

1. 1부터 100까지의 자연수 중에서 5의 배수도 아니고 7의 배수도 아닌 수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 68 개

해설

1부터 100까지의 자연수 중 5의 배수의 개수는 20개

1부터 100까지의 자연수 중 7의 배수의 개수는 14개

1부터 100까지의 자연수 중 5의 배수이면서 7의 배수인 것의 개수는 2개

1부터 100까지의 자연수 중 5의 배수이거나 7의 배수인 것의 개수는

$$20 + 14 - 2 = 32 \text{ 개}$$

따라서 1부터 100까지의 자연수 중에서 5의 배수도 아니고 7의 배수도 아닌 수의 개수는

$$100 - 32 = 68 \text{ 개}$$

2. 567^{2009} 의 일의 자리의 숫자를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

567^{2009} 의 일의 자리만 거듭제곱하여 규칙을 찾는다.

$$7^1 = 7,$$

$$7^2 = 49,$$

$$7^3 = 343,$$

$$7^4 = 2401,$$

$$7^5 = 16807,$$

$$7^6 = 117649,$$

...

7 을 거듭제곱할 때, 일의 자리의 숫자가 7, 9, 3, 1 의 네 개의 숫자가 반복된다.

567^{2009} 의 지수인 2009 를 4 로 나누면

$$2009 \div 4 = 502 \cdots 1 \text{ 이므로}$$

567^{2009} 의 일의 자리의 숫자는 반복되는 네 개의 숫자 중 첫 번째 숫자인 7 이다.

3. 소인수분해를 이용하여 50의 약수의 개수를 구하려고 한다. 다음 중 a, b, c 에 들어갈 알맞은 수를 차례대로 나열한 것은?

$$50 = 2^a \times 5^b \quad \text{약수의 개수} : (a+1) \times (b+1) = c \text{ (개)}$$

- ① 1, 2, 3 ② 1, 2, 6 ③ 2, 4, 8 ④ 2, 5, 8 ⑤ 3, 4, 5

해설

50을 소인수분해하면 $50 = 2 \times 5^2$ 이므로 $a = 1, b = 2$ 이다.
또한 50의 약수의 개수는 $(1+1) \times (2+1) = 6$ (개) 이므로 $c = 6$ 이다.

따라서 $a = 1, b = 2, c = 6$ 이다.

4. 세 자리수인 자연수 전체에 대해, 4의 배수이지만 5의 배수가 아닌 수의 개수와 3의 배수이지만 5, 6의 배수는 아닌 수의 개수의 합을 구하여라.

▶ 답:

▶ 정답: 300

해설

4의 배수이지만 5의 배수가 아닌 수의 개수는 $225 - 45 = 180$

3의 배수이지만 5, 6의 배수는 아닌 수의 개수는 $300 - 60 - 150 + 30 = 120$

$\therefore 180 + 120 = 300$

5. 68 을 어떤 두 자리 자연수 n 으로 나누면 5 가 남고, 109 를 n 으로 나누면 4 가 남는다. 자연수 n 은 1 보다 큰 자연수 p 로 나누어 떨어진다. p 를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : 7

▷ 정답 : 21

해설

68 을 어떤 자연수 n 으로 나누면 나머지가 5 $\rightarrow n$ 은 5 보다 크고, 63 의 약수이다.

109 를 n 으로 나누면 나머지가 4 $\rightarrow n$ 은 4 보다 크고, 105 의 약수이다.

위 두 조건을 만족하는 n 의 값은 $n = 21$,

자연수 n 은 1 보다 큰 자연수 p 로 나누어 떨어진다는 것은 p 가 1 을 제외한 n 의 약수이다.

$\therefore p = 3, 7, 21$

6. 자연수 x, y 에 대하여 x, y 의 최대공약수를 $x\Delta y$, 최소공배수를 $x\Delta\Delta y$ 로 나타내기로 할 때, $a\Delta b = 6$, $b\Delta c = 14$, $a\Delta\Delta b = 630$, $b\Delta\Delta c = 588$ 을 만족하는 세 자연수 a, b, c 에 대하여 $a\Delta b\Delta c$ 와 $a\Delta\Delta b\Delta\Delta c$ 를 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a\Delta b\Delta c = 2$

▷ 정답 : $a\Delta\Delta b\Delta\Delta c = 8820$

해설

$a\Delta b = 6 \rightarrow a, b$ 는 인수 2, 3 을 가진다.

$b\Delta c = 14 \rightarrow b, c$ 는 인수 2, 7 을 가진다.

$\rightarrow b$ 는 인수 2, 3, 7 을 가진다.

$a\Delta\Delta b = 630 = 2 \times 3^2 \times 5 \times 7$, $b\Delta\Delta c = 588 = 2^2 \times 3 \times 7^2$

$\rightarrow a$ 는 인수 5 를 가지고, b 는 인수 5 를 가지지 않고, c 는 인수 $2^2, 7^2$ 을 가지고 인수 3 을 가지지 않는다.

$\rightarrow c = 2^2 \times 7^2$, $b = 2 \times 3 \times 7$, $a = 2 \times 3^2 \times 5$

$\therefore a\Delta b\Delta c = 2, a\Delta\Delta b\Delta\Delta c = 8820$