

1. 이차함수 $y = 3x^2 - 9x + 10$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

① 꼭짓점의 좌표는 $\left(\frac{3}{2}, \frac{13}{4}\right)$ 이다.

② 축의 방정식은 $x = \frac{3}{2}$ 이다.

③ y 축과 $(0, 3)$ 에서 만난다.

④ $x > \frac{3}{2}$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

⑤ $y = 3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 $\frac{3}{2}$ 만큼, y 축의 방향으로 $\frac{13}{4}$ 만큼 평행 이동한 것이다.

해설

③ y 축과 $(0, 10)$ 에서 만난다.

2. 다음 보기의 이차함수의 그래프 중 이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프를 평행이동하여 완전히 포괄 수 없는 것을 모두 고르면?

① $y = -2x^2 - 4x - 1$

② $y = -2(x - 1)^2$

③ $y = -\frac{1}{2}x^2 + 1$

④ $y = x^2 - 2x - (1 + 3x^2)$

⑤ $y = -(2 - x)(2 + x) + 1$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프에서 a 의 값이 같으면 평행 이동하여 두 이차 함수의 그래프를 완전히 포괄 수 있다.

따라서 $a = -2$ 가 아닌 것은 ③, ⑤이다.

3. 이차함수 $y = x^2 - 6x + 5$ 의 그래프와 x 축과의 교점의 x 좌표와 y 축과 교점의 y 좌표를 구하면?

① x 의 좌표: 2, 0 , y 의 좌표: 0

② x 의 좌표: -5, -1 , y 의 좌표: -5

③ x 의 좌표: 1, -3 , y 의 좌표: $\frac{3}{2}$

④ x 의 좌표: 1, 5 , y 의 좌표: 5

⑤ x 의 좌표: 0, 2 , y 의 좌표: 0

해설

$y = 0$ 을 대입하면 $x^2 - 6x + 5 = 0$

$(x - 1)(x - 5) = 0 \therefore x = 1$ 또는 $x = 5$

$x = 0$ 을 대입하면 $y = 5$

4. 다음 이차함수 중 그래프가 모든 사분면을 지나는 것은?

① $y = x^2 - 4x + 2$

② $y = -3x^2 + x - 3$

③ $y = x^2 - 2x - 3$

④ $y = -2x^2 + 8x - 7$

⑤ $y = 2x^2 - 4x + 2$

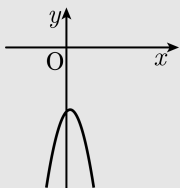
해설

① $y = x^2 - 4x + 2 = (x - 2)^2 - 2$

꼭짓점이 $(2, -2)$ 로 제 4사분면에 있고, y 절편은 2인 아래로 볼록한 그래프로, 제 1, 2, 4 사분면을 지난다.

② $y = -3x^2 + x - 3 = -3(x^2 - \frac{1}{3}x + \frac{1}{36} - \frac{1}{36}) - 3 = -3(x - \frac{1}{6})^2 - \frac{35}{12}$

꼭짓점은 $(\frac{1}{6}, -\frac{35}{12})$ 이고, y 절편이 -3 이면서 위로 볼록한 그래프로, 제 3, 4 사분면을 지난다.

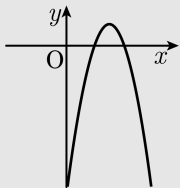


③ $y = x^2 - 2x - 3 = (x - 2)^2 - 4$

꼭짓점은 $(1, -4)$ 이고, y 절편이 -3 이면서 아래로 볼록한 그래프로, 모든 사분면을 지난다.

④ $y = -2x^2 + 8x - 7 = -2(x^2 - 4x + 4 - 4) - 7 = -2(x - 2)^2 + 1$

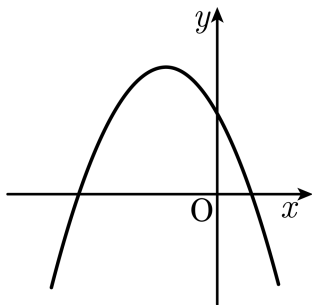
꼭짓점은 $(2, 1)$ 이고, y 절편이 -7 이면서 위로 볼록한 그래프로, 제 1, 3, 4 사분면을 지난다.



⑤ $y = 2x^2 - 4x + 2 = 2(x^2 - 2x + 1 - 1) + 2 = 2(x - 1)^2$

꼭짓점은 $(1, 0)$ 이고, y 절편이 2이면서 아래로 볼록한 그래프로, 제 1, 2 사분면을 지난다.

5. 다음 그래프는 $y = ax^2 - bx + c$ 의 그래프이다. a, b, c 의 부호는?



① $a > 0, b > 0, c > 0$

② $a < 0, b > 0, c > 0$

③ $a > 0, b > 0, c < 0$

④ $a < 0, b > 0, c < 0$

⑤ $a < 0, b > 0, c = 0$

해설

위로 볼록하므로 $a < 0$

대칭축이 y 축의 왼쪽에 있으므로 $-ab > 0$

$$ab < 0$$

$$\therefore b > 0$$

y 절편이 양수이므로 $c > 0$

6. 꼭짓점의 좌표가 (2, 1) 이고, y 축과의 교점의 좌표가 (0, 9) 인 이차함수의 식을 $y = ax^2 + bx + c$ 의 꼴로 나타내면?

① $y = x^2 - 6x + 9$

② $y = 2x^2 - 8x + 9$

③ $y = 3x^2 - 10x + 9$

④ $y = -2x^2 + 9$

⑤ $y = -3x^2 + 11x - 9$

해설

꼭짓점의 좌표가 (2, 1) 이므로

$y = a(x - 2)^2 + 1$ 이고, y 절편이 9 이므로

$9 = a(0 - 2)^2 + 1$, $a = 2$ 이다.

$$y = 2(x - 2)^2 + 1$$

$$= 2x^2 - 8x + 9$$

7. x 축에 접하고 축의 방정식이 $x = 2$, y 절편이 -2 인 이차함수를 구하면?

① $y = \frac{1}{2}(x+2)^2$

② $y = -\frac{1}{2}(x-2)^2$

③ $y = \frac{1}{2}(x-2)^2 - 2$

④ $y = -\frac{1}{2}(x+2)^2$

⑤ $y = 2(x-2)^2 - 2$

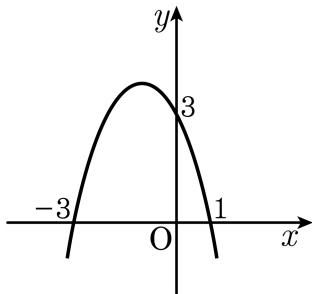
해설

$$y = a(x-2)^2 \text{ 의 } y \text{ 절편 } 4a = -2$$

$$a = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore y = -\frac{1}{2}(x-2)^2$$

8. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, $a + b + c$ 의 값은 얼마인가?



① -6

② -2

③ 0

④ 4

⑤ -4

해설

x 절편이 $-3, 1$ 이므로 $y = a(x + 3)(x - 1)$

y 절편이 3 이므로 $(0, 3)$ 을 대입하면

$$3 = -3a$$

$$\therefore a = -1$$

따라서 구하는 식은

$$y = -(x + 3)(x - 1) = -x^2 - 2x + 3, b = -2, c = 3$$

$$\therefore a + b + c = 0$$

9. 이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼 y 축의 방향으로 4 만큼 평행이동시켰을 때, 최댓값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$y = -2(x + 3)^2 + 4$$

따라서 $x = -3$ 일 때, 최댓값은 4 이다.

10. 그래프의 모양이 $y = -2x^2$ 과 같고 $x = 1$ 일 때 최댓값 5 를 갖는다.
이때, 이 함수의 식은?

① $y = -2x^2 - 4x + 4$

② $y = -2x^2 - 4x + 5$

③ $y = -2x^2 + 4x - 3$

④ $y = -2x^2 + 4x + 3$

⑤ $y = -2x^2 - x + 5$

해설

꼭짓점의 좌표가 (1, 5), x^2 의 계수가 -2 이므로

$$\begin{aligned} y &= -2(x-1)^2 + 5 \\ &= -2(x^2 - 2x + 1) + 5 \\ &= -2x^2 + 4x + 3 \\ \therefore y &= -2x^2 + 4x + 3 \end{aligned}$$

11. 이차함수 $y = -x^2 + 2x + 3$ 을 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 꼴로 나타낼 때, $p + q$ 의 값은?

① 6

② 5

③ 4

④ 3

⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} y &= -x^2 + 2x + 3 \\ &= -(x^2 - 2x + 1 - 1) + 3 \\ &= -(x - 1)^2 + 4 \end{aligned}$$

$$\therefore p = 1, q = 4$$

$$\therefore p + q = 1 + 4 = 5$$

12. $y = x^2 + 1$ 의 그래프를 x 축, y 축의 방향으로 각각 얼마만큼 평행이동시키면 이차함수 $y = x^2 + 3x + 2$ 의 그래프와 일치하겠는가?

- ① x 축으로 $-\frac{3}{2}$, y 축으로 $-\frac{1}{4}$
- ② x 축으로 $-\frac{3}{2}$, y 축으로 $-\frac{5}{4}$
- ③ x 축으로 $\frac{3}{2}$, y 축으로 $-\frac{1}{4}$
- ④ x 축으로 $\frac{3}{2}$, y 축으로 $\frac{3}{4}$
- ⑤ x 축으로 $-\frac{3}{2}$, y 축으로 $\frac{3}{4}$

해설

$y = x^2 + 1$ 의 꼭짓점의 좌표는 $(0, 1)$

$y = x^2 + 3x + 2 = \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}$ 의 꼭짓점의 좌표는 $\left(-\frac{3}{2}, -\frac{1}{4}\right)$

이므로

x 축 방향으로 $-\frac{3}{2}$ 만큼, y 축 방향으로 $-\frac{5}{4}$ 만큼 평행이동한 것이다.

13. 이차함수 $y = 2(x - 4)^2 - 6$ 의 그래프를 x 축 방향으로 p 만큼, y 축 방향으로 q 만큼 평행이동하여 $y = 2(x + 3)^2 + 3$ 이 되었다. $p + q$ 의 값은?

① -10

② -2

③ 2

④ 6

⑤ 8

해설

$$\begin{aligned}y &= 2(x - 4 - p)^2 - 6 + q \\ &= 2(x + 3)^2 + 3\end{aligned}$$

$$-4 - p = 3, \quad p = -7$$

$$-6 + q = 3, \quad q = 9$$

$$\therefore p + q = 2$$

14. $y = -2x^2 - 4x + 10$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소하는 x 의 값의 범위는?

① $x > 1$

② $x < 1$

③ $x > 0$

④ $x > -1$

⑤ $x < -1$

해설

$$\begin{aligned} y &= -2x^2 - 4x + 10 \\ &= -2(x + 1)^2 + 12 \end{aligned}$$

위로 볼록한 모양의 포물선이고 축의 방정식 $x = -1$ 이므로 따라서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소하는 x 의 값의 범위는 $\{x \mid x > -1\}$ 이다.

15. 이차함수 $y = -\frac{1}{2}x^2 + x + 4$ 의 그래프와 x 축과 만나는 두 점의 x 좌표가 p, q 이고, y 축과 만나는 점의 좌표가 r 일 때, pqr 의 값을 구하면?

- ① -32 ② -16 ③ -8 ④ 16 ⑤ 32

해설

x 축과의 교점 ($y = 0$ 을 대입) 의 x 좌표를 구하면

$$0 = -\frac{1}{2}x^2 + x + 4$$

$$(x - 4)(x + 2) = 0 \text{ 이므로}$$

$$\therefore x = -2 \text{ 또는 } x = 4$$

y 축과 만나는 점의 좌표가 r 은 y 절편이므로 $r = 4$

$$\therefore pqr = (-2) \times 4 \times 4 = -32$$

16. 다음 이차함수의 그래프가 x 축과 만나지 않는 것은?

① $y = x^2 - 1$

② $y = x^2 - 2x - 3$

③ $y = x^2 + 4x + 4$

④ $y = x^2 - 2x$

⑤ $y = x^2 - 4x + 5$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 와 x 축과의 교점의 개수

$b^2 - 4ac > 0$: 2 개

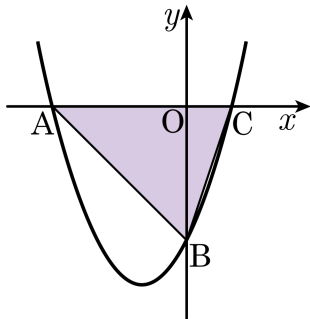
$b^2 - 4ac = 0$: 1 개

$b^2 - 4ac < 0$: 0 개

⑤ $(-4)^2 - 4 \times 5 = -4 < 0$

따라서 x 축과 만나지 않는다.

17. 다음 그림은 $y = x^2 + 2x - 3$ 의 그래프이다. 이 포물선과 x 축과의 교점을 A, C 라 하고, y 축과의 교점을 B 라 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



① 4

② 6

③ 8

④ 10

⑤ 12

해설

$$y = x^2 + 2x - 3 = (x + 3)(x - 1) = 0$$

$$\therefore A(-3, 0), C(1, 0)$$

$$\therefore B(0, -3)$$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times \{1 - (-3)\} \times 3 = 6$$

18. 다음 중 이차함수 $y = -x^2 + 4x - 3$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것은?

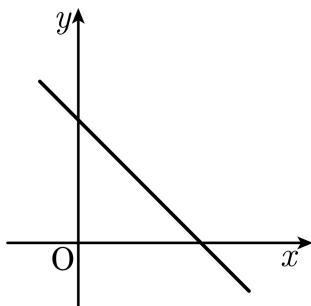
- ① 꼭짓점의 좌표는 $(2, -3)$ 이다.
- ② $y = x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 것이다.
- ③ 축의 방정식은 $x = 2$ 이다.
- ④ 아래로 볼록하다.
- ⑤ $x < 2$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

해설

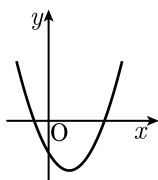
주어진 식을 정리하면 $y = -(x - 2)^2 + 1$

- ① 꼭짓점의 좌표는 $(2, 1)$
- ② $y = -x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 것이다.
- ④ 위로 볼록한 그래프
- ⑤ $x < 2$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

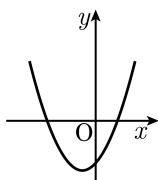
19. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $y = -x^2 + ax + b$ 의 그래프의 모양은?



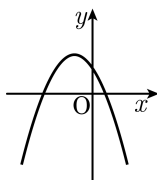
①



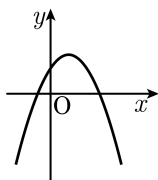
②



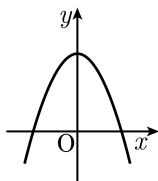
③



④



⑤



해설

기울기는 음수이고, y 절편은 양수이므로 $a < 0$, $b > 0$ 이다.

$$y = -x^2 + ax + b = -\left(x - \frac{1}{2}a\right)^2 + b + \frac{1}{4}a^2$$

기울기는 -1 이므로 위로 볼록한 그래프이고, y 절편은 $b + \frac{1}{4}a^2$ 이므로 양수이다.

또한, x 축이 $x = \frac{1}{2}a < 0$ 이므로 왼쪽에 있다.

20. 꼭짓점의 좌표가 $(-2, 3)$ 이고, 한 점 $(1, -6)$ 을 지나는 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식이 $y = ax^2 + bx + c$ 일 때, $a + b + c$ 의 값은?

① -2

② 2

③ -6

④ 6

⑤ 1

해설

$y = a(x + 2)^2 + 3$ 이 점 $(1, -6)$ 을 지나므로

$-6 = a(1 + 2)^2 + 3, a = -1$ 이다.

$\therefore y = -(x + 2)^2 + 3 = -x^2 - 4x - 1$

$\therefore a + b + c = -1 - 4 - 1 = -6$

21. 꼭짓점의 좌표가 $(1, -2)$ 인 포물선이 두 점 $(2, -3)$, $(m, -6)$ 을 지날 때, 다음 중 m 의 값이 될 수 있는 것은?

① -1

② 5

③ -3

④ -6

⑤ -9

해설

꼭짓점의 좌표가 $(1, -2)$ 이므로

$y = a(x - 1)^2 - 2$ 이고 점 $(2, -3)$ 을

지나므로 $-3 = a(2 - 1)^2 - 2$

$a = -1$ 이다.

$y = -(x - 1)^2 - 2$

점 $(m, -6)$ 을 지나므로

$-6 = -(m - 1)^2 - 2$

$\therefore m = 3$ 또는 $m = -1$

22. $(-1, 7), (1, 1), (2, 1)$ 을 지나는 이차함수의 식을 구하면?

① $y = -x^2 - x + 3$

② $y = -x^2 - 3x + 1$

③ $y = x^2 - x + 1$

④ $y = x^2 - 3x + 3$

⑤ $y = x^2 - 3x + 7$

해설

구하는 식을 $y = ax^2 + bx + c$ 라 하고

$(-1, 7)$ 을 대입하면 $7 = a - b + c$

$(1, 1)$ 을 대입하면 $1 = a + b + c$

$(2, 1)$ 을 대입하면 $1 = 4a + 2b + c$

세 식을 연립하여 풀면

$$a = 1, b = -3, c = 3$$

$$\therefore y = x^2 - 3x + 3$$

23. 이차함수 $y = \frac{1}{4}x^2 - 2x - 3 + m$ 의 최솟값이 5 일 때, 이 그래프의 y 절편은 n 라고 한다. 이 때, 상수 m, n 의 합 $m + n$ 의 값을 구하면?

① 6

② 9

③ 15

④ 21

⑤ 24

해설

$$y = \frac{1}{4}x^2 - 2x - 3 + m$$

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{4}(x^2 - 8x + 16 - 16) - 3 + m \\ &= \frac{1}{4}(x - 4)^2 - 7 + m \end{aligned}$$

최솟값이 5 이므로 $-7 + m = 5$ 에서 $m = 12$ 이다.

y 절편은 $n = -3 + m = -3 + 12 = 9$ 이다.

따라서 $m + n = 12 + 9 = 21$ 이다.

24. 이차함수 $y = x^2 + 2bx + c$ 가 $x = 1$ 에서 최솟값 3 을 가질 때, $b + c$ 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$x = 1$ 일 때, 최솟값 3 을 가지므로 꼭짓점의 좌표는 $(1, 3)$ 이다.

$$\begin{aligned}y &= x^2 + 2bx + c \\&= (x - 1)^2 + 3 \\&= x^2 - 2x + 4\end{aligned}$$

$$\therefore b = -1, c = 4$$

$$\therefore b + c = 3$$

25. 이차함수 $y = 3x^2 + 6x + a$ 의 최솟값이 7 일 때, a 의 값을 고르면?

① 4

② 6

③ 8

④ 10

⑤ 12

해설

$$y = 3(x+1)^2 - 3 + a \text{ 이므로}$$

$$-3 + a = 7$$

$$\therefore a = 10$$

26. 이차함수 $y = x^2 - 2ax - 2a - 5$ 의 최솟값을 m 이라고 할 때, m 의 최댓값을 구하면?

① -1

② -2

③ -3

④ -4

⑤ -5

해설

$$\begin{aligned}y &= x^2 - 2ax - 2a - 5 \\&= (x - a)^2 - a^2 - 2a - 5\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}y \text{ 의 최솟값 : } m &= -a^2 - 2a - 5 \\&= -(a + 1)^2 - 4\end{aligned}$$

m 의 최댓값 : -4

27. 차가 16 인 두 수가 있다. 두 수의 곱의 최솟값을 구하면?

① 4

② 32

③ 43

④ -26

⑤ -64

해설

차가 16 인 두 수가 있다. 한 수를 x 로 두면 나머지 한 수는 $(x + 16)$ 이다.

$$y = x(x + 16) = x^2 + 16x = (x^2 + 16x + 64) - 64$$

$$y = (x + 8)^2 - 64$$

28. 합이 16 인 두 수가 있다. 이 두수의 곱의 최댓값을 구하면?

① 50

② 62

③ 64

④ 79

⑤ 83

해설

두 수를 각각 x , $16 - x$ 라고 하면

$$y = x(16 - x)$$

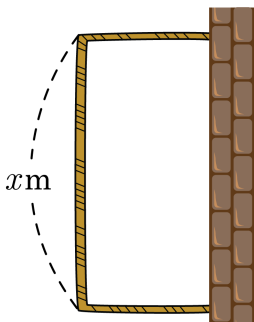
$$= -x^2 + 16x$$

$$= -(x^2 - 16x + 64 - 64)$$

$$= -(x - 8)^2 + 64$$

$x = 8$ 일 때, 최댓값 64 을 갖는다.

29. 다음 그림과 같이 길이 20m 인 철망을 담벽에 ㄷ자 모양으로 둘러싸서 닭장을 만들려고 한다. 이 닭장의 넓이의 최댓값은 얼마인가?



① 70 m^2

② 40 m^2

③ 50 m^2

④ 80 m^2

⑤ 60 m^2

해설

닭장 넓이를 y 라 하면

$$\begin{aligned} y &= x \left(\frac{20-x}{2} \right) \\ &= \frac{1}{2}(-x^2 + 20x) \\ &= -\frac{1}{2}(x^2 - 20x + 100 - 100) \\ &= -\frac{1}{2}(x-10)^2 + 50 \end{aligned}$$

$\therefore x = 10$ 일 때 최댓값 50 m^2

30. 둘레의 길이가 24m 인 직사각형 중 그 넓이가 가장 넓을 때의 넓이를 구하면?

① 30 cm^2

② 32 cm^2

③ 34 cm^2

④ 36 cm^2

⑤ 38 cm^2

해설

가로의 길이를 $x\text{ m}$, 세로의 길이를 $(24 - x)\text{ m}$, 넓이를 $y\text{ m}^2$ 라 하면

$$\begin{aligned}y &= x(12 - x) \\&= -x^2 + 12x \\&= -(x^2 - 12x + 36 - 26) \\&= -(x - 6)^2 + 36\end{aligned}$$

따라서 $x = 6$ 일 때 넓이의 최댓값은 36 m^2 이다.

31. 가로 길이가 5cm, 세로 길이가 9cm 인 직사각형의 가로의 길이를 x cm 만큼 늘이고, 세로의 길이를 x cm 만큼 줄여서 새로운 직사각형을 만들었다. 새로운 직사각형의 넓이가 최대가 되도록 하는 x 의 값은?

① 1

② 2

③ 2.5

④ 3

⑤ 3.5

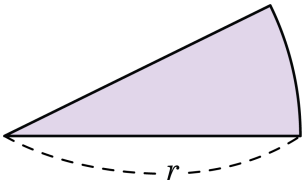
해설

새로운 사각형의 넓이를 S 라 하면

$$\begin{aligned} S &= (5+x)(9-x) \\ &= -x^2 + 4x + 45 \\ &= -(x-2)^2 + 49 \end{aligned}$$

따라서 $x=2$ 일 때 새로운 직사각형의 넓이의 최댓값 49cm^2 를 가진다.

32. 둘레의 길이가 20cm 인 부채꼴의 넓이가 최대일 때의 반지름의 길이는?



① 1cm

② 2cm

③ 3cm

④ 4cm

⑤ 5cm

해설

부채꼴의 호의 길이는 $l = (20 - 2r)\text{cm}$

부채꼴의 넓이를 y 라 하면

$$y = \frac{1}{2}r(20 - 2r) = (10 - r)r = -(r - 5)^2 + 25$$

따라서 꼭짓점이 $(5, 25)$ 이므로 반지름의 길이가 5cm 일 때,
부채꼴의 넓이가 최댓값 25cm^2 를 가진다.

33. 과학 탐구 반 학생들이 물 로켓을 발사하는데 위로 똑바로 쏘아 올린 물 로켓의 t 초 후의 높이가 $(40t - 8t^2)$ m 이다. 이 때 물 로켓이 올라갈 수 있는 최대 높이는?

① 30m

② 35m

③ 40m

④ 45m

⑤ 50m

해설

높이를 h 라 하면

$$h = -8t^2 + 40t = -8\left(t - \frac{5}{2}\right)^2 + 50$$

$\therefore 50\text{m}$