

1. 다음 분수 중 분모를 10의 거듭제곱의 꼴로 나타낼 수 있는 것은?

① $\frac{2}{3}$

② $\frac{3}{14}$

③ $\frac{8}{15}$

④ $\frac{9}{22}$

⑤ $\frac{7}{125}$

해설

10의 거듭제곱의 꼴로 나타내기 위해서는 기약 분수의 분모의 소인수가 2 또는 5만 있어야 한다.

$$\textcircled{5} \quad \frac{7}{125} = \frac{7}{5^3} = \frac{7 \times 2^3}{5^3 \times 2^3} = \frac{56}{10^3}$$

2. 다음 분수 중에서 유한소수로 나타낼 수 없는 것을 모두 골라라.

① $\frac{24}{15}$
④ $\frac{25}{48}$

② $\frac{12}{60}$
⑤ $-\frac{24}{15}$

③ $\frac{14}{5 \times 7^2}$

해설

분수를 기약분수로 나타내고 그 분모를 소인수 분해하였을 때 분모의 소인수가 2 나 5 뿐이면 그 분수는 유한소수로 나타낼 수 있다.

① $\frac{24}{15} = \frac{24}{3 \times 5} = \frac{8}{5}$

② $\frac{12}{60} = \frac{2^2 \times 3}{2^2 \times 3 \times 5} = \frac{1}{5}$

⑤ $-\frac{24}{15} = -\frac{2^3 \times 3}{3 \times 5} = -\frac{2^3}{5}$

이므로 유한소수이다.

③ $\frac{14}{5 \times 7^2} = \frac{2}{5 \times 7}$

④ $\frac{25}{48} = \frac{5^2}{2^4 \times 3}$

이므로 유한소수로 나타낼 수 없다.

3. 다음 분수 중에서 유한소수로 나타낼 수 없는 것을 모두 구하여라.

$$\textcircled{㉠} \frac{11}{120}$$

$$\textcircled{㉡} \frac{5}{2 \times 5^2}$$

$$\textcircled{㉢} \frac{21}{2 \times 3 \times 7^2}$$

$$\textcircled{㉤} \frac{3}{8}$$

$$\textcircled{㉥} -\frac{7}{2 \times 5 \times 7}$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : $\textcircled{㉠}$

▶ 정답 : $\textcircled{㉢}$

해설

분수를 기약분수로 나타내고 그 분모를 소인수 분해하였을 때 분모의 소인수가 2 나 5 뿐이면 그 분수는 유한소수로 나타낼 수 있다.

$$\textcircled{㉠} \frac{11}{120} = \frac{11}{2^3 \times 3 \times 5}, \textcircled{㉢} \frac{21}{2 \times 3 \times 7^2} = \frac{1}{2 \times 7}$$

이므로 유한소수가 아니다.

4. 다음 분수 중에서 유한소수로 나타낼 수 없는 것은?

㉠ $\frac{5}{25}$

㉡ $\frac{6}{2^3 \times 3^2 \times 5}$

㉢ $\frac{9}{2 \times 3^2 \times 5^2}$

㉣ $\frac{75}{2^2 \times 5^2}$

㉤ $\frac{143}{2 \times 5^2 \times 11}$

① ㉠

② ㉡

③ ㉢

④ ㉣

⑤ ㉤

해설

㉡ $\frac{6}{2^3 \times 3^2 \times 5} = \frac{1}{2^2 \times 3 \times 5}$ 이므로 무한소수로 나타내어 진다.

5. $\frac{51}{90}$ 에 어떤 자연수 A 를 곱하면 유한소수가 된다고 할 때, A 의 값이 될 수 없는것을 모두 고르면?(정답 2개)

① 6

② 5

③ 9

④ 15

⑤ 17

해설

$$\frac{51}{90} = \frac{17}{30} = \frac{17}{2 \times 3 \times 5}$$

$\frac{17}{2 \times 3 \times 5} \times A$ 가 유한소수가 되려면 3이 약분되어야 하므로 A 는 3의 배수이어야 한다.

5와 17은 3의 배수가 아니므로 유한소수가 될 수 없다.

6. 두 유리수 $\frac{5}{84}$, $\frac{49}{45}$ 에 가장 작은 자연수 a 를 곱하여 두 수 모두 유한 소수가 되게 하려고 할 때, a 의 값은?

① 9

② 21

③ 63

④ 108

⑤ 189

해설

$$\frac{5}{84} = \frac{5}{2^2 \times 3 \times 7}, \frac{49}{45} = \frac{7^2}{3^2 \times 5} \text{ 이므로}$$

가장 작은 자연수 a 는 $3^2 \times 7$

7. $\frac{a}{48}$, $\frac{a}{112}$ 가 모두 유한소수로 나타내어지도록 하는 가장 작은 자연수 a 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

$$\frac{a}{48} = \frac{a}{2^4 \times 3}$$

$$\frac{a}{112} = \frac{a}{2^4 \times 7}$$

유한소수가 되려면 a 는 21 의 배수

8. 분수 $\frac{17}{66}$ 과 $\frac{14}{33}$ 를 소수로 나타냈을 때, 각각의 순환마디를 a, b 라 하면 $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$$\frac{17}{66} = 0.2\dot{5}\dot{7}, b = \frac{14}{33} = 0.4\dot{2}$$

$$a = 57, b = 42$$

$$\therefore a - b = 57 - 42 = 15$$

9. 다음 중 순환소수의 표현이 옳지 않은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $1.727272\cdots = 1.\dot{7}$

② $0.8444\cdots = 0.8\dot{4}$

③ $0.3030\cdots = 0.\dot{3}\dot{0}$

④ $2.123123\cdots = 2.\dot{1}\dot{2}\dot{3}$

⑤ $1.246246\cdots = 1.\dot{2}\dot{4}\dot{6}$

해설

① $1.\dot{7}\dot{2}$

② $0.8\dot{4}$

③ $0.\dot{3}\dot{0}$

④ $2.\dot{1}\dot{2}\dot{3}$

⑤ $1.\dot{2}\dot{4}\dot{6}$

10. 분수를 순환소수로 나타낸 것 중 옳은 것을 모두 구하여라.

$$\textcircled{\text{㉠}} \frac{2}{3} = 0.6\dot{6}$$

$$\textcircled{\text{㉡}} \frac{5}{6} = 0.838\dot{3}$$

$$\textcircled{\text{㉢}} \frac{5}{11} = 0.4\dot{5}$$

$$\textcircled{\text{㉣}} \frac{3}{11} = 0.2\dot{7}$$

$$\textcircled{\text{㉤}} \frac{11}{13} = 0.84615\dot{4}$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : $\textcircled{\text{㉢}}$

▶ 정답 : $\textcircled{\text{㉣}}$

해설

$$\textcircled{\text{㉠}} 0.\dot{6} \quad \textcircled{\text{㉡}} 0.8\dot{3} \quad \textcircled{\text{㉣}} 0.84615\dot{3}$$

11. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $1 = 0.\dot{9}$

② $1 = 0.\dot{9}\dot{0}$

③ $0.9 = 0.8\dot{9}$

④ $1.9 = 1.8\dot{9}$

⑤ $0.1 = 0.0\dot{9}$

해설

② $1 = 0.\dot{9}$

12. $\frac{19}{7}$ 를 계산한 값의 소수점 아래 500 번째 자리의 숫자를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\frac{19}{7} = 2.\dot{7}1428\dot{5}$$

$500 = 6 \times 83 + 2$ 이므로

소수점 아래의 500 번째 숫자는 순환마디의 2 번째 숫자 1 이다.

13. 분수 $\frac{3}{7000}$ 을 소수로 나타내어 소수점 아래 n 번째 수를 F_n 라 할 때,
 $F_1 + F_2 + \cdots + F_{45}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 189

해설

$\frac{3}{7000} = 0.000428571$ 이고 $45 = 6 \times 7 + 3$ 이므로 소수 45 번째 수까지는 소수 넷째 자리부터 순환마디가 7 번 반복된다.

$$\begin{aligned} \therefore F_1 + F_2 + \cdots + F_{45} \\ &= 0 + 0 + 0 + (4 + 2 + 8 + 5 + 7 + 1) \times 7 \\ &= 27 \times 7 = 189 \end{aligned}$$

14. $\frac{35}{111}$ 를 순환소수로 고쳤을 때의 순환마디와 소수점 아래 50 번째 자리의 숫자를 차례로 짝지은 것은?

① 35, 3

② 35, 5

③ 315, 3

④ 315, 1

⑤ 315, 5

해설

$$\frac{35}{111} = \frac{35 \times 9}{111 \times 9} = \frac{315}{999} = 0.\dot{3}1\dot{5} \text{ 이므로 순환마디는 } 315,$$

$50 \div 3 = 16 \cdots 2$ 이므로 50 번째 숫자는 1 이다.

15. $x = 0.\dot{5}8\dot{3}$ 일 때, $x \times (10^3 - 1)$ 은 몇 자리 정수인가?

① 한 자리 정수

② 두 자리 정수

③ 세 자리 정수

④ 네 자리 정수

⑤ 다섯 자리 정수

해설

$$x = 0.\dot{5}8\dot{3} = \frac{583}{999}$$

$$x \times (10^3 - 1) = \frac{583}{999} \times 999 = 583$$

16. 다음 순환소수 $x = 0.2363636 \dots$ 에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것을 고르면?

① x 는 유리수이다.

② 순환마디는 36 이다.

③ $1000x - 10x$ 는 정수이다.

④ $x = 0.23\dot{6}\dot{3}$ 이다.

⑤ 분수로 나타내면 $\frac{13}{55}$ 이다.

해설

① x 는 유리수이다.

② 순환마디는 36 이다.

③ $1000x - 10x$ 는 정수이다.

④ $x = 0.2\dot{3}\dot{6}$ 이다.

⑤ 분수로 나타내면 $\frac{13}{55}$ 이다.

17. 다음 순환소수를 분수로 나타낸 것 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

① $0.\dot{1} = \frac{1}{10}$

② $0.3\dot{1} = \frac{14}{45}$

③ $0.\dot{6}\dot{3} = \frac{7}{11}$

④ $0.\dot{7}2\dot{5} = \frac{725}{999}$

⑤ $0.3\dot{7}\dot{6} = \frac{373}{999}$

해설

① $0.\dot{1} = \frac{1}{9}$

⑤ $0.3\dot{7}\dot{6} = \frac{373}{990}$

18. 소수 $0.038888\cdots$ 을 기약분수로 나타내었을 때, 분모와 분자의 합은?

① 938

② 935

③ 187

④ 184

⑤ 1037

해설

$$0.038888\cdots = 0.03\dot{8} = \frac{38 - 3}{900} = \frac{7}{180} \text{ 이므로}$$

분모와 분자의 합은 187 이다.

19. 다음 수를 크기가 작은 것부터 차례대로 나열할 때 세 번째에 해당하는 것은?

① 0.3742

② $0.37\dot{4}2$

③ $0.\dot{3}742$

④ $0.3\dot{7}4\dot{2}$

⑤ $0.374\dot{2}$

해설

① 0.3742

② $0.37\dot{4}2 = 0.374242\cdots$

③ $0.\dot{3}742 = 0.37423742\cdots$

④ $0.3\dot{7}4\dot{2} = 0.3742742\cdots$

⑤ $0.374\dot{2} = 0.374222\cdots$

이므로 ① < ⑤ < ③ < ② < ④이다.

20. 다음 중 대소 관계가 옳은 것은?

① $0.\dot{1}\dot{3} > 0.1\dot{3}$

② $0.\dot{2}0\dot{2} < 0.\dot{2}\dot{0}$

③ $0.5 > 0.4\dot{9}$

④ $\frac{23}{99} < 0.\dot{2}\dot{3}$

⑤ $0.\dot{2}\dot{3} < \frac{23}{90}$

해설

① $0.1313\cdots < 0.1333\cdots$

② $0.202202\cdots > 0.2020\cdots$

③ $0.4\dot{9} = \frac{45}{90} = \frac{1}{2}$

④ $0.\dot{2}\dot{3} = \frac{23}{99}$

⑤ $\frac{23}{99} < \frac{23}{90}$

21. $\frac{1}{5} < 0.\dot{x} \leq \frac{1}{3}$ 을 만족하는 자연수 x 를 모두 더하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\frac{1}{5} < \frac{x}{9} \leq \frac{1}{3}$$

$$\frac{9}{45} < \frac{5x}{45} \leq \frac{15}{45}$$

$$9 < 5x \leq 15$$

$$\frac{9}{5} < x \leq 3$$

만족하는 x 의 값은 2, 3이므로 모두 더하면 5이다.

22. 부등식 $-2.\dot{3} \leq x < \frac{31}{15}$ 를 만족시키는 자연수들의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$-2.\dot{3} \leq x < \frac{31}{15} = 2.0\dot{6}, \quad x = 1, 2$$

23. $0.\dot{4}x - 0.0\dot{1}x = 0.0\dot{3}$ 을 계산하여 $x = \frac{1}{b}$ 로 나타낼 때, b 의 값은?

① 11

② 12

③ 13

④ 14

⑤ 15

해설

$$0.\dot{4}x - 0.0\dot{1}x = 0.0\dot{3}$$

$$\frac{4}{9}x - \frac{1}{90}x = \frac{3}{90}$$

$$\frac{40}{90}x - \frac{1}{90}x = \frac{3}{90}$$

$$\frac{39}{90}x = \frac{3}{90}$$

$$x = \frac{3}{90} \times \frac{90}{39} = \frac{1}{13}$$

$$\therefore b = 13$$

24. $x = 0.\dot{3}$ 일 때, $1 + \frac{1}{x}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$x = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}, 1 + \frac{1}{x} = 1 + 3 = 4$$

25. x 에 대한 일차방정식 $1.\dot{7}x + 2.\dot{4} = 2.\dot{1}x + 0.\dot{7}$ 을 풀어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 5$

해설

$$1.\dot{7}x + 2.\dot{4} = 2.\dot{1}x + 0.\dot{7}$$

$$\frac{16}{9}x + \frac{22}{9} = \frac{19}{9}x + \frac{7}{9}$$

$$16x + 22 = 19x + 7$$

$$\therefore x = 5$$

26. 기약분수 A 를 순환소수로 나타내는데, 태연이는 분자를 잘못 보아서 답이 $0.\dot{7}$ 이 되었고, 효정이는 분모를 잘못 보아서 답이 $0.2\dot{3}$ 가 되었다. 이 때, 기약분수 A 를 구하면?

① $\frac{7}{90}$

② $\frac{23}{90}$

③ $\frac{23}{9}$

④ $\frac{25}{9}$

⑤ $\frac{23}{99}$

해설

태연 : $0.\dot{7} = \frac{7}{9}$,

효정 : $0.2\dot{3} = \frac{23}{99}$

따라서 처음의 기약분수는

$$\frac{(\text{효정이가 본 분자})}{(\text{태연이가 본 분모})} = \frac{23}{9} = A \text{ 이다.}$$

27. 순환소수 $1.2\dot{6}$ 에 A 를 곱하면 그 결과는 자연수가 된다고 한다. 이때, A 의 값이 될 수 없는 것을 모두 고르면?

① 5

② 15

③ 60

④ 90

⑤ 99

해설

$1.2\dot{6} = \frac{126 - 12}{90} = \frac{114}{90} = \frac{19}{15}$ 이므로 A 는 15의 배수이어야 한다.

따라서 A 의 값이 될 수 없는 것은 5, 99이다.

28. 순환소수 $1.5\dot{1}$ 에 a 를 곱하면 자연수가 된다고 한다. 이때, a 의 값이 될 수 있는 가장 작은 자연수는?

① 3

② 15

③ 45

④ 90

⑤ 99

해설

$$1.5\dot{1} = \frac{151 - 15}{90} = \frac{68}{45} \text{ 이므로 가장 작은 자연수 } a \text{ 는 } 45 \text{ 이다.}$$

29. 분수 $\frac{38}{111}$ 을 x 라 할 때, $x \times (10^3 - 1)$ 은 몇 자리 정수인지 구하여라.

▶ 답 : 자리 정수

▷ 정답 : 세 자리 정수

해설

$$\frac{38}{111} \times (10^3 - 1) = \frac{38}{111} \times 999 = 38 \times 9 = 342$$

30. 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

① 모든 유리수는 유한소수이다.

② 모든 무한소수는 유리수가 아니다.

③ 모든 정수는 유리수이다.

④ 모든 순환소수는 정수나 유리수로 나타낼 수 있다.

⑤ 0이 아닌 유리수는 모두 유한소수로 나타낼 수 있다.

해설

순환소수 $0.\dot{9} = \frac{9}{9} = 1$ (정수)로 나타낼 수 있다.

31. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- ① 음의 정수는 분수로 나타낼 수 없다.
- ② 모든 순환소수는 유리수이다.
- ③ 소수는 유한소수와 무한소수로 나타낼 수 있다.
- ④ 정수가 아닌 유리수는 모두 유한소수로 나타낼 수 있다.
- ⑤ 모든 소수는 유리수이다.

해설

- ① 음의 정수는 유리수이므로 분수로 나타낼 수 있다.
- ④ 정수가 아닌 유리수는 유한소수 또는 순환소수로 나타낼 수 있다. 예) $\frac{1}{3} = 0.333\cdots$
- ⑤ 순환하지 않는 무한소수는 유리수가 아니다.

32. 다음 설명 중 옳은 것은?

- ① 정수가 아닌 유리수는 유한소수이다.
- ② 무한소수는 분수로 나타낼 수 없다.
- ③ 유한소수 중에는 유리수가 아닌 것도 있다.
- ④ 모든 유리수는 분수로 나타낼 수 있다.
- ⑤ 무한소수는 유리수가 아니다.

해설

- ① 정수가 아닌 유리수에는 유한소수와 순환소수가 있다.
- ② 무한소수 중에서 순환소수는 분수로 나타낼 수 있다.
- ③ 유한소수는 모두 유리수이다.
- ⑤ 무한소수 중에서 순환소수는 유리수이다.

33. X 가 $\frac{1}{60}, \frac{2}{60}, \frac{3}{60}, \dots, \frac{99}{60}, \frac{100}{60}$ 이고,

Y 가 유한소수일때, X 와 Y 의 공통해에서 자연수를 제외한 수의 갯수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 32 개

해설

$60 = 2^2 \times 3 \times 5$ 이므로 k 는 3의 배수, 따라서 33개, 자연수는 아니므로 60의 배수 1개를 제외하면 32개이다.

34. $\frac{2}{125}$ 를 유한소수로 나타내기 위하여 $\frac{a}{10^n}$ 의 꼴로 고칠 때, $a + n$ 의 최솟값을 구하여라. (단, a, n 은 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 19

해설

$$\frac{2}{125} = \frac{2}{5^3} \text{의 분자, 분모에 } 2^3 \text{ 을 곱하면 } \frac{2^4}{2^3 \times 5^3} = \frac{16}{10^3}$$

$$\therefore a = 16, n = 3$$

$$\therefore a + n = 16 + 3 = 19$$

35. $\frac{1}{2 \times 5^2 \times x}$ 가 유한소수로 나타내어진다고 한다. 이때, x 가 될 수 있는 수는 모두 몇 개인지 구하여라. (단, x 는 1 이상 30 이하인 자연수)

▶ 답: 개

▷ 정답: 9 개

해설

분모의 소인수가 2나 5뿐이면 유한소수로 나타낼 수 있다.
따라서 x 에 들어갈 숫자는
 $1, 2^1, 2^2, 2^3, 2^4, 5^1, 5^2, 2^1 \times 5^1, 2^2 \times 5^1$ 으로 총 9개이다.

36. 자연수 A, B 가 다음 식을 만족할 때, A, B 를 동시에 만족하는 값을 구하여 $A + B$ 의 최솟값을 구하여라.

$$\frac{1}{60} \times A = \frac{1}{B} \text{ (단, } \frac{1}{B} \text{ 은 유한소수)}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$\frac{1}{60} \times A$ 가 유한소수이려면

A 는 3의 배수이어야 하고 $\frac{1}{60} = \frac{1}{AB}$, $AB = 60$ 이므로

(A, B) 를 구하면 $(3, 20), (6, 10), (12, 5), (15, 4)$ 이다.

따라서 $A + B$ 의 최솟값은 16이다.

37. 경식은 다음 계산을 하기 위해 계산기를 사용하고 있다. 마지막 = 버튼을 눌렀을 때, 계산기 화면에 소수점 아래의 어떤 자리부터 일정한 숫자의 배열이 계속 되풀이 되는 것은?

① $4 \div 25$

② $3 \div 18$

③ $11 \div 50$

④ $7 \div 4$

⑤ $21 \div 14$

해설

② $3 \div 18 = 0.16666\ldots$ 이므로 순환마디가 6 인 순환소수가 되어 일정한 숫자의 배열이 계속 되풀이 된다.

38. $\frac{4567}{9900} = 0.\dot{a}b\dot{c}d$ 에서 a, b, c, d 는 $0, 1, 2, \dots, 9$ 어느 한 수를 나타낸다.
이때, $a + b + c + d$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$$\frac{4567}{9900} = 0.46\dot{1}\dot{3}$$

$$a = 4, b = 6, c = 1, d = 3$$

$$\therefore a + b + c + d = 14$$

39. $0.\dot{a}b\dot{c}$ 를 분수로 고치면 $\frac{213}{330}$ 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$$\frac{213}{330} = \frac{639}{990} = 0.6\dot{4}5 \text{ 이므로}$$

$a = 6, b = 4, c = 5$ 이다.

$$\therefore a + b + c = 15$$

40. 순환소수 $1.\dot{4}$ 를 a 라 하고 $0.2\dot{8}$ 의 역수를 b 라 할 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$1.\dot{4} = \frac{13}{9} = a, 0.2\dot{8} = \frac{26}{90}, b = \frac{90}{26}$$

$$\therefore ab = \frac{13}{9} \times \frac{90}{26} = 5$$