1. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $i^2 = -1$

② $x^2 = -4$ 를 만족하는 실수는 존재하지 않는다.

③ $\sqrt{-9} = 3i$

④ 2는 복소수이다.

⑤ $a + bi$ 에서 $b = 0$ 이면 실수이다. (단, a, b 는 실수)

해설

④ $2 = 2 + 0 \cdot i$ 이므로 복소수이다.

2. 복소수 $\frac{3+i}{1+i}+\frac{a-i}{1-i}$ 가 실수가 되도록 하는 실수 a 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\frac{3+i}{1+i}+\frac{a-i}{1-i}=\frac{(3+i)(1-i)+(1+i)(a-i)}{(1+i)(1-i)}$$
$$=\frac{4-2i+(a+1)+(a-1)i}{2}$$
$$=\frac{a+5+(a-3)i}{2}$$

위의 식이 실수가 되려면 허수 부분이 0이어야 하므로 $a-3=0$

$\therefore\ a=3$

3. 실수 k에 대하여 복소수 $z = 3(k+2i) - k(1-i)^2$의 값이 순허수가 되도록 k의 값을 정하면?

① -2 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$$z = 3(k+2i) - k(-2i)$$
$$= 3k + (6+2k)i \Rightarrow \text{순허수}$$
$$\therefore\ 3k = 0,\ k = 0$$

4. 실수 x, y에 대하여 $x+y+(xy-1)i=2+i$일 때 x^2+y^2의 값은?

① 4 ② 2 ③ 1 ④ 0 ⑤ -1

해설

$x+y=2,\ xy-1=1 \quad \therefore xy=2$

$\therefore x^2+y^2=(x+y)^2-2xy=0$

5. 등식 $(1-2i)x+(2+i)y=4-3i$ 를 만족하는 실수 $x+y$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 8

해설

$(1-2i)x+(2+i)y=4+3i=0$ 에서

$(x+2y-4)+(-2x+y+3)i=0$

복소수가 서로 같을 조건에 의하여

$x+2y-4=0$, $-2x+y+3=0$

위의 두 식을 연립하여 풀면

$x=2,\ y=1$

$\therefore\ x+y=3$

6. $(1+3i)(1-3i)-(2-i)(3+i)$ 를 계산하면?

① $17-i$ ② $3+i$ ③ $3-i$ ④ $7+i$ ⑤ $7-i$

해설

$$(1+3i)(1-3i)-(2-i)(3+i)$$
$$= (1+9)-(6-i+1)$$
$$= 3+i$$

7. 다음 식을 간단히 하여라.

$$\frac{1-2i}{2+3i}+\frac{1+2i}{2-3i}$$

▶ **답 :**

▷ **정답 :** $-\frac{8}{13}$

해설

(준식)

$$=\frac{(1-2i)(2-3i)+(1+2i)(2+3i)}{(2+3i)(2-3i)}$$

$$=\frac{(2-6)+(-4-3)i+(2-6)+(4+3)i}{2^2+3^2}$$

$$=\frac{(-4-7i)+(-4+7i)}{13}$$

$$=-\frac{8}{13}$$

8. 실수 k 에 대하여 복소수 $z = 2(k-i)-k(1+i)^2$ 의 값이 실수가 되도록 하는 k 의 값은?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$z = 2(k-i)-k(1+i)^2$ 의 값이 실수가 되려면 허수 부분이 0 이어야 한다.

$$\begin{aligned} z &= 2(k-i)-k(1+i)^2 \\ &= 2k-2i-2ki \\ &= 2k-(2+2k)i \end{aligned}$$

허수 부분이 0이려면 $2+2k=0$ 이어야 한다.

따라서 $k=-1$

9. 복소수 $z=(2+i)a^2+(1+4i)a+2(2i-3)$이 순허수일 때, 실수 a의 값은?

① -2 ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

해설

$z=(2a^2+a-6)+(a^2+4a+4)i$

순허수이므로 $2a^2+a-6=0$

$\Rightarrow \quad (a+2)(2a-3)=0$

$\Leftrightarrow \ a=-2$ 또는 $a=\frac{3}{2}$

그런데 $a=2$이면,

$a^2+4a+4=0$이 되어 순허수가 성립되지 않는다.

$\therefore \quad a=\frac{3}{2}$

10. $i^2 = -1$이라 할 때, 다음 중 제곱하여 음수가 되는 수의 개수는?

-2, $-\sqrt{2}$, $2i$, $-2i$, $3i$, $-3i$, $1-i$, $1+i$

① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

$i^2 = -1$이므로 제곱해서 음수가 되는 수는 순허수, 즉 $ai(a \neq 0)$의 꼴이 되어야 한다.

$\therefore$ $2i$, $-2i$, $3i$, $-3i$ 4개,

$2, -\sqrt{2}$는 실수이므로

$(\text{실수})^2 \geq 0$, $(1 \pm i)^2 = 1 \pm 2i - 1 = \pm 2i$가 된다.

11. $(1+i)x^2+(1-i)x-6-2i$ 가 순허수가 되는 실수 x 의 값을 구하면?

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 2 ⑤ 3

해설

주어진 식을 정리하면 $(x^2+x-6)+(x^2-x-2)i$ 이고
순허수가 되기 위해선 $x^2+x-6=(x+3)(x-2)=0$ 이어야
하므로 $x=-3$ 또는 $x=2$ 이다.
그런데 $x^2-x-2\neq 0$ 이어야 하므로 $x\neq 2$
따라서 $x=-3$

12. $(1+ai)^2 = 2i$ (a 는 실수)라 할 때 $(1+ai)(1-ai)$ 의 값을 구하시오. (단, $i = \sqrt{-1}$)

▶ **답 :**

▷ **정답 :** 2

해설

$(1+ai)^2 = 2i$ 에서 $(1-a^2)+2ai = 2i$

복소수의 상등에서 $1-a^2 = 0,\ 2a = 2$

$\therefore\ a = 1$

$$\begin{aligned}\therefore\ (1+ai)(1-ai) &= (1+i)(1-i)\\ &= 1-(-1)\\ &= 2\end{aligned}$$

13. x, y가 실수일 때, $(1+i)x+(1-i)y=\dfrac{2-i}{1+i}$을 만족하는 x, y의 값은?

① $x=-\dfrac{1}{2}$, $y=1$ ② $x=\dfrac{1}{2}$, $y=1$ ③ $x=1$, $y=-\dfrac{1}{2}$

④ $x=1$, $y=1$ ⑤ $x=1$, $y=\dfrac{1}{2}$

해설

$$(x+y)+(x-y)i=\frac{2-i}{1+i}=\frac{1}{2}-\frac{3}{2}i$$

$$\Rightarrow \quad x+y=\frac{1}{2}, \quad x-y=-\frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow \quad x=-\frac{1}{2}, \quad y=1$$

14. 등식 $\dfrac{a}{1+i}+\dfrac{b}{1-i}=-5$를 만족하는 두 실수 $a+b$의 값을 구하시오
(단, $i=\sqrt{-1}$)

▶ 답 :

▷ 정답 : -10

해설

주어진 식의 양변에 $(1+i)(1-i)$를 곱하면
$a(1-i)+b(1+i)=-10,\ (a+b)+(b-a)i=-10$
$\therefore a+b=-10,\ b-a=0$

15. $x = 1 + 2i$, $y = \dfrac{1+2i}{1-i}$, $z = \dfrac{1-2i}{1-i}$ 일 때, $xy + xz$ 의 값을 구하면?

① $-1+3i$ ② $-1-2i$ ③ $-1+2i$

④ $-1-i$ ⑤ $-1+i$

해설

$$x = 1+2i,\ y = \frac{1+2i}{1-i},\ z = \frac{1-2i}{1-i}$$

$$\begin{aligned}\therefore\ xy + xz &= \frac{(1+2i)^2}{1-i} + \frac{(1-2i)(1+2i)}{1-i}\\ &= \frac{-3+4i+5}{1-i}\\ &= \frac{2+4i}{1-i}\\ &= -1+3i\end{aligned}$$

16. $\dfrac{5}{1+2i}=x+yi$ 를 만족하는 실수 x, y 의 합을 구하여라.(단, $i=\sqrt{-1}$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $x+y=-1$

해설

$$\frac{5}{1+2i}=\frac{5(1-2i)}{(1+2i)(1-2i)}=\frac{5(1-2i)}{5}=1-2i$$

$$1-2i=x+yi$$

$$x=1, y=-2, x+y=-1$$

17. 다음 보기에서 옳은 것을 모두 고르면?

㉠ $\sqrt{-2}\cdot\sqrt{-3}=-\sqrt{-6}$ ㉡ $\dfrac{\sqrt{27}}{\sqrt{-3}}=3i$ ㉢ $\sqrt{-27}-\sqrt{-3}=2\sqrt{3}i$ ㉣ $\dfrac{4}{\sqrt{-4}}=-2i$ ㉤ $\sqrt{-2}\cdot\sqrt{5}=-\sqrt{10}$ ㉥ $\sqrt{(-3)^2}+(\sqrt{-3})^2=6$

① ㉠,㉡　② ㉢,㉣　③ ㉠,㉣,㉤

④ ㉣,㉥　⑤ ㉠,㉡,㉢,㉣,㉥

해설

㉠ $\sqrt{-2}\cdot\sqrt{-3}=\sqrt{2}i\times\sqrt{3}i=-\sqrt{6}$

㉡ $\dfrac{\sqrt{27}}{\sqrt{-3}}=\dfrac{3\sqrt{3}}{\sqrt{3}i}=-3i$

㉢ $\sqrt{-27}-\sqrt{-3}=3\sqrt{3}i-\sqrt{3}i=2\sqrt{3}i$

㉣ $\dfrac{4}{\sqrt{-4}}=\dfrac{4}{2i}=-2i$

㉤ $\sqrt{-2}\cdot\sqrt{5}=\sqrt{2}i\times\sqrt{5}=\sqrt{10}i$

㉥ $\sqrt{(-3)^2}+(\sqrt{-3})^2=\sqrt{9}+(\sqrt{3}i)^2=0$

18. $\sqrt{-12}+\sqrt{-3}\sqrt{-6}-\dfrac{\sqrt{6}}{\sqrt{-2}}=a+bi$ 일 때, a^2+b^2 의 값은? (단, a, b 는 실수, $i=\sqrt{-1}$)

① 15　② 25　③ 35　④ 45　⑤ 55

해설

$$\sqrt{-12}+\sqrt{-3}\sqrt{-6}-\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{-2}}$$

$$=2\sqrt{3}i-3\sqrt{2}+\sqrt{3}i$$

$$=-3\sqrt{2}+3\sqrt{3}i$$

$$=a+bi$$

따라서, $a=-3\sqrt{2}, b=3\sqrt{3}$

$\therefore\ a^2+b^2=18+27=45$

19. 임의의 두 실수 x, y에 대하여 $(x+yi)(1+2i)+(xi-y)(-1-i)-(y+i)$가 실수일 때, 좌표평면에서 점 $(x,\ y)$로 표현되는 도형과 x축, y축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하면?

① 2 ② 1 ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{6}$

해설

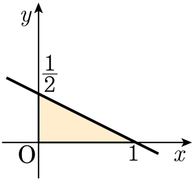
$(\text{준식}) = (2x-2y)+(x+2y-1)\,i = 0$

$\therefore\ x+2y-1=0,$

$y = -\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}$

$S = \frac{1}{2}\times 1\times\frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

$\therefore$ 넓이 $= \frac{1}{4}$



20. 복소수 $z=x+yi$를 좌표평면 위에 점 $p(x,\ y)$에 대응시킬 때, $(3-4i)z$가 실수가 되게 하는 점 p의 자취가 나타내는 도형은?

① 기울기가 양인 직선　② 기울기가 음인 직선
③ 위로 볼록한 포물선　④ 아래로 볼록한 포물선
⑤ 원

해설

$$\begin{aligned}(3-4i)z &= (3-4i)(x+yi)\\ &= (3x+4y)+(-4x+3y)i\end{aligned}$$

실수가 되려면 허수부 $-4x+3y=0$이다.

$\therefore y=\dfrac{4}{3}x$ (⇒기울기가 양인 직선)

21. 복소수 $(1-xi)(1-i)$가 순허수가 되도록 실수 x의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x=1$

해설

$(1-xi)(1-i)=(1-x)+(-1-x)i$

순허수이려면 실수부가 $0 \Rightarrow 1-x=0$,

$x=1$

22. 복소수 $a^2(1+i)+a(3+2i)+2$를 제곱하면 음의 실수가 된다. 이 때, 실수 a의 값을 구하면? (단, $i=\sqrt{-1}$)

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

해설

$(\text{준식})=\left(a^2+3a+2\right)+\left(a^2+2a\right)i \Rightarrow$ 순허수

즉, $a^2+3a+2=0$

$a^2+2a\neq 0$이므로 $\therefore\ a=-1$

23. $\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}i=\dfrac{x+i}{x-i}$ 를 만족하는 실수 x의 값은 ?

① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{3}$ ④ 2 ⑤ -5

해설

$(1+\sqrt{3}i)(x-i)=2(x+i)$

$(x+\sqrt{3})+(\sqrt{3}x-1)i=2x+2i$

복소수가 서로 같을 조건에 의하여

$x+\sqrt{3}=2x,\ \ \sqrt{3}x-1=2$

$\therefore\ x=\sqrt{3}$

24. $i^2=-1$ 일 때, $(n+i)^4$ 이 정수가 되도록 하는 정수 n 의 개수는?

① 0개 ② 1개 ③ 2개 ④ 3개 ⑤ 4개

해설

$(n+i)^4=\{(n+i)^2\}^2=(n^2-1+2ni)^2$

이것이 정수가 되려면 $n^2-1+2ni$ 가 정수가 되거나 순허수가 되어야 한다.

i) $n=0$ 일 때 성립

ii) $n^2-1=0$, $n=\pm1$ 일 때 성립

따라서 구하는 정수의 개수는 3개

해설

$(n+i)^4=n^4-6n^2+1+i(4n^3-4n)$

이것이 실수이려면, $4n^3-4n=0$, $n=0$, ±1

이 때 $(n+i)^4$ 은 모두 정수가 되므로, $(n+i)^4$ 이 정수가 되도록 하는 정수 n 의 개수는 3 개다.

25. $z \cdot \bar{z} = 1$ 을 만족하는 복소수 z_1, z_2 에 대하여 $z_1 + z_2 = 2$ 일 때, $z_1 \cdot z_2$ 의 값은? (단, $\overline{z_1}$, $\overline{z_2}$ 는 각각 z_1, z_2 의 켤레복소수이다.)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$z_1 = a + bi$, $z_2 = c + di$
(a, b, c, d 는 실수)로 놓으면
$\overline{z_1} = a - bi$, $\overline{z_2} = c - di$ 이므로
$z_1 \cdot \overline{z_1} = 1$ 에서
$a^2 + b^2 = 1 \cdots$ ㉠
$z_2 \cdot \overline{z_2} = 1$ 에서
$c^2 + d^2 = 1 \cdots$ ㉡
$z_1 + z_2 = 2$ 에서 $a + c + (b + d)i = 2$
복소수가 서로 같을 조건에 의하여
$a + c = 2,\ b + d = 0$
㉠ − ㉡을 하면
$a^2 - c^2 + b^2 - d^2 = 0$
$(a + c)(a - c) + (b + d)(b - d) = 0$
그런데 $b + d$ 는 0이므로 $(a + c)(a - c) = 0$
$\therefore\ a = -c$ 또는 $a = c$
그런데 $a + c = 2$ 이므로 $a = c = 1$
㉠, ㉡에 $a = c$, $c = 1$ 을 각각 대입하면 $d = b = 0$
따라서 $z_1 = 1$, $z_2 = 1$ 이므로
$z_1 \cdot z_2 = 1$