

1. 다음 분수 $\frac{7}{13}$ 을 소수 나타낼 때, 100 번째 자리의 수는?

① 1

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$\frac{7}{13} = 0.538461538461 \dots = 0.\dot{5}3846\dot{1}$ 이므로 순환마디의 숫자

6개

$100 = 6 \times 16 + 4$ 이므로 소수점 아래 100 번째 자리의 숫자는 4
이다.

2. $(2xy^a)^3 \div (x^c y^2)^3 = \frac{b}{x^3 y^3}$ 가 성립할 때, $a + b - c$ 의 값은?

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$$(2xy^a)^3 \div (x^c y^2)^3 = \frac{(2^3 x^3 y^{3a})}{x^{3c} y^6} = \frac{b}{x^3 y^3} \text{ 이므로}$$

$$a = 1, b = 8, c = 2$$

$$\therefore a + b - c = 7$$

3. $(2x^2y^3)^2 \times \square \div 4x^2y^3 = (3y^2)^3$ 에서 \square 안에 알맞은 식은?

① $4xy$

② $2x^2y$

③ $3xy^2$

④ $\frac{y}{3x}$

⑤ $\frac{27y^3}{x^2}$

해설

$$(2x^2y^3)^2 \times \square \div 4x^2y^3 = (3y^2)^3$$

$$\square = (3y^2)^3 \div (2x^2y^3)^2 \times 4x^2y^3$$

$$= 27y^6 \times \frac{1}{4x^4y^6} \times 4x^2y^3$$

$$= \frac{27y^3}{x^2}$$

4. $-\frac{3}{4}x(x-2)$ 를 간단히 한 식에서 x^2 의 계수를 a , x 의 계수를 b 라고 할 때, $a+b$ 의 값은?

① $-\frac{3}{4}$

② $-\frac{1}{4}$

③ $\frac{1}{4}$

④ $\frac{3}{4}$

⑤ 1

해설

$$\left(-\frac{3}{4}x\right) \times x + \left(-\frac{3}{4}x\right) \times (-2) = -\frac{3}{4}x^2 + \frac{3}{2}x$$

$$\therefore a + b = \left(-\frac{3}{4}\right) + \frac{3}{2} = \frac{3}{4}$$

5. $(3a - 2b)(2a + b)$ 의 전개식에서, ab 의 계수는?

① -3

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 3

해설

$(3a - 2b)(2a + b)$ 의 전개식에서,
 ab 항이 나오는 경우를 구해 보면

$$3a \times b - 2b \times 2a = 3ab - 4ab = -ab$$

$\therefore xy$ 의 계수 : -1

6. $x = 1, y = -2$ 일 때, 다음 식의 값을 구하여라.

$$\frac{x-y}{xy} - \frac{x+y}{xy} + \frac{3}{x}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\begin{aligned}\frac{x-y}{xy} - \frac{x+y}{xy} + \frac{3}{x} &= \frac{x-y-x-y}{xy} + \frac{3}{x} \\ &= \frac{-2y}{xy} + \frac{3}{x} \\ &= -\frac{2}{x} + \frac{3}{x} \\ &= \frac{1}{x}\end{aligned}$$

x, y 를 대입하면, $\frac{1}{1} = 1$

7. 다음은 $\frac{21}{120}$ 의 분모를 10의 거듭제곱 꼴로 고쳐서 소수로 나타내는 과정이다. A, B에 들어가는 수의 합을 구하여라.

$$\frac{21}{120} = \frac{7}{40} = \frac{7}{2^3 \times 5} = \frac{7 \times A}{2^3 \times 5 \times B} = \frac{175}{1000} = 0.175$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 50

해설

$$\frac{21}{120} = \frac{7}{40} = \frac{7}{2^3 \times 5} = \frac{7 \times 5^2}{2^3 \times 5 \times 5^2} = \frac{175}{1000} = 0.175 \text{에서}$$

A, B에 들어가는 숫자는 각각 5^2 이다.

$$\therefore A + B = 50$$

8. 분수 $\frac{22}{111}$ 의 순환마디를 x , $\frac{7}{3}$ 의 순환마디를 y 라 할 때, $x+y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 201

해설

$$\frac{22}{111} = 0.\dot{1}9\dot{8}$$

$$x = 198$$

$$\frac{7}{3} = 2.\dot{3}$$

$$y = 3$$

$$\therefore x + y = 201$$

9. 분수 $\frac{x}{900}$ 를 소수로 나타내면 $0.52444\dots$ 일 때, 자연수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 472

해설

$$0.52444\dots = 0.52\dot{4} = \frac{472}{900}$$

$$\frac{472}{900} = \frac{x}{900}$$

$$\therefore x = 472$$

10. 다음은 순환소수 $3.02\bar{5}$ 를 분수로 나타내는 과정이다. 안에 알맞은 수를 차례대로 써넣어라.

순환소수 $3.02\bar{5}$ 를 x 로 놓으면

$$x = 3.02555\cdots$$

$$\begin{array}{r} \quad \quad \quad \square x = 3025.555\cdots \\ -) \quad \square x = 302.555\cdots \\ \hline \quad \quad \square x = 2723 \end{array}$$

따라서 $x = \square$ 이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1000

▷ 정답 : 100

▷ 정답 : 900

▷ 정답 : $\frac{2723}{900}$

해설

$$\begin{array}{r} 1000x = 3025.555\cdots \\ -) 100x = 302.555\cdots \\ \hline 900x = 2723 \end{array}$$

따라서 $x = \frac{2723}{900}$ 이다

11. $\left(\frac{4x^a}{y}\right)^b = \frac{64x^{15}}{y^{3c}}$ 일 때, $a + b + c$ 의 값은?

① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

$$\left(\frac{4x^a}{y}\right)^b = \frac{4^b x^{ab}}{y^b} = \frac{4^3 x^{15}}{y^{3c}} \text{ 이므로}$$

$b = 3$, $ab = 15$ 이므로 $a = 5$ 이다.

$b = 3c$ 이므로 $c = 1$ 이다.

$$\therefore a + b + c = 5 + 3 + 1 = 9$$

12. $2^{x+2} + 2^x = 160$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

$$2^{x+2} + 2^x = 5 \times 2^x = 160$$

$$2^x = 32 = 2^5$$

$$\therefore x = 5$$

13. $2^{10} \times 3 \times 5^8$ 은 몇 자리의 수인가?

① 8

② 9

③ 10

④ 11

⑤ 12

해설

$$2^{2+8} \times 3 \times 5^8 = 2^2 \times 3 \times (2 \times 5)^8 = 12 \times 10^8$$

따라서 10자리의 수이다.

14. $A = \frac{2x-y}{2}$, $B = \frac{x+3y+2}{3}$ 일 때, $A - \{2A - 3B - 3(A - 2B)\}$ 를 x , y 에 관한 식으로 나타내면?

① $x + 2y + 1$

② $x + 2y - 1$

③ $x + 4y - 2$

④ $x - 4y - 2$

⑤ $x - 8y + 2$

해설

$$(\text{준식}) = A - (2A - 3B - 3A + 6B)$$

$$A - (-A + 3B) = 2A - 3B$$

A , B 의 값을 대입하면

$$(\text{준식}) = 2x - y - (x + 3y + 2) = x - 4y - 2$$

15. 1 보다 작은 분수 $\frac{6}{a}$ 을 소수로 나타내면 소수 첫째 자리의 수가 3 인 유한소수가 될 때, 자연수 a 의 값을 모두 구하여라.(단, $a > 6$)

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 16

▷ 정답: 20

해설

소수 첫째 자리 수가 3이므로 0.3이상 0.4미만의 분수이다.

$$\frac{6}{a} = 0.3 \times \dots \text{ 이고,}$$

$$0.3 = \frac{3}{10} = \frac{6}{20}$$

$$0.4 = \frac{2}{5} = \frac{6}{15} \text{ 이다.}$$

a 는 유한 소수이므로 a 가 될 수 있는 수는 16, 20이다.

16. $\frac{1}{2} < 0.\dot{A} < \frac{2}{3}$ 인 자연수 A 를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

$$\frac{1}{2} < \frac{1}{9}A < \frac{2}{3}, \frac{9}{2} < A < 6$$

$$\therefore A = 5$$

17. 두 다항식 A, B 에 대하여 $A * B = A - 2B$ 라 정의 하자. $A = x^2 - 4x + 2$, $B = x^2 + 3x - 5$ 에 대하여 $(A * B) * B$ 를 간단히 하면?

① $-3x^2 - 16x - 22$

② $-3x^2 - 16x + 22$

③ $2x^2 - 14x + 21$

④ $2x^2 - 15x + 22$

⑤ $3x^2 + 14x + 22$

해설

$$(A * B) * B = (A - 2B) - 2B = A - 4B \text{ 이므로}$$

$$(x^2 - 4x + 2) - 4(x^2 + 3x - 5)$$

$$= x^2 - 4x + 2 - 4x^2 - 12x + 20$$

$$= -3x^2 - 16x + 22$$

18. $x + \frac{1}{y} = 1$, $y + \frac{1}{2z} = 1$ 일 때, $z + \frac{1}{2x}$ 의 값은?

① 1

② -1

③ 0

④ $-\frac{1}{2}$

⑤ $\frac{1}{2}$

해설

$x + \frac{1}{y} = 1$, $y + \frac{1}{2z} = 1$ 을 x 와 z 를 y 에 관하여 풀면, $x = \frac{y-1}{y}$,

$$z = \frac{1}{2(1-y)}$$

$z + \frac{1}{2x}$ 에 대입하면

$$z + \frac{1}{2x} = \frac{1}{2(1-y)} + \frac{y}{2(y-1)}$$

$$= \frac{1}{2(1-y)} - \frac{y}{2(1-y)}$$

$$= \frac{1-y}{2(1-y)} = \frac{1}{2}$$

19. 한 자리 자연수 x, y 에 대하여 $f(x, y) = 3(0.\dot{x}+0.\dot{y}) - 2(0.\dot{x}y + 0.\dot{y}yx)$ 라고 정의할 때, $f(1, 3) \leq f(x, y) \leq f(4, 2)$ 를 만족하는 순서쌍 (x, y) 의 갯수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 12 개

해설

$$f(x, y) = 3\left(\frac{x}{9} + \frac{y}{9}\right) - 2\left(\frac{100x + 10x + y}{999} + \frac{100y + 10y + x}{999}\right)$$

$$= \frac{1}{3}(x + y) - \frac{2}{9}(x + y)$$

$$= \frac{1}{9}(x + y) \quad f(1, 3) = \frac{1}{9}(1 + 3) = \frac{4}{9},$$

$$f(4, 2) = \frac{1}{9}(4 + 2) = \frac{2}{3}$$

$f(1, 3) \leq f(x, y) \leq f(4, 2)$ 이므로

$$\frac{4}{9} \leq \frac{1}{9}(x + y) \leq \frac{2}{3}, \quad \therefore 4 \leq x + y \leq 6$$

x, y 가 자연수이므로

$$x = 1 \text{ 일 때, } y = 3, 4, 5$$

$$x = 2 \text{ 일 때, } y = 2, 3, 4$$

$$x = 3 \text{ 일 때, } y = 1, 2, 3$$

$$x = 4 \text{ 일 때, } y = 1, 2$$

$$x = 5 \text{ 일 때, } y = 1$$

따라서 순서쌍 (x, y) 의 갯수는 $3 \times 3 + 2 + 1 = 12$ (개)이다.

20. 자연수 n 에 대하여 $n! = 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times n$ 으로 정의한다. 이 때, $n \times 9! \times 6! \times 3!$ 가 어떤 자연수의 제곱이 되기 위한 가장 작은 자연수 n 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 21

해설

$$n \times 9! \times 6! \times 3!$$

$$= n \times (9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1) \\ \times (6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1) \times (3 \times 2 \times 1)$$

$$= n \times 3^2 \times 2^3 \times 7 \times (2 \times 3) \times 5 \times 2^2 \times 3 \times 2 \times 1 \\ \times (2 \times 3) \times 5 \times 2^2 \times 3 \times 2 \times 1 \times 3 \times 2 \times 1$$

$$= n \times 2^{12} \times 3^7 \times 5^2 \times 7$$

따라서 주어진 식이 어떤 자연수의 제곱이 되기 위해서는 소인수들의 지수가 짝수가 되어야 하므로 가장 작은 자연수 n 은 $3 \times 7 = 21$ 이다.

$$\therefore n = 21$$