

1. $(x - y)^2 - 8x + 8y + 16$ 을 인수분해하면 $(ax + by + c)^2$ 이다. 이 때, $a + b + c$ 의 값은? (단, a 는 양수)

① -16

② -4

③ 2

④ 8

⑤ 12

해설

$(x - y)^2 - 8(x - y) + 16$ 에서

$x - y = A$ 로 치환하면

$$A^2 - 8A + 16 = (A - 4)^2 = (x - y - 4)^2$$

$$\therefore a = 1, b = -1, c = -4$$

$$\therefore a + b + c = -4$$

2. $x = \sqrt{2} + 1$, $y = \sqrt{2} - 1$ 일 때, $x^2 - y^2$ 의 값을 구하면?

① 2

② $\sqrt{2}$

③ $2\sqrt{2}$

④ $4\sqrt{2}$

⑤ 8

해설

$$x + y = 2\sqrt{2}, \quad x - y = 2$$

$$x^2 - y^2 = (x + y)(x - y) = 2\sqrt{2} \times 2 = 4\sqrt{2}$$

3. 이차방정식 $mx^2 + (2m + 3)x + m + 7 = 0$ 의 근이 없을 때, 상수 m 의 값의 범위는?

① $m > \frac{9}{16}$

② $m \geq \frac{9}{16}$

③ $m = \frac{9}{16}$

④ $m \leq \frac{9}{16}$

⑤ $m < \frac{9}{16}$

해설

$$D = (2m + 3)^2 - 4m(m + 7) < 0$$

$$4m^2 + 12m + 9 - 4m^2 - 28m = -16m + 9 < 0$$

$$\therefore m > \frac{9}{16}$$

4. x, y 가 다음과 같을 때, $\frac{x^2 - y^2}{xy}$ 의 값은?

$$x = \frac{1}{\sqrt{2} - 1}, y = \frac{1}{\sqrt{2} + 1}$$

① $\sqrt{2}$

② $\sqrt{3}$

③ $2\sqrt{2}$

④ $3\sqrt{2}$

⑤ $4\sqrt{2}$

해설

$$x = \frac{1}{\sqrt{2} - 1} = \frac{\sqrt{2} + 1}{(\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} + 1)} = \sqrt{2} + 1$$

$$y = \frac{1}{\sqrt{2} + 1} = \frac{\sqrt{2} - 1}{(\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} - 1)} = \sqrt{2} - 1$$

따라서 $x + y = 2\sqrt{2}$, $x - y = 2$, $xy = 1$ 이므로

$$\frac{x^2 - y^2}{xy} = \frac{(x + y)(x - y)}{xy} = 2\sqrt{2} \times 2 = 4\sqrt{2}$$

5. 다음 이차함수의 최댓값 또는 최솟값이 옳게 짝지어진 것은?

① $y = \frac{1}{2}x^2 + x - 1 \Rightarrow x = -1$ 일 때, 최댓값 $-\frac{3}{2}$

② $y = -\frac{1}{2}x^2 - x - 2 \Rightarrow x = -1$ 일 때, 최솟값 $-\frac{3}{2}$

③ $y = -3x^2 + 2x - 1 \Rightarrow x = \frac{1}{3}$ 일 때, 최댓값 $-\frac{2}{3}$

④ $y = 2x^2 + 12x \Rightarrow x = 3$ 일 때, 최댓값 -3

⑤ $y = -x^2 + 5x - 5 \Rightarrow x = \frac{5}{2}$ 일 때, 최댓값 $-\frac{5}{4}$

해설

① $y = \frac{1}{2}x^2 + x - 1 = \frac{1}{2}(x+1)^2 - \frac{3}{2}$

$\Rightarrow x = -1$ 일 때, 최솟값 $-\frac{3}{2}$

② $y = -\frac{1}{2}x^2 - x - 2 = -\frac{1}{2}(x+1)^2 - \frac{3}{2}$

$\Rightarrow x = -1$ 일 때, 최댓값 $-\frac{3}{2}$

④ $y = 2x^2 + 12x = 2(x+3)^2 - 18$

$\Rightarrow x = -3$ 일 때, 최솟값 -18

⑤ $y = -x^2 + 5x - 5 = -\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{5}{4}$

$\Rightarrow x = \frac{5}{2}$ 일 때, 최댓값 $\frac{5}{4}$

6. 다음 [보기] 중 최솟값이 같은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $y = -(x+1)^2 - 3$

㉡ $y = 2(x-1)^2 - 3$

㉢ $y = -3x^2 - 6x - 6$

㉣ $y = x^2 - 3$

㉤ $y = \frac{1}{3}(x-1)^2 + 3$

㉥ $y = -x^2 + 3$

① ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

② ㉠, ㉢

③ ㉡, ㉣

④ ㉤, ㉥

⑤ ㉠, ㉥

해설

$y = a(x-p)^2 + q$ 에서 a 의 부호가 양이고, q 의 값이 같은 것을 찾는다.

7. 이차방정식 $2x^2 - 6x + 2k + 3 = 0$ 이 서로 다른 두 근을 갖기 위한 k 값의 범위를 구하면?

① $k < -\frac{3}{4}$

② $k < -\frac{1}{2}$

③ $k < 0$

④ $k < \frac{1}{2}$

⑤ $k < \frac{3}{4}$

해설

$$\frac{D}{4} = 9 - 2 \times (2k + 3) > 0, \quad k < \frac{3}{4}$$

8. $(x-y)^2 - 12x + 12y + 36 = (x+ay+b)^2$ 일 때, 상수 a, b 의 곱 ab 의 값은?

① 2

② 4

③ 6

④ 11

⑤ 16

해설

$x-y=A$ 로 치환하면

$$A^2 - 12A + 36 = (A-6)^2 = (x-y-6)^2$$

$$\therefore a = -1, b = -6$$

$$\therefore ab = 6$$

9. 이차함수 $y = -x^2 + 6x + 5$ 의 최댓값을 M , $y = 2x^2 - 12x - 4$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, $M - m$ 의 값을 구하면?

① 28

② 30

③ 32

④ 34

⑤ 36

해설

$$\begin{aligned}y &= -x^2 + 6x + 5 \\&= -(x - 3)^2 + 14 \therefore M = 14 \\y &= 2x^2 - 12x - 4 \\&= 2(x - 3)^2 - 22 \therefore m = -22 \\\therefore M - m &= 14 + 22 = 36\end{aligned}$$

10. 이차방정식 $x^2 + (m - 4)x + 40 = 0$ 의 두 근의 차가 3일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 큰 근을 α 라 하고 $\alpha < 0$ 이면 $m = 17$ 이다.
- ② 주어진 식을 만족하는 해는 8, 5 또는 -5, -8이다.
- ③ 주어진 식을 만족하는 모든 m 의 값의 합은 9이다.
- ④ 작은 근을 α 라 하고 $\alpha > 0$ 이면 $m < 0$ 이다.
- ⑤ 모든 m 의 값의 곱은 0보다 작다.

해설

두 근을 $\alpha, \alpha - 3$ 이라 하면

$$\alpha(\alpha - 3) = 40$$

$$\alpha = 8 \text{ 또는 } \alpha = -5$$

따라서 두 근은 8, 5 또는 -5, -8이다.

$$\text{두 근의 합은 } 13 = 4 - m, m = -9 \text{ 또는 } -13 = 4 - m, m = 17$$

따라서 주어진 식을 만족하는 모든 m 의 값의 합은 8이다.