

1. 48에 어떤 수 x 를 곱하여 자연수의 제곱이 되도록 하려 한다. 이러한 x 중 두 번째로 작은 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$48 = 2^4 \times 3$ 이므로

가장 작은 $x = 3$

두 번째로 작은 수는 $2^2 \times 3 = 12$

2. $3^a \times 5^b$ 이 45 를 약수로 가질 때, 두 자연수 a, b 의 최솟값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$3^a \times 5^b$ 이 $45 = 3^2 \times 5$ 을 약수로 가지므로, a 는 2 이상의 자연수, b 는 1 이상의 자연수가 되어야 한다.
그 중 최솟값은 $a = 2, b = 1$ 일 때이므로 $a + b = 3$ 이다.

3. 세 수 $2^3 \times 3 \times 5$, 24, 60 의 최대공약수와 최소공배수를 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

▷ 정답 : 120

해설

$$\begin{array}{r} 2^3 \times 3 \times 5 \\ 24=2^3 \times 3 \times 5 \\ 60=2^2 \times 3 \times 5 \\ \hline \text{최대공약수 : } 2^2 \times 3 = 12 \\ \text{최소공배수 : } 2^3 \times 3 \times 5 = 120 \end{array}$$

4. 다음 중 계산 결과가 가장 작은 것은?

① $(+9) \div \left(+\frac{6}{5}\right)$

② $\left(-\frac{3}{7}\right) \div \left(-\frac{9}{14}\right)$

③ $\left(+\frac{2}{3}\right) \div \left(-\frac{2}{27}\right)$

④ $\left(-\frac{4}{15}\right) \div (+1.2)$

⑤ $(-0.2) \div (-1.4)$

해설

① $(+9) \div \left(+\frac{6}{5}\right) = (+9) \times \left(+\frac{5}{6}\right) = \frac{15}{2}$

② $\left(-\frac{3}{7}\right) \div \left(-\frac{9}{14}\right) = \left(-\frac{3}{7}\right) \times \left(-\frac{14}{9}\right) = \frac{2}{3}$

③ $\left(+\frac{2}{3}\right) \div \left(-\frac{2}{27}\right) = \left(+\frac{2}{3}\right) \times \left(-\frac{27}{2}\right) = -9$

④ $\left(-\frac{4}{15}\right) \div (+1.2) = \left(-\frac{4}{15}\right) \div \left(+\frac{6}{5}\right) = \left(-\frac{4}{15}\right) \times \left(+\frac{5}{6}\right) = -\frac{2}{9}$

⑤ $(-0.2) \div (-1.4) = \left(-\frac{1}{5}\right) \div \left(-\frac{7}{5}\right) = \left(-\frac{1}{5}\right) \times \left(-\frac{5}{7}\right) = +\frac{1}{7}$

5. 농도가 $a\%$ 인 소금물 400g 과 농도가 $b\%$ 인 소금물 cg 을 섞었을 때, 이 소금물 속에 들어 있는 소금의 양을 문자를 사용한 식으로 나타내면?
- ① $4abcg$

② $(4a + \frac{bc}{100})g$

③ $(4a + bc)g$

④ $(400a + 100bc)g$

⑤ $(400a + bc)g$

해설

$a\%$

소금물

400g

+

$b\%$

소금물

cg

i) 농도가 $a\%$ 인 소금물 400g 의 소금의 양

(소금의 양) = $\frac{a \times 400}{100} = 4a(g)$

ii) 농도가 $b\%$ 인 소금물 cg 의 소금의 양

(소금의 양) = $\frac{b \times c}{100} = \frac{bc}{100}(g)$

따라서 i), ii)를 더하면 (소금의 양) = $4a + \frac{bc}{100}(g)$ 이다.

6. $a = \frac{1}{6}, b = -\frac{1}{4}, c = -\frac{1}{5}$ 일 때, $-\frac{4}{a} + \frac{3}{2b} - \frac{10}{c}$ 의 값을 구하면?

① 4

② 6

③ 8

④ 10

⑤ 20

해설

$$\frac{1}{a} = 6, \frac{1}{b} = -4, \frac{1}{c} = -5$$

$$\begin{aligned} -\frac{4}{a} + \frac{3}{2b} - \frac{10}{c} &= -4 \times 6 + \frac{3}{2} \times (-4) - 10 \times (-5) \\ &= -24 - 6 + 50 \\ &= 20 \end{aligned}$$

7. 어떤 식 A 에 $2x-3$ 을 더했더니 $-5x+2$ 가 되었고, 식 $7x-7$ 에서 어떤 식 B 를 빼었더니 $10x-4$ 가 되었다. 이 때, $A+B$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $A+B = -10x+2$

해설

$$A + (2x - 3) = -5x + 2$$

$$A = -5x + 2 - (2x - 3) = -7x + 5$$

$$7x - 7 - B = 10x - 4$$

$$B = 7x - 7 - (10x - 4) = -3x - 3$$

$$\therefore A + B = (-7x + 5) + (-3x - 3) = -10x + 2$$

8. 약수의 개수가 36 개이고, $2^x \times 3^y \times 5^z \times 7$ 으로 소인수분해되는 자연수는 모두 몇 개인가? (단, x, y, z 는 자연수)

① 3 개 ② 6 개 ③ 9 개 ④ 12 개 ⑤ 15 개

해설

$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$ 이므로

$(x, y, z) = (1, 2, 2), (2, 1, 2), (2, 2, 1)$ 으로 3 개이다.

9. 다음 네 수 $2^a \times 3^5 \times 7 \times 175$, $2^5 \times 3^b \times 5^3 \times 7^2$, $2^6 \times 3^3 \times 5^c \times 7^3$, $144 \times 75 \times 7^d$ 의 최대공약수가 $2^2 \times 7 \times 90$ 일 때, $(a+b+c) \times d$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

최대공약수가 $2^2 \times 7 \times 90 = 2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$ 이고
주어진 각 수를 정리한 값이
 $2^a \times 3^5 \times 7 \times 175 = 2^a \times 3^5 \times 5^2 \times 7^2$
 $2^5 \times 3^b \times 5^3 \times 7^2$
 $2^6 \times 3^3 \times 5^c \times 7^3$
 $144 \times 75 \times 7^d = 2^4 \times 3^3 \times 5^2 \times 7^d$ 이다.
주어진 네 수의 2의 지수를 비교하면
모두 3보다 크므로 a 는 3이어야 한다.
주어진 네 수의 3의 지수를 비교하면
모두 2보다 크므로 b 는 2이어야 한다.
주어진 네 수의 5의 지수를 비교하면
모두 1보다 크므로 c 는 1이어야 한다.
주어진 네 수의 7의 지수를 비교하면
모두 1보다 크므로 d 는 1이어야 한다.
따라서 $a=3$, $b=2$, $c=1$, $d=1$ 이므로
 $(a+b+c) \times d = (3+2+1) \times 1 = 6$ 이다.

10. 어떤 공장의 한 기계에 세 톱니바퀴 A, B, C 가 서로 맞물려 있다. 톱니바퀴 A, B, C 의 톱니 수는 각각 24, 18, 36 개이다. 이때, 세 톱니바퀴가 회전하여 다시 원위치에 오는 세 톱니바퀴의 회전수를 각각 a, b, c 라 할 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

24 와 18, 36 의 최소공배수에 처음으로 다시 맞물린다.

$$24 = 2^3 \times 3, 18 = 2 \times 3^2, 36 = 2^2 \times 3^2$$

최소공배수는 $2^3 \times 3^2 = 72$

톱니바퀴 A 는 $72 \div 24 = 3(\text{바퀴}) = a$

톱니바퀴 B 는 $72 \div 18 = 4(\text{바퀴}) = b$

톱니바퀴 C 는 $72 \div 36 = 2(\text{바퀴}) = c$ 이다.

$$\therefore a + b + c = 3 + 4 + 2 = 9$$

11. 20 과 28 의 어느 것으로 나누어도 6 이 남는 자연수 중 가장 큰 세 자리 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 986

해설

20 과 28 의 어느 것으로 나누어도 나머지가 6 인 수를 k 라고 하면, $(k - 6)$ 은 20 과 28 의 공배수가 됩니다.

따라서 20 과 28 의 공배수 중에서 세 자리의 자연수를 구하고, 거기에 6 을 더하면 됩니다.

20 과 28 의 최소공배수는 140 이므로, 세 자리 수 중 가장 큰 140 의 배수는 $140 \times 7 = 980$ 입니다.

따라서 구하는 수는 $980 + 6 = 986$ 입니다.

12. 1부터 100까지의 자연수 중에서 3, 4중 어떤 수로도 나누어떨어지지 않는 수의 개수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 50 개

해설

1부터 100까지의 자연수 중 3의 배수의 개수는 33개
1부터 100까지의 자연수 중 4의 배수의 개수는 25개
1부터 100까지의 자연수 중 3의 배수이면서 4의 배수인 것의 개수는 8개
1부터 100까지의 자연수 중 3의 배수이거나 4의 배수인 것의 개수는
 $33 + 25 - 8 = 50$ 개
따라서 1부터 100까지의 자연수 중에서 3, 4중 어떤 수로도 나누어떨어지지 않는 수의 개수는
 $100 - 50 = 50$ 개

13. 절댓값이 같고 부호가 다른 두 수가 있을 때, 두 수 중 수직선의 왼쪽에 있는 수에서 오른쪽에 있는 수를 뺀 값이 -7 이다. 두 수 사이의 정수들의 합을 a , 두 수 사이의 정수들의 개수를 b 라고 하면 $a+b$ 의 값은?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

두 수가 7 만큼 떨어져 있으므로 원점으로부터 3.5 만큼씩 떨어져 있다.

따라서 두 수는 -3.5 와 3.5 이고,

두 수 사이의 정수는 $-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$ 이다.

$a = (-3) + (-2) + (-1) + 0 + 1 + 2 + 3 = 0$, $b = 7(\text{개})$ 이므로 $a+b = 7$ 이다.

14. 서로 다른 세 정수 a, b, c 가 다음을 만족한다. 큰 순서대로 나열하여라.

b 는 a 보다 크지 않다.
 c 의 절댓값이 a 의 절댓값보다 크다.
 c 는 2보다 작지만 음수는 아니다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : c

▷ 정답 : a

▷ 정답 : b

해설

b 는 a 보다 크지 않다. $\Rightarrow b \leq a$
 c 의 절댓값이 a 의 절댓값보다 크다. $\Rightarrow |c| > |a|$
 c 는 2보다 작지만 음수는 아니다. $\Rightarrow 0 \leq c < 2 \Rightarrow c$ 는 0 또는 1이다.
 c 의 절댓값은 0 또는 1이므로 두 번째 식을 만족하려면 $c = 1$,
 $a = 0$ 이어야 한다.
 $\therefore b < a < c$ (문제에서 세 정수는 서로 다르다고 하였다.)

15. $\left(-\frac{1}{2}\right) \times \left(-\frac{2}{3}\right) \times \left(-\frac{3}{4}\right) \times \cdots \times \left(-\frac{49}{50}\right)$ 의 값은?

- ① $\frac{49}{2}$ ② $-\frac{1}{49}$ ③ $\frac{1}{49}$ ④ $-\frac{1}{50}$ ⑤ $\frac{1}{50}$

해설

$\left(-\frac{1}{2}\right) \times \left(-\frac{2}{3}\right) \times \left(-\frac{3}{4}\right) \times \cdots \times \left(-\frac{49}{50}\right)$ 에서

각 수의 분모와 바로 뒤에 곱해진 수의 분자가 같으므로 서로 약분된다. 이러한 방식으로 계속 약분하면 맨 앞의 수의 분자와 맨 뒤의 수의 분모만 남게 되므로 $\frac{1}{50}$ 만 남는다. 또한 음수가 49 번 곱해졌으므로 곱해진 결과는 음수이다.

따라서 계산한 결과는 $-\frac{1}{50}$ 이다.

16. 4개의 유리수 $-4, +\frac{1}{3}, -\frac{3}{2}, -2$ 중 서로 다른 세 수를 뽑아 곱한 수 중 가장 큰 수를 A , 가장 작은 수를 B 라 할 때, A, B 를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $A = \frac{8}{3}$

▷ 정답 : $B = -12$

해설

$$A = (-4) \times (-2) \times \left(+\frac{1}{3}\right) = \frac{8}{3}$$

$$B = (-4) \times (-2) \times \left(-\frac{3}{2}\right) = -12$$

$$\therefore A = \frac{8}{3}, B = -12$$

17. $A = (-15) + 6^2 \div (-3)$, $B = 4 \times (-6) \div (-2^3)$ 일 때, $A \div B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -9

해설

$$\begin{aligned} A &= (-15) + 6^2 \div (-3) \\ &= (-15) + 36 \div (-3) \\ &= (-15) + (-12) = -27 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= 4 \times (-6) \div (-2^3) \\ &= 4 \times (-6) \div (-8) \\ &= (-24) \div (-8) = 3 \end{aligned}$$

$$\therefore A \div B = (-27) \div 3 = -9$$

18. $a \times b < 0$, $a - b > 0$ 인 두 정수 a , b 가 있다. a 의 절댓값은 b 의 절댓값의 2배이고, 두 수의 합이 3일 때, a 의 값은?

① -4 ② -2 ③ 2 ④ 4 ⑤ 6

해설

$ab < 0$, $a - b > 0$ 에서 $a > 0$, $b < 0$

$|a| = 2 \times |b|$ 에서 $a = -2b$

$a + b = 3$ 에서 $-2b + b = 3 \quad \therefore b = -3$

$\therefore a = -2b = (-2) \times (-3) = 6$

19. 다음 보기 중 옳지 않은 것은?

보기

- ㉠ $ax \times b \div c$ 는 항이 2 개이다.
- ㉡ $-5x + 4a$ 의 일차항의 계수는 -5 이고, 상수항은 $4a$ 이다.
- ㉢ $5x^2 - 4x + 3 - 5(x^2 - 1)$ 은 일차식이다.
- ㉤ $2ab + 2a + 2b + 2$ 의 차수는 2 이다.

- ① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉤ ③ ㉡, ㉢ ④ ㉡, ㉤ ⑤ ㉢, ㉤

해설

- ㉠ $\frac{abx}{c}$ 는 항이 1 개이다.
- ㉡ $4a$ 는 상수항이 아니다.

20. x 의 계수가 3인 일차식이 있다. $x = 1$ 일 때의 식의 값을 a , $x = 3$ 일 때의 식의 값을 b 라고 할 때, $a - b$ 의 값은?

① -6 ② -3 ③ 2 ④ 4 ⑤ 5

해설

일차식을 $3x + k$ 라 하면

$x = 1$ 일 때 식의 값: $a = 3 \times 1 + k = 3 + k$

$x = 3$ 일 때 식의 값: $b = 3 \times 3 + k = 9 + k$

$\therefore a - b = 3 + k - (9 + k) = 3 + k - 9 - k = -6$

21. 다음의 식을 만족하는 두 식 x, y 에 대하여 $x + y = 3$ 이고, a, b 가 자연수일 때, $a - b$ 의 값을 구하면? (단, $a > b$)

$$\begin{aligned} x &= (a + b) - 3(2a - 3b) \\ y &= -\frac{(4a + 4b)}{2} + \frac{1}{2}(2a - 4b) \end{aligned}$$

- ① $-\frac{1}{2}$
- ② 0
- ③ $\frac{1}{2}$
- ④ 1
- ⑤ $\frac{3}{2}$

해설

$$\begin{aligned} (a + b) - 3(2a - 3b) - \frac{(4a + 4b)}{2} + \frac{1}{2}(2a - 4b) &= 3 \\ a + b - 6a + 9b - 2a - 2b + a - 2b &= 3 \\ -6a + 6b &= 3 \\ \therefore a - b &= -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

22. 다음 방정식 중 해가 $x = -2$ 가 아닌 것은?

① $3(x + 2) = 0$

② $\frac{4-x}{3} = x + 4$

③ $x(x + 1) = 8 + 3x$

④ $x^3 + 10 = 2$

⑤ $x^2 - 4 = x - 2$

해설

⑤ $x^2 - 4 = x - 2$ 에서 $x = -2$ 일 때

좌변 $= (-2)^2 - 4 = 4 - 4 = 0$

우변 $= -2 - 2 = -4$

좌변과 우변이 같지 않으므로 $x = -2$ 는 해가 아니다.

23. 농부 세 사람이 길을 가다가 날이 저물어 어느 농가에 묵게 되었다. 농부들은 농가의 주인에게 감자를 삶아달라고 부탁하고 잠이 들었다. 주인은 감자를 삶아놓고 농부들을 깨웠으나 일어나지 않자 감자바구니를 놓고 돌아갔다. 한참 후에 한 농부가 잠이 깨어 바구니에 있는 감자 수의 $\frac{1}{3}$ 을 먹고 다시 잠이 들었다. 곧이어 다른 한 농부가 잠이 깨어 남아있는 감자의 $\frac{1}{3}$ 을 먹고 다시 잠이 들었다. 마지막으로 눈을 뜬 농부가 바구니를 보니 감자가 8개 남아있었다. 주인은 바구니에 감자를 몇 개 담아 놓았을까?

- ① 12 개 ② 15 개 ③ 18 개 ④ 21 개 ⑤ 24 개

해설

주인이 바구니에 담아놓은 감자 수를 x 개라 하자.
한 농부가 $\frac{1}{3}x$ 개 만큼 먹었고, 또 다른 농부는 $\frac{2}{3}x \times \frac{1}{3} = \frac{2}{9}x$ 개 만큼 먹었다.
마지막으로 눈을 뜬 농부는 8개가 있었으므로
$$x = \frac{1}{3}x + \frac{2}{9}x + 8$$
$$9x = 3x + 2x + 72$$
$$4x = 72$$
$$\therefore x = 18$$
따라서 주인이 바구니에 담아놓은 감자 수는 18개이다.

24. 두 개의 정육면체 A, B가 있다. A와 B의 넓이의 합이 174 cm^2 이고, 모서리의 합이 84 cm 일 때, A와 B의 부피의 합은?

① 125 cm^3

② 133 cm^3

③ 198 cm^3

④ 217 cm^3

⑤ 258 cm^3

해설

A, B의 한 변의 길이를 $a\text{ cm}$, $b\text{ cm}$ 라고 하면

$$12a + 12b = 84$$

$$a + b = 7$$

A와 B의 넓이의 합이 174 cm^2 이므로

$$a = 2, b = 5 \text{ 이다.}$$

따라서 A와 B의 부피의 합은

$$2 \times 2 \times 2 + 5 \times 5 \times 5 = 8 + 125 = 133(\text{cm}^3)$$

25. 소금물 800g 이 있다. 물 250g 을 증발시킨 후 다시 소금 50g 을 더 넣었더니 농도가 처음 농도의 3배가 되었다. 처음 소금물의 농도는?

① 5 % ② 7 % ③ 9 % ④ 11 % ⑤ 13 %

해설

처음 소금물의 농도를 $x\%$ 라 하면 나중 소금물의 농도는 $3x\%$ 이다.

처음 소금물에 들어있던 소금의 양은 $8x(g)$ 이고, 나중에 들어있는 것은 $(8x + 50)g$ 이 된다.

$$\frac{8x + 50}{800 - 250 + 50} \times 100 = 3x$$

$$8x + 50 = 18x$$

$$x = 5$$

따라서 처음 소금물의 농도는 5 % 이다.