1. 이차함수 $y = 3x^2 - 9x + 10$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 꼭짓점의 좌표는 $\left(\frac{3}{2},\ \frac{13}{4}\right)$ 이다.

② 축의 방정식은 $x = \frac{3}{2}$ 이다.

③ y 축과 $(0,\ 3)$ 에서 만난다.

④ $x > \frac{3}{2}$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

⑤ $y = 3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 $\frac{3}{2}$ 만큼, y 축의 방향으로 $\frac{13}{4}$ 만큼 평행 이동한 것이다.

해설

③ y 축과 $(0,\ 10)$ 에서 만난다.

2. 다음 보기의 이차함수의 그래프 중 이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프를 평행이동하여 완전히 포갤 수 없는 것을 모두 고르면?

① $y = -2x^2 - 4x - 1$ ② $y = -2(x-1)^2$

③ $y = -\frac{1}{2}x^2 + 1$ ④ $y = x^2 - 2x - (1 + 3x^2)$

⑤ $y = -(2-x)(2+x) + 1$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프에서 a 의 값이 같으면 평행 이동하여 두 이차 함수의 그래프를 완전히 포갤 수 있다.
따라서 $a = -2$가 아닌 것은 ③,⑤이다.

3. 이차함수 $y = x^2 - 6x + 5$ 의 그래프와 x 축과의 교점의 x 좌표와 y 축과 교점의 y 좌표를 구하면?

① x 의 좌표 : 2, 0 , y 의 좌표 : 0

② x 의 좌표 : –5, – 1 , y 의 좌표 : –5

③ x 의 좌표 : 1, – 3 , y 의 좌표 : $\frac{3}{2}$

④ x 의 좌표 : 1, 5 , y 의 좌표 : 5

⑤ x 의 좌표 : 0, 2 , y 의 좌표 : 0

해설

$y = 0$ 을 대입하면 $x^2 - 6x + 5 = 0$
$(x-1)(x-5) = 0 \therefore x = 1$ 또는 $x = 5$
$x = 0$ 을 대입하면 $y = 5$

4. 다음 이차함수 중 그래프가 모든 사분면을 지나는 것은?

① $y = x^2 - 4x + 2$　② $y = -3x^2 + x - 3$

③ $y = x^2 - 2x - 3$　④ $y = -2x^2 + 8x - 7$

⑤ $y = 2x^2 - 4x + 2$

해설

① $y = x^2 - 4x + 2 = (x-2)^2 - 2$
꼭짓점이 $(2, -2)$로 제 4사분면에 있고, y 절편은 2인 아래로 볼록한 그래프로, 제 1, 2, 4 사분면을 지난다.

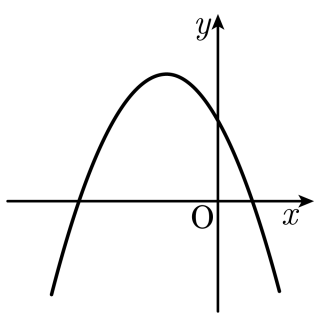
② $y = -3x^2 + x - 3 = -3(x^2 - \frac{1}{3}x + \frac{1}{36} - \frac{1}{36}) - 3 = -3(x - \frac{1}{6})^2 - \frac{35}{12}$
꼭짓점은 $(\frac{1}{6}, -\frac{35}{12})$이고, y 절편이 -3이면서 위로 볼록한 그래프로, 제 3, 4 사분면을 지난다.

③ $y = x^2 - 2x - 3 = (x-2)^2 - 4$
꼭짓점은 $(1, -4)$이고, y절편이 -3이면서 아래로 볼록한 그래프로, 모든 사분면을 지난다.

④ $y = -2x^2 + 8x - 7 = -2(x^2 - 4x + 4 - 4) - 7 = -2(x-2)^2 + 1$
꼭짓점은 $(2, 1)$이고, y절편이 -7이면서 위로 볼록한 그래프로, 제 1, 3, 4 사분면을 지난다.

⑤ $y = 2x^2 - 4x + 2 = 2(x^2 - 2x + 1 - 1) + 2 = 2(x-1)^2$
꼭짓점은 $(1, 0)$이고, y절편이 2이면서 아래로 볼록한 그래프로, 제 1, 2 사분면을 지난다.

5. 다음 그래프는 $y = ax^2 - bx + c$ 의 그래프이다. a, b, c 의 부호는?



① $a > 0,\ b > 0,\ c > 0$
② $a < 0,\ b > 0,\ c > 0$
③ $a > 0,\ b > 0,\ c < 0$
④ $a < 0,\ b > 0,\ c < 0$
⑤ $a < 0,\ b > 0,\ c = 0$

해설

위로 볼록하므로 $a < 0$
대칭축이 y 축의 왼쪽에 있으므로 $-ab > 0$
$ab < 0$
$\therefore b > 0$
y 절편이 양수이므로 $c > 0$

6. 꼭짓점의 좌표가 $(2,\ 1)$ 이고, y 축과의 교점의 좌표가 $(0,\ 9)$ 인 이차함수의 식을 $y = ax^2 + bx + c$ 의 꼴로 나타내면?

① $y = x^2 - 6x + 9$ ② $y = 2x^2 - 8x + 9$

③ $y = 3x^2 - 10x + 9$ ④ $y = -2x^2 + 9$

⑤ $y = -3x^2 + 11x - 9$

해설

꼭짓점의 좌표가 $(2,\ 1)$ 이므로
$y = a(x-2)^2 + 1$ 이고, y 절편이 9 이므로
$9 = a(0-2)^2 + 1,\ a = 2$ 이다.

$y = 2(x-2)^2 + 1$
$= 2x^2 - 8x + 9$

7. x 축에 접하고 축의 방정식이 $x = 2$, y 절편이 -2 인 이차함수를 구하면?

① $y = \frac{1}{2}(x+2)^2$ ② $y = -\frac{1}{2}(x-2)^2$

③ $y = \frac{1}{2}(x-2)^2 - 2$ ④ $y = -\frac{1}{2}(x+2)^2$

⑤ $y = 2(x-2)^2 - 2$

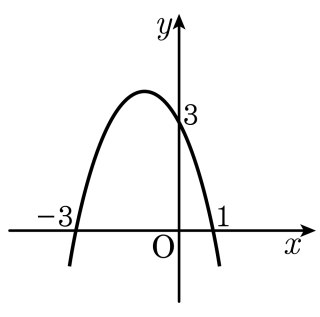
해설

$y = a(x-2)^2$ 의 y 절편 $4a = -2$

$a = -\frac{1}{2}$

$\therefore\ y = -\frac{1}{2}(x-2)^2$

8. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, $a + b + c$ 의 값은 얼마인가?



① -6 ② -2 ③ 0 ④ 4 ⑤ -4

해설

x 절편이 $-3, 1$ 이므로 $y = a(x+3)(x-1)$
y 절편이 3 이므로 $(0, 3)$ 을 대입하면
$3 = -3a$
$\therefore\ a = -1$
따라서 구하는 식은
$y = -(x+3)(x-1) = -x^2 - 2x + 3,\ b = -2, c = 3$
$\therefore a + b + c = 0$

9. 이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼 y 축의 방향으로 4 만큼 평행이동시켰을 때, 최댓값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$y = -2(x+3)^2 + 4$
따라서 $x = -3$ 일 때, 최댓값은 4 이다.

10. 그래프의 모양이 $y = -2x^2$ 과 같고 $x = 1$ 일 때 최댓값 5 를 갖는다. 이때, 이 함수의 식은?

① $y = -2x^2 - 4x + 4$　　② $y = -2x^2 - 4x + 5$

③ $y = -2x^2 + 4x - 3$　　④ $y = -2x^2 + 4x + 3$

⑤ $y = -2x^2 - x + 5$

해설

꼭짓점의 좌표가 $(1,\ 5)$, x^2 의 계수가 -2 이므로

$y = -2(x-1)^2 + 5$

$= -2(x^2 - 2x + 1) + 5$

$= -2x^2 + 4x + 3$

$\therefore y = -2x^2 + 4x + 3$

11. 이차함수 $y = -x^2 + 2x + 3$ 을 $y = a(x-p)^2 + q$ 의 꼴로 나타낼 때, $p+q$ 의 값은?

① 6 ② 5 ③ 4 ④ 3 ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} y &= -x^2 + 2x + 3 \\ &= -(x^2 - 2x + 1 - 1) + 3 \\ &= -(x-1)^2 + 4 \end{aligned}$$

$\therefore\ p = 1,\ q = 4$

$\therefore\ p + q = 1 + 4 = 5$

12. $y = x^2 + 1$ 의 그래프를 x 축, y 축의 방향으로 각각 얼마만큼 평행이동시키면 이차함수 $y = x^2 + 3x + 2$ 의 그래프와 일치하겠는가?

① x축으로 $-\frac{3}{2}$, y축으로 $-\frac{1}{4}$
② x축으로 $-\frac{3}{2}$, y축으로 $-\frac{5}{4}$
③ x축으로 $\frac{3}{2}$, y축으로 $-\frac{1}{4}$
④ x축으로 $\frac{3}{2}$, y축으로 $\frac{3}{4}$
⑤ x축으로 $-\frac{3}{2}$, y축으로 $\frac{3}{4}$

해설

$y = x^2 + 1$ 의 꼭짓점의 좌표는 $(0,\ 1)$

$y = x^2 + 3x + 2 = \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}$ 의 꼭짓점의 좌표는 $\left(-\frac{3}{2},\ -\frac{1}{4}\right)$ 이므로

x 축 방향으로 $-\frac{3}{2}$ 만큼, y 축 방향으로 $-\frac{5}{4}$ 만큼 평행이동한 것이다.

13. 이차함수 $y = 2(x-4)^2 - 6$ 의 그래프를 x 축 방향으로 p 만큼, y 축 방향으로 q 만큼 평행이동하여 $y = 2(x+3)^2 + 3$ 이 되었다. $p+q$ 의 값은?

① -10 ② -2 ③ 2 ④ 6 ⑤ 8

해설

$y = 2(x-4-p)^2 - 6 + q$
$\quad = 2(x+3)^2 + 3$
$-4-p = 3,\ p = -7$
$-6+q = 3,\ q = 9$
$\therefore\ p+q = 2$

14. $y = -2x^2 - 4x + 10$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소하는 x의 값의 범위는?

① $x > 1$ ② $x < 1$ ③ $x > 0$

④ $x > -1$ ⑤ $x < -1$

해설

$y = -2x^2 - 4x + 10$
$= -2(x+1)^2 + 12$

위로 볼록한 모양의 포물선이고 축의 방정식 $x = -1$ 이므로
따라서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소하는 x 의 값의 범위는
$\{x \mid x > -1\}$ 이다.

15. 이차함수 $y = -\frac{1}{2}x^2 + x + 4$ 의 그래프와 x 축과 만나는 두 점의 x 좌표가 p, q 이고, y 축과 만나는 점의 좌표가 r 일 때, pqr 의 값을 구하면?

① -32 ② -16 ③ -8 ④ 16 ⑤ 32

해설

x 축과의 교점 ($y = 0$ 을 대입) 의 x 좌표를 구하면

$0 = -\frac{1}{2}x^2 + x + 4$

$(x-4)(x+2) = 0$ 이므로

$\therefore x = -2$ 또는 $x = 4$

y 축과 만나는 점의 좌표가 r 은 y 절편이므로 $r = 4$

$\therefore pqr = (-2) \times 4 \times 4 = -32$

16. 다음 이차함수의 그래프가 x 축과 만나지 않는 것은?

① $y = x^2 - 1$ ② $y = x^2 - 2x - 3$

③ $y = x^2 + 4x + 4$ ④ $y = x^2 - 2x$

⑤ $y = x^2 - 4x + 5$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 와 x 축과의 교점의 개수

$b^2 - 4ac > 0$: 2개

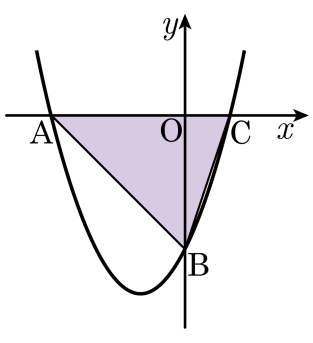
$b^2 - 4ac = 0$: 1개

$b^2 - 4ac < 0$: 0개

⑤ $(-4)^2 - 4 \times 5 = -4 < 0$

따라서 x 축과 만나지 않는다.

17. 다음 그림은 $y = x^2 + 2x - 3$ 의 그래프이다. 이 포물선과 x 축과의 교점을 A, C 라 하고, y 축과의 교점을 B 라 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

해설

$y = x^2 + 2x - 3 = (x+3)(x-1) = 0$

$\therefore$ A$(-3,\ 0)$, C$(1,\ 0)$

$\therefore$ B$(0,\ -3)$

$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times \{1 - (-3)\} \times 3 = 6$

18. 다음 중 이차함수 $y = -x^2 + 4x - 3$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것은?

① 꼭짓점의 좌표는 $(2, -3)$ 이다.

② $y = x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 것이다.

③ 축의 방정식은 $x = 2$ 이다.

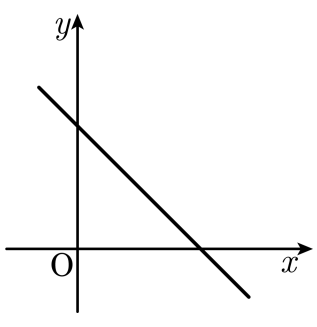
④ 아래로 볼록하다.

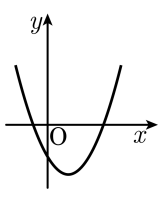
⑤ $x < 2$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

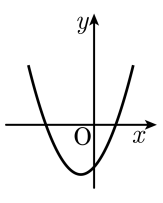
해설

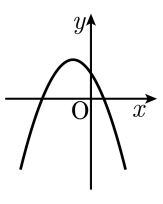
주어진 식을 정리하면 $y = -(x-2)^2 + 1$
① 꼭짓점의 좌표는 $(2,\ 1)$
② $y = -x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 것이다.
④ 위로 볼록한 그래프
⑤ $x < 2$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

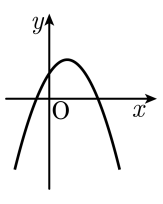
19. 일차함수 $y=ax+b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $y=-x^2+ax+b$ 의 그래프의 모양은?

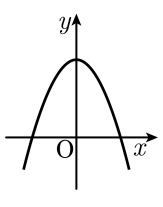


① 

② 

③ 

④ 

⑤ 

해설

기울기는 음수이고, y 절편은 양수이므로 $a<0,\ b>0$ 이다.

$y=-x^2+ax+b=-\left(x-\frac{1}{2}a\right)^2+b+\frac{1}{4}a^2$

기울기는 -1 이므로 위로 볼록한 그래프이고, y 절편은 $b+\frac{1}{4}a^2$ 이므로 양수이다.

또한, x 축이 $x=\frac{1}{2}a<0$ 이므로 왼편에 있다.

20. 꼭짓점의 좌표가 $(-2,\ 3)$ 이고, 한 점 $(1,\ -6)$ 을 지나는 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식이 $y = ax^2 + bx + c$ 일 때, $a + b + c$ 의 값은?

① -2 ② 2 ③ -6 ④ 6 ⑤ 1

해설

$y = a(x+2)^2 + 3$ 이 점 $(1,\ -6)$ 을 지나므로
$-6 = a(1+2)^2 + 3,\ a = -1$ 이다.
$\therefore\ y = -(x+2)^2 + 3 = -x^2 - 4x - 1$
$\therefore\ a + b + c = -1 - 4 - 1 = -6$

21. 꼭짓점의 좌표가 $(1, -2)$ 인 포물선이 두 점 $(2, -3)$, $(m, -6)$ 을 지날 때, 다음 중 m 의 값이 될 수 있는 것은?

① -1 ② 5 ③ -3 ④ -6 ⑤ -9

해설

꼭짓점의 좌표가 $(1, -2)$ 이므로
$y = a(x-1)^2 - 2$ 이고 점 $(2, -3)$ 을
지나므로 $-3 = a(2-1)^2 - 2$
$a = -1$ 이다.
$y = -(x-1)^2 - 2$
점 $(m, -6)$ 을 지나므로
$-6 = -(m-1)^2 - 2$
$\therefore\ m = 3$ 또는 $m = -1$

22. $(-1,\ 7),\ (1,\ 1),\ (2,\ 1)$ 을 지나는 이차함수의 식을 구하면?

① $y = -x^2 - x + 3$
② $y = -x^2 - 3x + 1$
③ $y = x^2 - x + 1$
④ $y = x^2 - 3x + 3$
⑤ $y = x^2 - 3x + 7$

해설

구하는 식을 $y = ax^2 + bx + c$ 라 하고
$(-1,\ 7)$ 을 대입하면 $7 = a - b + c$
$(1,\ 1)$ 을 대입하면 $1 = a + b + c$
$(2,\ 1)$ 을 대입하면 $1 = 4a + 2b + c$
세 식을 연립하여 풀면
$a = 1,\ b = -3,\ c = 3$
$\therefore\ y = x^2 - 3x + 3$

23. 이차함수 $y = \frac{1}{4}x^2 - 2x - 3 + m$ 의 최솟값이 5 일 때, 이 그래프의 y 절편은 n 라고 한다. 이 때, 상수 m, n 의 합 $m + n$ 의 값을 구하면?

① 6 ② 9 ③ 15 ④ 21 ⑤ 24

해설

$y = \frac{1}{4}x^2 - 2x - 3 + m$

$y = \frac{1}{4}(x^2 - 8x + 16 - 16) - 3 + m$

$= \frac{1}{4}(x-4)^2 - 7 + m$

최솟값이 5 이므로 $-7 + m = 5$에서 $m = 12$ 이다.

y 절편은 $n = -3 + m = -3 + 12 = 9$ 이다.

따라서 $m + n = 12 + 9 = 21$ 이다.

24. 이차함수 $y = x^2 + 2bx + c$ 가 $x = 1$ 에서 최솟값 3 을 가질 때, $b + c$ 의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x = 1$ 일 때, 최솟값 3 을 가지므로 꼭짓점의 좌표는 $(1,\ 3)$ 이다.

$$\begin{aligned} y &= x^2 + 2bx + c \\ &= (x-1)^2 + 3 \\ &= x^2 - 2x + 4 \end{aligned}$$

$\therefore b = -1,\ c = 4$

$\therefore b + c = 3$

25. 이차함수 $y = 3x^2 + 6x + a$ 의 최솟값이 7 일 때, a 의 값을 고르면?

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

해설

$y = 3(x+1)^2 - 3 + a$ 이므로

$-3 + a = 7$

$\therefore a = 10$

26. 이차함수 $y = x^2 - 2ax - 2a - 5$ 의 최솟값을 m 이라고 할 때, m 의 최댓값을 구하면?

① -1　② -2　③ -3　④ -4　⑤ -5

해설

$y = x^2 - 2ax - 2a - 5$

$= (x - a)^2 - a^2 - 2a - 5$

y 의 최솟값 : $m = -a^2 - 2a - 5$

$= -(a + 1)^2 - 4$

m 의 최댓값 : -4

27. 차가 16 인 두 수가 있다. 두 수의 곱의 최솟값을 구하면?

① 4 ② 32 ③ 43 ④ −26 ⑤ −64

해설

차가 16 인 두 수가 있다. 한 수를 x 로 두면 나머지 한 수는 $(x+16)$ 이다.

$y = x(x+16) = x^2 + 16x = (x^2 + 16x + 64) - 64$

$y = (x+8)^2 - 64$

28. 합이 16 인 두 수가 있다. 이 두수의 곱의 최댓값을 구하면?

① 50 ② 62 ③ 64 ④ 79 ⑤ 83

해설

두 수를 각각x, $16-x$ 라고 하면

$y = x(16-x)$

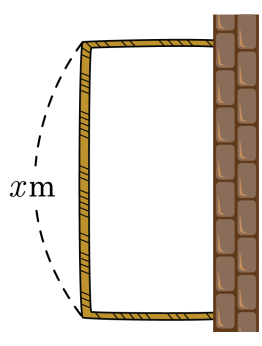
$= -x^2 + 16x$

$= -(x^2 - 16x + 64 - 64)$

$= -(x-8)^2 + 64$

$x = 8$ 일 때, 최댓값 64 을 갖는다.

29. 다음 그림과 같이 길이 20 m 인 철망을 담벽에 ㄷ자 모양으로 둘러싸서 닭장을 만들려고 한다. 이 닭장의 넓이의 최댓값은 얼마인가?



① 70 m^2 ② 40 m^2 ③ 50 m^2

④ 80 m^2 ⑤ 60 m^2

해설

닭장 넓이를 y라 하면

$$\begin{aligned} y &= x\left(\frac{20-x}{2}\right) \\ &= \frac{1}{2}(-x^2+20x) \\ &= -\frac{1}{2}(x^2-20x+100-100) \\ &= -\frac{1}{2}(x-10)^2+50 \end{aligned}$$

$\therefore x=10$ 일 때 최댓값 $50\,\mathrm{m}^2$

30. 둘레의 길이가 24m 인 직사각형 중 그 넓이가 가장 넓을 때의 넓이를 구하면?

① $30\,\mathrm{cm}^2$ ② $32\,\mathrm{cm}^2$ ③ $34\,\mathrm{cm}^2$

④ $36\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $38\,\mathrm{cm}^2$

해설

가로의 길이를 $x\,\mathrm{m}$, 세로의 길이를 $(24-x)\,\mathrm{m}$, 넓이를 $y\,\mathrm{m}^2$ 라 하면

$y = x(12-x)$

$= -x^2 + 12x$

$= -(x^2 - 12x + 36 - 26)$

$= -(x-6)^2 + 36$

따라서 $x = 6$ 일 때 넓이의 최댓값은 $36\,\mathrm{m}^2$ 이다.

31. 가로의 길이가 5cm , 세로의 길이가 9cm 인 직사각형의 가로의 길이를 $x$cm 만큼 늘이고, 세로의 길이를 $x$cm 만큼 줄여서 새로운 직사각형을 만들었다. 새로운 직사각형의 넓이가 최대가 되도록 하는 x 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 2.5 ④ 3 ⑤ 3.5

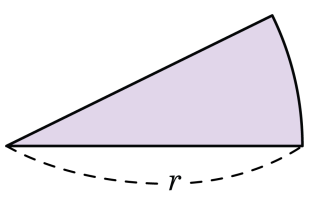
해설

새로운 사각형의 넓이를 S 라 하면

$$\begin{aligned} S &= (5+x)(9-x) \\ &= -x^2+4x+45 \\ &= -(x-2)^2+49 \end{aligned}$$

따라서 $x=2$ 일 때 새로운 직사각형의 넓이의 최댓값 49cm^2 를 가진다.

32. 둘레의 길이가 20cm 인 부채꼴의 넓이가 최대일 때의 반지름의 길이는?



① 1cm ② 2cm ③ 3cm ④ 4cm ⑤ 5cm

해설

부채꼴의 호의 길이는 $l = (20 - 2r)$cm
부채꼴의 넓이를 y라 하면

$$y = \frac{1}{2}r(20 - 2r) = (10 - r)r = -(r - 5)^2 + 25$$

따라서 꼭짓점이 $(5, 25)$ 이므로 반지름의 길이가 5 cm 일 때, 부채꼴의 넓이가 최댓값 25cm^2 를 가진다.

33. 과학 탐구 반 학생들이 물 로켓을 발사하는데 위로 똑바로 쏘아 올린 물 로켓의 t 초 후의 높이가 $(40t-8t^2)$m 이다. 이 때 물 로켓이 올라갈 수 있는 최대 높이는?

① 30m ② 35m ③ 40m ④ 45m ⑤ 50m

해설

높이를 h 라 하면

$h=-8t^2+40t=-8\left(t-\frac{5}{2}\right)^2+50$

$\therefore$ 50m