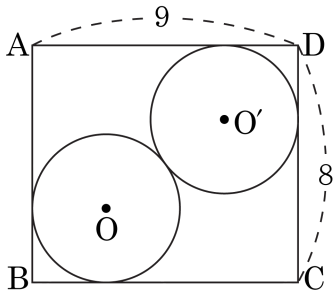


1. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 안에 서로 외접하는 두 원 O, O'이 있다.



원 O는 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ 에 접하고 원 O'은 $\overline{CD}$, $\overline{DA}$ 에 접한다. 이 때, 두 원의 넓이의 합의 최솟값은? (단, $\overline{AD} = 9$, $\overline{CD} = 8$ 이다.)

- ① 11π ② $\frac{25}{2}\pi$ ③ 14π ④ $\frac{31}{2}\pi$ ⑤ 17π

2. 직선 $ax + by + 2 = 0$ 이 원 $x^2 + y^2 = 1$ 에 접하면서 움직일 때, 점 (a, b) 가 그리는 자취의 길이를 구하면?

① π

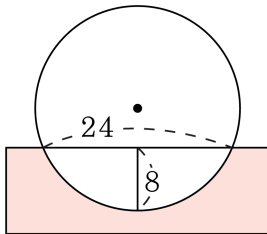
② 2π

③ 3π

④ 4π

⑤ 5π

3. 구 모양의 공을 띄워 놓은 호수가 얼었다. 얼음을 깨지 않고 공을 들어내었더니 다음 그림과 같이 윗면의 지름이 24이고 깊이가 8인 홈이 생겼다고 할 때, 이 공의 반지름의 길이는?



- ① $6\sqrt{3}$ ② 13 ③ $8\sqrt{3}$ ④ 16 ⑤ $12\sqrt{3}$

4. 두 원 $x^2 + y^2 = 1$, $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 4$ 의 공통접선의 방정식을 구하면?

① $x = -2$, $y = -1$

② $x = 1$, $y = 1$

③ $x = -1$, $y = 1$

④ $x = 1$, $y = -1$

⑤ $x = -1$, $y = -1$

5. $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 4$ 인 원을 x 축 방향으로 a 만큼 y 축 방향으로 b 만큼 평행이동 하면, 처음 원과 외접한다고 할 때, a, b 사이의 관계식은?

① $a^2 + b^2 = 1$

② $a^2 + b^2 = 4$

③ $a^2 + b^2 = 9$

④ $a^2 + b^2 = 16$

⑤ $a^2 + b^2 = 25$

6. 방정식 $f(x, y) = 0$ 이 나타내는 도형을 x 축에 대하여 대칭이동시키는 것을 A , y 축에 대하여 대칭 이동시키는 것을 B , 원점에 대하여 대칭 이동시키는 것을 C , 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭 이동시키는 것을 D 라 하자. 직선 $2x + y + 1 = 0$ 을 $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A$ 의 순서로 대칭 이동시킨 도형의 방정식은? (단, $A \rightarrow B$ 는 A 에 의하여 대칭 이동시킨 후 다시 B 에 의하여 대칭 이동시키는 것을 뜻한다.)

- ① $2x + y + 1 = 0$ ② $2x + y - 1 = 0$ ③ $x + 2y - 1 = 0$
④ $x + 2y + 1 = 0$ ⑤ $x - 2y - 1 = 0$

7. 원 $O : x^2 + (y - 1)^2 = 1$ 을 x 축의 방향으로 -1 만큼, y 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 원을 O' 이라고 하자. 두 원 O, O' 의 교점을 각각 A, B 라 할 때, 점 $(6, 2)$ 를 직선 AB 에 대하여 대칭이동한 점이 (a, b) 이다. 이 때, ab 의 값을 구하면?

① -8

② -12

③ 8

④ 12

⑤ 0

8. 좌표평면에서 중심이 (a, b) 이고 x 축에 접하는 원이 두 점 $A(0, 5)$ 와 $B(8, 1)$ 을 지난다. 이 때, 원의 중심 (a, b) 와 직선 AB 사이의 거리는? (단, $0 \leq a \leq 8$)

① $\sqrt{3}$

② $\sqrt{5}$

③ $\sqrt{6}$

④ $\sqrt{7}$

⑤ $2\sqrt{2}$

9. 두 점 $A(-5, -2)$, $B(2, 5)$ 에 대하여 원 $x^2 + y^2 = 9$ 위를 움직이는 점을 P 라고 할 때, $\triangle ABP$ 의 무게중심 G 는 중심이 (a, b) 이고 반지름이 c 인 원 위를 움직이게 된다. 이 때, $a + b + c$ 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ -1

⑤ 0

10. 점 $(4, 2)$ 에서 원 $x^2 + y^2 = 1$ 에 그은 접선의 접점을 A, B 라 할 때 직선 $\overline{AB}$ 의 방정식을 구하면?

① $4x + y = 1$

② $2x + y = 1$

③ $4x + 2y = 1$

④ $2x - y = 1$

⑤ $4x - y = 1$

11. 점 O 를 지나는 직선이 좌표평면 위의 원 C 와
두 점 A, B 에서 만날 때, $\overline{OA} \cdot \overline{OB}$ 의 값이 일정함을 다음과 같이
증명하였다.

㉠, ㉡, ㉢ 에 알맞은 것을 차례로 적으면?

증명

원점 O 을 지나는 직선의 방정식을

$$y = mx \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

원 C 의 방정식을 $(x - a)^2 + y^2 = r^2$

$(a > 0, r > 0) \cdots \cdots \textcircled{㉡}$ 라 하자

$$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡} \text{ 에서 } (1 + m^2)x^2 - 2ax + a^2 - r^2 = 0 \cdots \cdots \textcircled{㉢}$$

$\textcircled{㉢}$ 의 두 실근을 α, β 라 하면 $\alpha\beta = (\textcircled{㉣})$

따라서 $\overline{OA} \cdot \overline{OB} = (\textcircled{㉤}) \cdot |\alpha\beta| = (\textcircled{㉥})$

그러므로 m 에 관계없이 $\overline{OA} \cdot \overline{OB}$ 의 값은 일정하다.

- ① $\frac{a^2 - r^2}{1 - m^2}, 1 - m^2, |a^2 - r^2|$
- ② $\frac{a^2 - r^2}{1 + m^2}, 1 + m^2, |a^2 - r^2|$
- ③ $\frac{a^2 - r^2}{1 - m^2}, 2(1 - m^2), 2|a^2 - r^2|$
- ④ $\frac{a^2 - r^2}{1 + m^2}, 2(1 + m^2), 2|a^2 - r^2|$
- ⑤ $\frac{a^2 - r^2}{1 + m^2}, r(1 + m^2), r|a^2 - r^2|$

12. 2개의 원 $x^2 + y^2 = 1$, $(x - 4)^2 + y^2 = 4$ 의 공통접선의 기울기를 구하면 ?

① $\pm \frac{3\sqrt{7}}{7}, \pm \frac{\sqrt{15}}{15}$

③ $\pm \frac{3\sqrt{7}}{4}, \pm \frac{\sqrt{15}}{8}$

⑤ $\pm \frac{3\sqrt{7}}{8}, \pm \frac{\sqrt{15}}{12}$

② $\pm \frac{3\sqrt{7}}{2}, \pm \frac{\sqrt{15}}{5}$

④ $\pm \frac{3\sqrt{7}}{5}, \pm \frac{\sqrt{15}}{10}$

13. 원 $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 9$ 와 직선 $3x + 4y - 1 = 0$ 이 만나는 두 점을 각각 A, B, 원 위의 한 점을 P 라 할 때, $\triangle PAB$ 의 넓이의 최댓값을 구하면?

① $\sqrt{5}$

② $2\sqrt{5}$

③ $3\sqrt{5}$

④ $4\sqrt{5}$

⑤ $5\sqrt{5}$

14. 원 $x^2 + (y - 1)^2 = 2$ 의 x 축의 위에 있는 부분과 그 부분을 x 축에 대하여 대칭 이동하여 생기는 도형으로 둘러싸인 부분의 넓이는?

① $\pi + 1$

② $\pi + 2$

③ $3\pi + 1$

④ $3\pi + 2$

⑤ $3\pi + 4$

15. 두 변환 f, g 가 다음과 같이 주어졌을 때, $(g \circ f)(-2, 3)$ 을 구하면?

$$f : (x, y) \rightarrow (x - 1, y + 1)$$

$g : (x, y)$ 를 원점을 중심으로 하여
반시계방향으로 90° 회전시킨다.

① $(4, 3)$

② $(3, -4)$

③ $(-4, -3)$

④ $(-4, -1)$

⑤ $(4, -3)$