

1. 이차함수 $y = x^2 - 4x + 1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼 평행이동하면 점 $(3, m)$ 을 지난다. m 의 값을 구하면?

① 6

② 2

③ -2

④ -4

⑤ -6

해설

$$y = x^2 - 4x + 1 = (x - 2)^2 - 3$$

x 축의 방향으로 2만큼 평행이동하면

$$y = (x - 2 - 2)^2 - 3$$

$$\text{따라서 } y = (x - 4)^2 - 3$$

$$(3, m) \text{을 대입하면 } m = (-1)^2 - 3 = -2 \text{ 이다.}$$

2. 이차함수 $y = 2x^2 - 12x + 16$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가함에 따라 y 의 값도 증가하는 x 의 값의 범위는?

① $x > 3$

② $x > 2$

③ $x < 3$

④ $x < 2$

⑤ $x < -3$

해설

$$\begin{aligned} y &= 2x^2 - 12x + 16 \\ &= 2(x^2 - 6x + 9 - 9) + 16 \\ &= 2(x - 3)^2 - 2 \end{aligned}$$

대칭축이 $x = 3$ 이고 아래로 볼록한 포물선이다.

3. 이차함수 $y = x^2 - 6x + 5$ 의 그래프와 x 축과의 교점의 x 좌표와 y 축과의 교점의 y 좌표를 구하면?

- ① x 의 좌표 : 2, 0 , y 의 좌표 : 0
② x 의 좌표 : -5, -1 , y 의 좌표 : -5
③ x 의 좌표 : 1, -3 , y 의 좌표 : $\frac{3}{2}$
④ x 의 좌표 : 1, 5 , y 의 좌표 : 5
⑤ x 의 좌표 : 0, 2 , y 의 좌표 : 0

해설

$y = 0$ 을 대입하면 $x^2 - 6x + 5 = 0$
 $(x - 1)(x - 5) = 0 \therefore x = 1$ 또는 $x = 5$
 $x = 0$ 을 대입하면 $y = 5$

4. 이차함수 $y = x^2 - 2ax + a^2 - a + 3$ 의 꼭짓점이 제 2 사분면에 있을 때, 상수 a 의 값의 범위는?

① $a > 0$

② $a < 3$

③ $a > 3$

④ $a < 0$

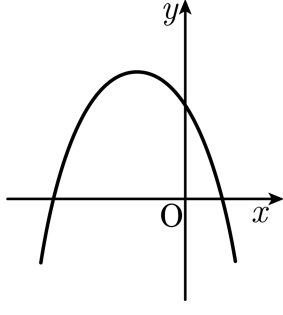
⑤ $0 < a < 3$

해설

$y = x^2 - 2ax + a^2 - a + 3 = (x - a)^2 - a + 3$, 꼭짓점의 좌표가 $(a, -a + 3)$

$\therefore a < 0, -a + 3 > 0$ 즉, $a < 0, a < 3$ 이므로 $a < 0$ 이다.

5. 이차함수 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 그래프가 다음과 같을 때, a, p, q 의 부호는?



- ① $a > 0, p > 0, q > 0$
- ② $a < 0, p < 0, q < 0$
- ③ $a > 0, p < 0, q < 0$
- ④ $a < 0, p < 0, q > 0$
- ⑤ $a < 0, p > 0, q > 0$

해설

위로 볼록한 모양의 포물선이고, 꼭짓점의 좌표는 제 2 사분면 위에 있으므로
 $a < 0, p < 0, q > 0$ 이다.

6. 직선 $x = 1$ 을 축으로 하고 두 점 $(0, -1)$, $(3, 5)$ 를 지나는 포물선이 나타내는 이차함수를 구하면?

㉠ $y = 2x^2 - 4x - 1$

㉡ $y = -2x^2 + 4x + 3$

㉢ $y = 2x^2 + 4x - 5$

㉣ $y = \frac{4}{3}x^2 - \frac{8}{3}x - 1$

㉤ $y = \frac{4}{3}x^2 - \frac{8}{3}x + 3$

해설

$y = a(x - 1)^2 + p$ 에 $(0, -1)$ 과 $(3, 5)$ 를 대입하여 a 와 p 를 구하면, $-1 = a + p, 5 = 4a + p, a = 2, p = -3$ 이 된다.
따라서 $y = 2x^2 - 4x - 1$ 이다.

7. 다음 중 이차함수의 최댓값 M 또는 최솟값 m 이 잘못된 것은?

① $y = 2x^2 - 2x + 3$ ($m = \frac{5}{2}$)

② $y = -x^2 - 2x$ ($M = 1$)

③ $y = 2(x + 1)^2 - 5$ ($m = -5$)

④ $y = \frac{1}{2}x^2 - 3$ ($m = -3$)

⑤ $y = -\frac{1}{3}(x - 2)^2$ ($M = 2$)

해설

⑤ $y = -\frac{1}{3}(x - 2)^2$ ($M = 0$)

8. 이차함수 $y = 2x^2$ 의 그래프와 모양이 같고 $x = -1$ 일 때, 최솟값 4를 갖는 이차함수의 식은?

① $y = 2(x - 1)^2$

② $y = 2(x - 1)^2 + 4$

③ $y = 2(x + 1)^2 + 4$

④ $y = -2(x + 1)^2 + 4$

⑤ $y = -2(x - 1)^2 + 4$

해설

$y = 2x^2$ 의 그래프와 모양이 같고 꼭짓점이 $(-1, 4)$ 이므로
 $y = 2(x + 1)^2 + 4$

9. 이차함수 $y = -x^2 + 2x + 3$ 을 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 꼴로 나타낼 때, $p + q$ 의 값은?

① 6

② 5

③ 4

④ 3

⑤ 2

해설

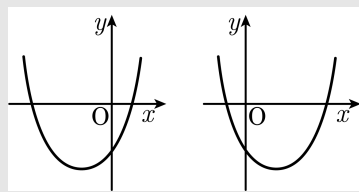
$$\begin{aligned} y &= -x^2 + 2x + 3 \\ &= -(x^2 - 2x + 1 - 1) + 3 \\ &= -(x - 1)^2 + 4 \\ \therefore p &= 1, q = 4 \\ \therefore p + q &= 1 + 4 = 5 \end{aligned}$$

10. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 좌표평면 위의 모든 사분면을 지나도록 하는 a, c 의 조건을 모두 고르면?(정답 2개)

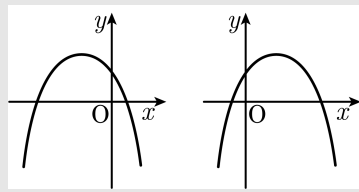
- ① $a > 0, c > 0$ ② $a > 0, c < 0$ ③ $a = 0, c = 0$
④ $a < 0, c < 0$ ⑤ $a < 0, c > 0$

해설

(1) $a > 0$ 인 경우 $c < 0$ 이다.



(2) $a < 0$ 인 경우 $c > 0$ 이다.



11. 다음 보기의 이차함수의 그래프 중 $y = -2x^2$ 의 그래프를 평행이동하여 완전히 포괄 수 있는 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠ $y = -2x^2 + 2$
- ㉡ $y = 2x^2 - 3$
- ㉢ $y = -2(x + 1)^2$
- ㉤ $y = x^2 + 3x + 3 - 3(x - 1)(x + 1)$
- ㉥ $y = \frac{6x^2 - 2}{3}$

- ① ㉠,㉡,㉢

② ㉠,㉡,㉢

③ ㉠,㉢,㉤

④ ㉠,㉢,㉥

⑤ ㉠,㉤,㉥

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프에서 a 의 값이 같으면 평행 이동하여 두 이차 함수의 그래프를 완전히 포괄 수 있다.
따라서 $a = -2$ 인 것은 ㉠,㉢,㉤이다.

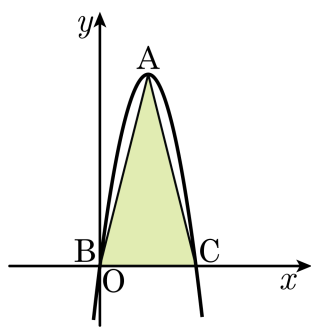
12. 이차함수 $y = -\frac{1}{2}(x-2)^2 + 6$ 의 꼭짓점과 y 축과의 교점을 지나는 직선의 방정식을 구하면?

- ① $y = 6x - 14$ ② $y = 2x + 4$ ③ $y = 2x + 2$
④ $y = x + 2$ ⑤ $y = x + 4$

해설

꼭짓점은 (2, 6),
 $x = 0$ 일 때 $y = 4$ 이므로
 y 축과의 교점은 (0, 4)
두 점 (2, 6), (0, 4)를 지나는 직선의 기울기는
 $\frac{6-4}{2-0} = 1$,
 y 절편은 4
따라서 구하는 직선의 식은 $y = x + 4$

13. 다음 그림은 이차함수 $y = -x^2 + 8x$ 의 그래프이다. $\triangle ABC$ 의 넓이는?



- ① 8 ② 16 ③ 32 ④ 64 ⑤ 128

해설

$y = -x^2 + 8x = -(x-4)^2 + 16$ 에서 $A(4, 16)$ 이므로 삼각형의 높이는 16이다.

$y = -x(x-8)$ 에서 $B(0, 0)$, $C(8, 0)$ 이므로 $\overline{BC} = 8$

$\therefore (\triangle ABC \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times 8 \times 16 = 64$

14. 다음 중 이차함수 $y = -x^2 + 4x - 3$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것은?
- ① 꼭짓점의 좌표는 $(2, -3)$ 이다.
 - ② $y = x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 것이다.
 - ③ 축의 방정식은 $x = 2$ 이다.
 - ④ 아래로 볼록하다.
 - ⑤ $x < 2$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

해설

주어진 식을 정리하면 $y = -(x - 2)^2 + 1$

① 꼭짓점의 좌표는 $(2, 1)$

② $y = -x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 것이다.

④ 위로 볼록한 그래프

⑤ $x < 2$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

15. 꼭짓점의 좌표가 $(-3, 1)$ 이고, 한 점 $(0, -2)$ 를 지나는 포물선을 그래프로 하는 이차함수식이 $y = a(x-p)^2 + q$ 일 때, apq 의 값은?

① -3

② -1

③ 1

④ 3

⑤ 5

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 의 꼭짓점이 $(-3, 1)$ 이므로

$y = a(x+3)^2 + 1$

점 $(0, -2)$ 를 지나므로

$$-2 = a(0+3)^2 + 1, a = -\frac{1}{3}$$

$y = -\frac{1}{3}(x+3)^2 + 1$ 이다.

$\therefore a = -\frac{1}{3}, p = -3, q = 1$ 이므로

$$apq = -\frac{1}{3} \times (-3) \times 1 = 1 \text{ 이다.}$$

16. 세 점 $(-2, 14), (0, 6), (1, -4)$ 를 지나는 포물선의 축의 방정식은?

① $x = -2$

② $x = -1$

③ $x = 0$

④ $x = 1$

⑤ $x = 2$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 라 하자.

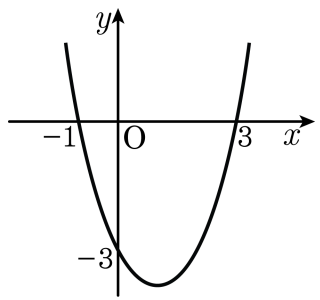
세 점 $(-2, 14), (0, 6), (1, -4)$ 를 각각 대입하면

$$4a - 2b + c = 14, c = 6, a + b + c = -4$$

$$\therefore a = -2, b = -8, c = 6$$

$$\therefore y = -2x^2 - 8x + 6 = -2(x + 2)^2 + 14$$

17. 다음 그림과 같이 나타내어지는 포물선의 식은?



① $y = 3x^2 - 3x - 6$

② $y = -x^2 + 6x - 8$

③ $y = -\frac{1}{2}x^2 - 2$

④ $y = x^2 - 2x - 3$

⑤ $y = -x^2 + 5x - 4$

해설

$y = a(x - 3)(x + 1)$ 이고, $(0, -3)$ 을 지난다.

$$-3 = -3a$$

$$a = 1$$

$$\text{따라서 } y = (x - 3)(x + 1) = x^2 - 2x - 3$$

18. 이차함수 $y = \frac{1}{2}ax^2 + ax$ 의 최댓값이 이차함수 $y = 2x^2 + 8x + 9$ 의 최솟값과 같을 때, a 의 값은?

① 2 ② -2 ③ 4 ④ -4 ⑤ 6

해설

$$i) y = \frac{1}{2}ax^2 + ax = \frac{1}{2}a(x+1)^2 - \frac{1}{2}a$$

따라서, $x = -1$ 일 때 최댓값 $-\frac{1}{2}a$ 를 갖는다.

$$ii) y = 2x^2 + 8x + 9 = 2(x+2)^2 + 1$$

따라서, $x = -2$ 일 때, 최솟값 1 을 갖는다.

$i)$ 의 최댓값과 $ii)$ 의 최솟값이 같으므로

$$-\frac{1}{2}a = 1 \text{ 에서 } a = -2$$

19. 이차함수 $y = x^2 - 2ax - 2a - 5$ 의 최솟값을 m 이라고 할 때, m 의 최댓값을 구하면?

① -1

② -2

③ -3

④ -4

⑤ -5

해설

$$\begin{aligned} y &= x^2 - 2ax - 2a - 5 \\ &= (x - a)^2 - a^2 - 2a - 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y \text{ 의 최솟값 : } m &= -a^2 - 2a - 5 \\ &= -(a + 1)^2 - 4 \end{aligned}$$

$$m \text{ 의 최댓값 : } -4$$

20. 차가 16 인 두 수가 있다. 두 수의 곱의 최솟값을 구하면?

① 4

② 32

③ 43

④ -26

⑤ -64

해설

차가 16 인 두 수가 있다. 한 수를 x 로 두면 나머지 한 수는 $(x + 16)$ 이다.

$$y = x(x + 16) = x^2 + 16x = (x^2 + 16x + 64) - 64$$

$$y = (x + 8)^2 - 64$$

21. 직각을 낀 두 변의 길이의 합이 10 인 직사각형의 최대 넓이는?



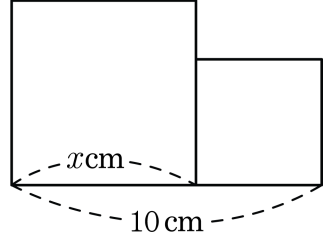
- ① $\frac{25}{4}$ ② $\frac{25}{2}$ ③ 25 ④ 50 ⑤ 100

해설

두 변의 길이를 x , $10 - x$, 넓이를 y 라 하면

$$\begin{aligned} y &= x(10 - x) \\ &= -(x^2 - 10x) \\ &= -(x^2 - 10x + 25 - 25) \\ &= -(x - 5)^2 + 25 \\ \therefore (\text{최대 넓이}) &= 25 \end{aligned}$$

22. 다음 그림과 같이 길이가 10cm 인 선분을 둘로 나누어 각각을 한 변으로 하는 두 정사각형을 만들려고 한다. 이 때, 두 정사각형의 넓이의 합의 최솟값을 구하여라.



- ① 20 ② 30 ③ 40 ④ 45 ⑤ 50

해설

한 정사각형의 한 변의 길이를 $x\text{ cm}$, 다른 한 정사각형의 한 변의 길이를 $(10 - x)\text{ cm}$ 라고 놓으면,

$$\begin{aligned} y &= x^2 + (10 - x)^2 \\ &= 2x^2 - 20x + 100 \\ &= 2(x - 5)^2 - 50 \end{aligned}$$

따라서 최솟값은 $50(\text{cm}^2)$ 이다.

23. 가로 길이가 5cm, 세로 길이가 9cm 인 직사각형의 가로 길이를 x cm 만큼 늘이고, 세로 길이를 x cm 만큼 줄여서 새로운 직사각형을 만들었다. 새로운 직사각형의 넓이가 최대가 되도록 하는 x 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 2.5 ④ 3 ⑤ 3.5

해설

새로운 사각형의 넓이를 S 라 하면

$$\begin{aligned} S &= (5+x)(9-x) \\ &= -x^2 + 4x + 45 \\ &= -(x-2)^2 + 49 \end{aligned}$$

따라서 $x=2$ 일 때 새로운 직사각형의 넓이의 최댓값 49cm^2 를 가진다.

24. 둘레의 길이가 24 인 철사를 구부려서 부채꼴 모양을 만들려고 한다.

부채꼴의 넓이를 y 라고 할 때, 부채꼴의 넓이의 최댓값을 구하면?

- ① 18 ② 20 ③ 30 ④ 32 ⑤ 36

해설

반지름의 길이를 x 라 하면 호의 길이는 $24 - 2x$ 이다.

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2} \times x \times (24 - 2x) \\ &= x(12 - x) \\ &= -x^2 + 12x \\ &= -(x^2 - 12x + 36 - 36) \\ &= -(x - 6)^2 + 36 \end{aligned}$$

이차함수는 위로 볼록이므로 꼭짓점이 최댓값을 나타낸다.
따라서 꼭짓점이 $(6, 36)$ 이므로 반지름의 길이 $x = 6$ 일 때,
부채꼴의 넓이 y 가 최댓값 36 을 가진다.

25. 지면으로부터 초속 30m 로 던져 올린 물체의 t 초 후의 높이를 h m 라고 하면 $h = 30t - 5t^2$ 인 관계가 성립한다. 이 물체가 가장 높이 올라갔을 때의 높이는?

① 60m ② 55m ③ 50m ④ 45m ⑤ 40m

해설

$$\begin{aligned} h &= 30t - 5t^2 \\ &= -5(t^2 - 6t + 9) + 45 \\ &= -5(t - 3)^2 + 45 \end{aligned}$$