 24, 36, 48의 4개
 $\therefore 8 + 4 = 12$

29. 합이 32 이고 최소공배수가 60 인 두 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

▷ 정답 : 20

해설

두 자연수를 a, b 라 두면,
 $a + b = 32$ 이고 a, b 는 60 의 약수이다.
60 의 약수는 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60 이므로
더해서 32 가 되는 두 수는 (2, 30), (12, 20) 이다.
하지만 2, 30 의 최소공배수는 30 이므로
두 자연수는 12, 20 이다.

30. $(x-1) : y = 3 : 4$ 일 때, x, y 의 최소공배수가 56 이다. x, y 의 최대공약수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$(x-1) : y = 3 : 4 \rightarrow 4 \times (x-1) = 3 \times y,$$

$$x, y \text{ 의 최소공배수가 } 56 = 2^3 \times 7$$

위 두 조건을 만족시키는 x, y 의 값은 $x = 7, y = 8$ 이다.

$$\therefore (x, y \text{ 의 최대공약수}) = 1$$