1. 다음 중 $2x^2 - x - 15 = 0$과 같은 것은?

① $x - 3 = 0$ 또는 $2x + 5 = 0$ ② $x + 3 = 0$ 또는 $2x - 5 = 0$

③ $x + 3 = 0$ 또는 $2x + 5 = 0$ ④ $2x + 3 = 0$ 또는 $x - 5 = 0$

⑤ $2x - 3 = 0$ 또는 $x + 5 = 0$

해설

$2x^2 - x - 15 = 0$

$(2x + 5)(x - 3) = 0$

$2x + 5 = 0$ 또는 $x - 3 = 0$

2. 이차방정식 $-x^2+2x+8=0$ 의 두 근의 합이 $x^2-2x+a=0$ 의 근일 때, a 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$-x^2+2x+8=0$

$x^2-2x-8=0$

$(x-4)(x+2)=0$

$x=4$ 또는 $x=-2$

두 근의 합 $4+(-2)=2$

$x^2-2x+a=0$ 에 $x=2$ 를 대입

$4-4+a=0,\ a=0$

3. x 에 관한 이차방정식 $x^2 + 8x + 15 - m = 0$ 이 중근을 갖도록 m 의 값을 구하면?

① 0 ② 1 ③ −1 ④ 2 ⑤ −2

해설

$x^2 + 8x + 15 - m = 0$
$4^2 = 15 - m$
$\therefore m = -1$

4. 다음은 완전제곱식을 이용하여 이차방정식 $2x^2 - 10x - 1 = 0$ 의 해를 구하는 과정이다. (가)~(마)에 들어갈 것으로 옳지 <u>않은</u> 것은?

$2x^2 - 10x - 1 = 0$ 에서 양변을 2 로 나누면 $x^2 - 5x - \frac{1}{2} = 0$
$x^2 - 5x = \frac{1}{2}$
$x^2 - 5x + (\text{가}) = \frac{1}{2} + (\text{가})$
$(x + (\text{나}))^2 = (\text{다})$
$x + (\text{나}) = \pm(\text{라})$
$\therefore x = (\text{마})$

① (가): $\frac{25}{4}$ ② (나): $-\frac{5}{2}$ ③ (다): $\frac{27}{4}$
④ (라): $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ ⑤ (마): $\frac{5 \pm 3\sqrt{3}}{2}$

해설

(라): $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

5. x 에 관한 이차방정식 $-(x+2)^2 = 5-n$ 의 근에 대한 설명 중 옳은 것은?

① $n=5$ 이면 근이 2 개이다.

② $n=9$ 이면 근이 2 개이다.

③ $n=4$ 이면 정수인 근을 1 개 갖는다.

④ $n=8$ 이면 정수인 근을 갖는다.

⑤ $n=14$ 이면 무리수인 근을 갖는다.

해설

$-(x+2)^2 = 5-n$, $(x+2)^2 = n-5$, $x = -2 \pm \sqrt{n-5}$
② $n=9$ 이면 $x = -2 \pm \sqrt{9-5} = -2 \pm 2$
$\therefore x = 0$ 또는 $x = -4$

6. $(x-4)(x+2) = -2x(x-4)$의 해가 α, β 일 때, $3\alpha\beta$의 값은?

① -5 ② -8 ③ 3 ④ 5 ⑤ 8

해설

주어진 방정식을 정리하면

$3x^2 - 10x - 8 = 0$

$(3x+2)(x-4) = 0$

$\alpha = 4,\ \beta = -\frac{2}{3}$ 또는 $\alpha = -\frac{2}{3},\ \beta = 4$

$\therefore\ 3\alpha\beta = -8$

7. 이차방정식 $3x^2-2x-k=0$ 은 해를 갖고, 이차방정식 $(k-1)x^2+4x-5=0$ 은 해가 없도록 하는 정수 k 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$3x^2-2x-k=0$ 이를 해를 가질 조건은

$D=(-2)^2-4\times3\times(-k)=4+12k\geq0 \therefore k\geq-\frac{1}{3}\cdots$㉠

$(k-1)x^2+4x-5=0$ 이 해를 가지지 않을 조건은

$D=4^2-4\times(k-1)\times(-5)=16+20k-20<0 \therefore k<\frac{1}{5}\cdots$㉡

㉠, ㉡ 에서 $-\frac{1}{3}\leq k<\frac{1}{5}$

$\therefore k=0$

8. 이차방정식 $2x^2 - 4x + 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\alpha + \beta = 2$
② $\alpha\beta = \frac{1}{2}$
③ $\alpha + \beta - \alpha\beta = \frac{3}{2}$
④ $\alpha^2 + \beta^2 = \frac{7}{2}$
⑤ $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = 4$

해설

$\alpha + \beta = 2, \alpha\beta = \frac{1}{2}$

① $\alpha + \beta = 2$

② $\alpha\beta = \frac{1}{2}$

③ $\alpha + \beta - \alpha\beta = 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

④ $\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta$
$= 2^2 + (-2) \times \frac{1}{2} = 3$

⑤ $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{2}{\frac{1}{2}} = 4$

9. 이차방정식 $x^2-3x-2=0$ 의 두 근을 α , β 라 하고, $\alpha+1$, $\beta+1$ 을 두 근으로 하는 이차방정식을 $x^2+mx+n=0$ 이라 할 때, $m+n$ 의 값을 구하면?

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

$x^2-3x-2=0$ 의 두 근을 α , β 라고 하면 $\alpha+\beta=3$, $\alpha\beta=-2$

$\alpha+1$, $\beta+1$ 을 두 근으로 하는 이차방정식은

$x^2-(\alpha+1+\beta+1)x+(\alpha+1)(\beta+1)=0$

$x^2-(\alpha+\beta+2)x+(\alpha\beta+\alpha+\beta+1)=0$

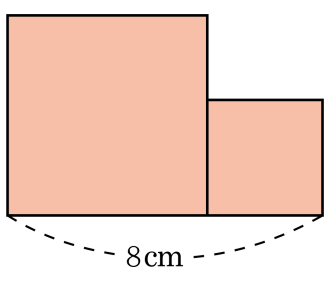
$x^2-(3+2)x+(-2+3+1)=0$

$x^2-5x+2=0$

$m=-5$, $n=2$

$\therefore m+n=-3$

10. 다음 그림과 같이 길이가 8cm 인 선분 위에 한 점을 잡아 정사각형 두 개를 만들었다. 큰 정사각형의 넓이가 작은 정사각형의 넓이의 3 배일 때, 큰 정사각형의 한 변의 길이는?



① $4\sqrt{3}$cm ② $(8-2\sqrt{3})$cm ③ 5cm

④ $(12-4\sqrt{3})$cm ⑤ $(3+2\sqrt{2})$cm

해설

큰 정사각형의 한 변을 x cm, 작은 정사각형의 한 변을 $(8-x)$ cm 라고 하면,

$x^2 = 3(8-x)^2$

$x^2 = 3(64-16x+x^2)$, $x^2 - 24x + 96 = 0$

근의 공식(짝수공식)을 이용하여 풀면

$x = 12 \pm \sqrt{144-96} = 12 \pm 4\sqrt{3}$

$x < 8$이므로 $x = 12 - 4\sqrt{3}$

11. 서로 다른 세 개의 x 값에 대하여 $\dfrac{ax^2+2x+b}{5x^2-cx+3}=4$ 이라 한다. 이 때, abc 의 값은?

① 100 ② 120 ③ 240 ④ -120 ⑤ -100

해설

$\dfrac{ax^2+2x+b}{5x^2-cx+3}=4$ 를 정리하면,

$(a-20)x^2+(2+4c)x+b-12=0$

이 식이 서로 다른 세 개의 x 값에 대하여 성립하므로 x 에 대한 항등식이다.

따라서 $a-20=0,\ 2+4c=0,\ b-12=0$

$\therefore\ a=20,\ b=12,\ c=-\dfrac{1}{2}$

$abc=20\times12\times\left(-\dfrac{1}{2}\right)=-120$

12. $7x-5<4(x+1)$이고 x는 자연수일 때, $x^2-5x+6=0$를 풀면?

① $x=0,\ x=1$　② $x=2$　③ $x=2,\ x=3$

④ $x=3$　⑤ $x=-2,\ x=3$

해설

$7x-5<4(x+1)$ 에서 $7x-4x<4+5$, $3x<9$ ∴ $x<3$

따라서 x의 값은 1, 2이다.

$x^2-5x+6=0$의 해는 $x=2,\ x=3$이므로 해는 $x=2$가 된다.

13. 이차방정식 $x^2-8x+15=0$ 의 두 근을 a, b 라고 할 때, 다음 중 $a+2, b+2$ 를 두 근으로 갖는 이차항의 계수가 1인 이차방정식은?

① $x^2-2x-35=0$ ② $x^2+2x-35=0$

③ $x^2-12x+35=0$ ④ $x^2+12x+35=0$

⑤ $x^2-4x-30=0$

해설

$x^2-8x+15=0$

$(x-5)(x-3)=0$

$a=5,\ b=3$

$\therefore a+2=7,\ b+2=5$

따라서 5, 7을 두 근으로 하는 이차방정식은

$(x-7)(x-5)=0$

$\therefore\ x^2-12x+35=0$

14. x^2 의 계수가 1 인 어떤 이차방정식을 x 의 계수를 잘못 보고 풀었더니 해가 1, 5 이었고, 상수항을 잘못 보고 풀었더니 해가 -2, -4 이었다. 이 방정식의 옳은 근은?

① 2, 5　② 2, -5　③ 1, 5

④ 1, 2　⑤ -1, -5

해설

원래 이차방정식을 $x^2+ax+b=0$ 이라 하면
$b=1\times 5=5$, $-a=-2+(-4)=-6$, $a=6$
따라서 $x^2+6x+5=0$, $(x+1)(x+5)=0$
$\therefore x=-1$ 또는 $x=-5$

해설

$(x-1)(x-5)=0$, $x^2-6x+5=0$
일차항의 계수를 잘못 보았으므로 상수항은 5
$(x+2)(x+4)=0$, $x^2+6x+8=0$
상수항을 잘못 보았으므로 x 의 계수는 6
따라서 $x^2+6x+5=0$, $(x+1)(x+5)=0$
$\therefore x=-1$ 또는 $x=-5$

15. 한 원 위에 n개의 점을 잡아 n각형을 만들었다. 새로 만든 도형의 대각선의 총 개수가 35개 일 때, n의 값은?

① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

해설

$\frac{n(n-3)}{2} = 35$이므로

$n^2 - 3n - 70 = 0$

$(n+7)(n-10) = 0$

$n = 10 (\because n > 0)$