

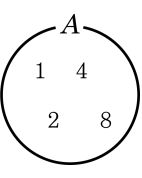
1. 다음 중에서 집합인 것을 모두 고르면? (정답 2 개)

- ① 10보다 작은 짝수의 모임
- ② 눈이 큰 사람의 모임
- ③ 애국가 1 절의 모임
- ④ 착한 사람의 모임
- ⑤ 키가 큰 사람의 모임

해설

- ① 2, 4, 6, 8이므로 집합이다.
- ② ‘큰’이라는 단어가 개인에 따라 그 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.
- ③ ‘애국가 1 절’이라는 명확한 기준이 있으므로 집합이다.
- ④ ‘착한’이라는 단어는 기준이 명확하지 않으므로 집합이 아니다.
- ⑤ ‘키가 크다’는 기준이 명확하지 않으므로 집합이 아니다.

2. 다음 중 벤 다이어그램을 조건제시법으로 나타낸 것으로 옳은 것은?



- ① $A = \{x \mid x \text{는 } 3 \text{의 배수}\}$
- ② $A = \{x \mid x \text{는 } 16 \text{의 배수}\}$
- ③ $A = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 배수}\}$
- ④ $A = \{x \mid x \text{는 } 16 \text{의 배수}\}$
- ⑤ $A = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}$

해설

집합 A 의 원소는 1, 2, 4, 8이다.
8의 약수가 1, 2, 4, 8이므로 집합 A 를 조건제시법으로 나타내면 $A = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}$ 이다.

3. 세 집합 사이에 $\{1, 2\} \subset A \subset \{1, 2, 3, 4\}$ 를 만족하는 집합 A 가 될 수 없는 것은?

① $\{1, 2\}$

② $\{1, 2, 3\}$

③ $\{1, 2, 4\}$

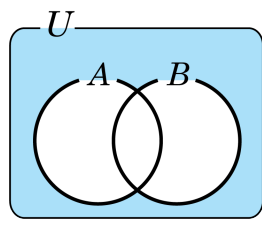
④ $\{2, 3, 4\}$

⑤ $\{1, 2, 3, 4\}$

해설

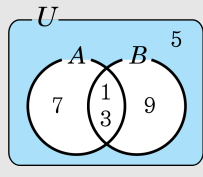
④ $\{1, 2\} \not\subset \{2, 3, 4\}$

4. 전체집합 $U = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A = \{1, 3, 7\}, B = \{1, 3, 9\}$ 일 때, 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분을 나타내는 집합은?



- ① $\{1\}$ ② $\{3\}$ ③ $\{5\}$ ④ $\{1, 3\}$ ⑤ $\{5, 6\}$

해설



따라서 색칠한 부분을 나타내는 집합은 $\{5\}$ 이다.

5. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 의 두부분집합 A, B 에 대하여 $A^c \cup B^c = \{1, 3, 4, 5, 7\}$ 일 때, 집합 $A \cap B$ 의 모든 원소의 합을 구하면?

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

해설

$$\begin{aligned} A^c \cup B^c &= (A \cap B)^c \\ \therefore A \cap B &= \{2, 6\} \\ \therefore 2 + 6 &= 8 \end{aligned}$$

6. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(U) = 20, n(A) = 9, n(B) = 7, n(A^c) = a, n(B^c) = b$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 11 ② 13 ③ 16 ④ 20 ⑤ 24

해설

$$a = n(A^c) = n(U) - n(A) = 20 - 9 = 11$$

$$b = n(B^c) = n(U) - n(B) = 20 - 7 = 13$$

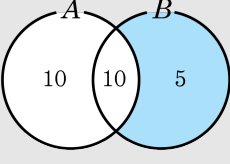
$$\therefore a + b = 11 + 13 = 24$$

7. 수영이네 반 학생 중 자장면을 좋아하는 학생은 20명, 짬뽕을 좋아하는 학생은 15명, 자장면만을 좋아하는 학생은 10명이다. 이때, 자장면과 짬뽕을 모두 좋아하는 학생은 몇 명인가?

① 6명 ② 8명 ③ 10명 ④ 12명 ⑤ 14명

해설

주어진 문제를 벤 다이어그램을 활용하여 해결할 수 있다. 벤 다이어그램의 각 영역에 해당하는 학생의 수를 기입하면 다음과 같다.



8. 다음 중 명제가 아닌 것은?

- ① $2(x-3) = -x+5+3x$ ② $x > -1$ 이면 $x > 0$ 이다.
③ x 가 실수이면 $x^2 \geq 0$ 이다. ④ $x^2 + 4x - 5 = 0$
⑤ $x = 2$ 이면 $x^3 = 8$ 이다.

해설

참인 명제 : ③, ⑤

거짓인 명제 : ①, ②

④의 경우 $x = -5$ 또는 $x = 1$ 일 때는 참이고, 그 외의 경우는 거짓이므로 명제가 아니다.

9. $x > 0, y > 0$ 일 때 두 식 $\sqrt{x} + \sqrt{y}, \sqrt{2(x+y)}$ 를 바르게 비교한 것은?

① $\sqrt{x} + \sqrt{y} < \sqrt{2(x+y)}$

② $\sqrt{x} + \sqrt{y} \leq \sqrt{2(x+y)}$

③ $\sqrt{x} + \sqrt{y} > \sqrt{2(x+y)}$

④ $\sqrt{x} + \sqrt{y} \geq \sqrt{2(x+y)}$

⑤ $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{2(x+y)}$

해설

$$\sqrt{x} + \sqrt{y} > 0, \sqrt{2(x+y)} > 0$$

$$\begin{aligned} \text{이 때 } & (\sqrt{x} + \sqrt{y})^2 - \left\{ \sqrt{2(x+y)} \right\}^2 \\ &= (x + y + 2\sqrt{xy}) - (2x + 2y) \\ &= -(x - 2\sqrt{xy} + y) \\ &= -(\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 \leq 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{이므로 } & (\sqrt{x} + \sqrt{y})^2 \leq \left\{ \sqrt{2(x+y)} \right\}^2 \\ \therefore & (\sqrt{x} + \sqrt{y}) \leq \sqrt{2(x+y)} \\ & (\text{단, 등호는 } \sqrt{x} = \sqrt{y}, \text{ 즉 } x = y \text{ 일 때 성립}) \end{aligned}$$

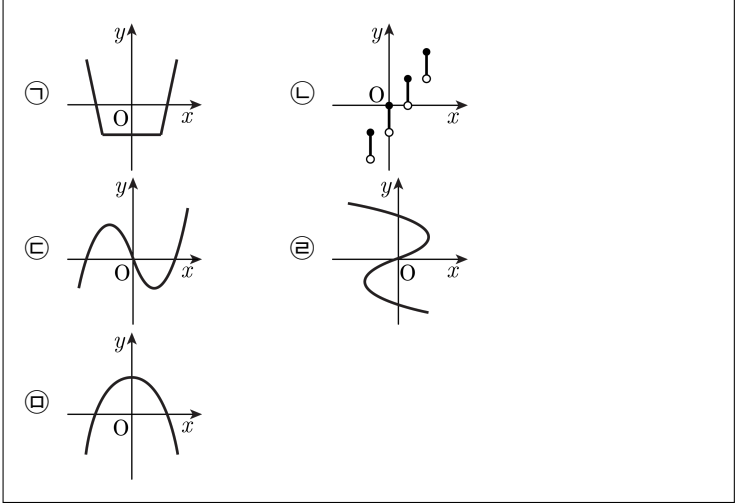
10. 양의 실수 a, b, c 사이에 대하여 $\frac{a+b+c}{a} + \frac{a+b+c}{b} + \frac{a+b+c}{c}$ 의
최솟값을 구하여라.

- ① 9 ② 11 ③ 13 ④ 15 ⑤ 17

해설

$$\begin{aligned} & \frac{a+b+c}{a} + \frac{a+b+c}{b} + \frac{a+b+c}{c} \\ &= 1 + \frac{b}{a} + \frac{c}{a} + \frac{a}{b} + 1 + \frac{c}{b} + \frac{a}{c} + \frac{b}{c} + 1 \\ &= 3 + \frac{b}{a} + \frac{a}{b} + \frac{c}{a} + \frac{a}{c} + \frac{c}{b} + \frac{b}{c} \text{에서} \\ & \frac{b}{a} + \frac{a}{b} \geq 2\sqrt{\frac{b}{a} \cdot \frac{a}{b}} = 2 \\ & \sqrt{\frac{c}{a} \cdot \frac{a}{c}} = 2, \frac{c}{b} + \frac{b}{c} \geq 2\sqrt{\frac{c}{b} \cdot \frac{b}{c}} = 2 \\ & \text{따라서 주어진 식의 최솟값은 } 3 + 6 = 9 \end{aligned}$$

11. 다음 그래프 중 함수인 것은?



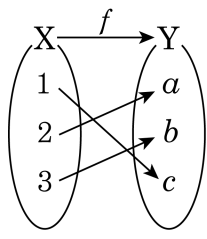
- ① ㉠, ㉡, ㉢
- ② ㉠, ㉢, ㉣
- ③ ㉠, ㉢, ㉤
- ④ ㉡, ㉢, ㉣
- ⑤ ㉢, ㉣, ㉤

해설

㉠ 함수
㉡ 함수가 아니다.
㉢ 함수
㉣ 함수가 아니다.
㉤ 함수
따라서 ㉠, ㉢, ㉣만 함수이다.

해설

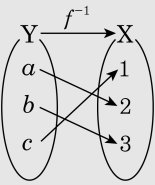
12. 두 집합 $X = \{1, 2, 3\}$, $Y = \{a, b, c\}$ 에 대하여 함수 $f : X \rightarrow Y$ 가 그림과 같이 주어질 때, $f^{-1}(a) + f^{-1}(c)$ 의 값은 얼마인가?



- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

역함수 f^{-1} 는 그림과 같으므로



$f^{-1}(a) + f^{-1}(c) = 2 + 1 = 3$

13. 함수 $f(x) = ax + b$ 의 역함수가 $f^{-1}(x) = \frac{1}{3}x + 2$ 일 때, $a + b$ 의 값은 얼마인가? (단 a, b 는 실수)

① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

해설

$(f^{-1})^{-1}(x) = f(x)$ 이므로

$f^{-1}(x) = \frac{1}{3}x + 2$ 의 역함수는

$f(x) = ax + b$ 이다.

$y = \frac{1}{3}x + 2$ 로 놓고 x, y 를 서로 바꾸면

$x = \frac{1}{3}y + 2, y = 3x - 6$

$a = 3, b = -6$

$\therefore a + b = -3$

14. 분수식 $\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-2} - \frac{1}{x-3} - \frac{1}{x-4}$ 을 간단히 하면 $\frac{ax^2+bx+c}{(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)}$ 일 때, 상수 a, b, c 에 대하여 $a+b+c$ 의 값은?

- ① -6 ② -3 ③ 0 ④ 3 ⑤ 6

해설

$$\begin{aligned} & \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-2} - \frac{1}{x-3} - \frac{1}{x-4} \\ &= \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x-3} \right) + \left(\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x-4} \right) \\ &= \frac{-2}{(x-1)(x-3)} + \frac{-2}{(x-2)(x-4)} \\ &= \frac{-2(x^2-6x+8+x^2-4x+3)}{(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)} \\ &= \frac{-2(2x^2-10x+11)}{(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)} \\ &= \frac{ax^2+bx+c}{(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)} \\ &\therefore a=-4, b=20, c=-22 \\ &\therefore a+b+c=-6 \end{aligned}$$

15. 다음 식을 계산하면?

$$\frac{x^3-1}{x^4+x^2+1} \times \frac{x^3+1}{x^4-1}$$

- ① x

② x^2

③ $\frac{1}{x}$

④ $\frac{1}{x^2}$

⑤ $\frac{1}{x^2+1}$

해설

$$\begin{aligned} &\frac{x^3-1}{x^4+x^2+1} \times \frac{x^3+1}{x^4-1} \\ &= \frac{(x-1)(x^2+x+1)}{(x^2-x+1)(x^2+x+1)} \\ &\quad \times \frac{(x+1)(x^2-x+1)}{(x^2+1)(x+1)(x-1)} \\ &= \frac{1}{x^2+1} \end{aligned}$$

16. 다음 중 $2x = 3y$ 일 때, $\frac{2x^2 + xy - 3y^2}{x^2 + 2y^2}$ 의 값을 구하면? (단, $xy \neq 0$)

- ① $\frac{2}{7}$ ② $\frac{3}{7}$ ③ $\frac{12}{17}$ ④ 7 ⑤ 1

해설

$$\begin{aligned} x = \frac{3}{2}y &\Rightarrow \frac{2x^2 + xy - 3y^2}{x^2 + 2y^2} \\ &= \frac{2 \cdot \frac{9}{4}y^2 + \frac{3}{2}y^2 - 3y^2}{\frac{9}{4}y^2 + 2y^2} = \frac{12}{17} \end{aligned}$$

해설

$$\begin{aligned} x &= 3k, y = 2k \ (k \neq 0) \\ \frac{2x^2 + xy - 3y^2}{x^2 + 2y^2} &= \frac{2(3k)^2 + 3k \times 2k - 3(2k)^2}{(3k)^2 + 2(2k)^2} \\ &= \frac{12k^2}{17k^2} = \frac{12}{17} \end{aligned}$$

17. 등식 $a(1+3\sqrt{2})+b(2-\sqrt{2})=-4+9\sqrt{2}$ 를 만족하는 유리수 a, b 의 값은?

① $a=1, b=-3$

② $a=1, b=-2$

③ $a=2, b=-3$

④ $a=-2, b=-1$

⑤ $a=-2, b=3$

해설

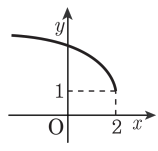
$(a+2b)+(3a-b)\sqrt{2}=-4+9\sqrt{2}$ 이므로

$$\begin{cases} a+2b=-4 \\ 3a-b=9 \end{cases} \quad \text{를 연립하면,}$$

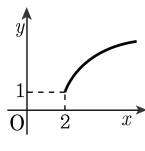
$\therefore a=2, b=-3$

18. 함수 $y = 2\sqrt{-3x+6} + 1$ 의 그래프는?

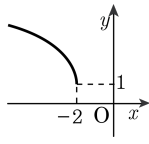
①



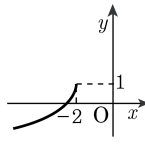
②



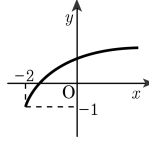
③



④



⑤



해설

$$y = 2\sqrt{-3(x-2)} + 1$$

$$\Rightarrow \text{꼭짓점} : (2, 1)$$

$$\text{정의역} : x \leq 2, \text{치역} : y \geq 1$$

19. 다음 함수의 그래프의 식을 구하면?

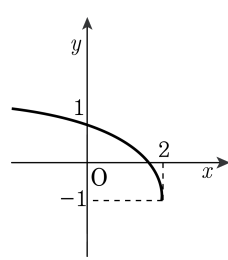
① $y = \sqrt{-2x+4} - 1$

② $y = \sqrt{-x+1} - 1$

③ $y = -\sqrt{-2x+4} + 1$

④ $y = \sqrt{x-1} - 1$

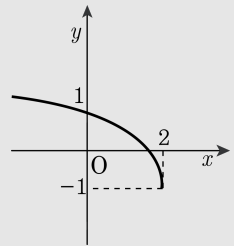
⑤ $y = \sqrt{2x-4} + 1$



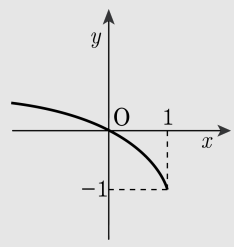
해설

보기의 함수의 그래프를 그려보면 다음과 같다.

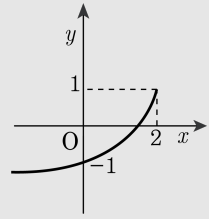
① $y = \sqrt{-2(x-2)} - 1$



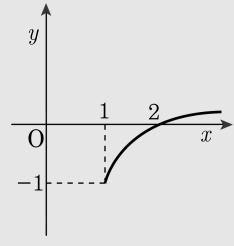
② $y = \sqrt{-(x-1)} - 1$



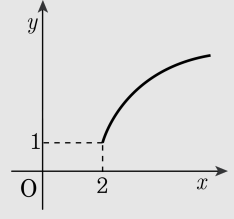
③ $y = -\sqrt{-2(x-2)} + 1$



④ $y = \sqrt{x-1} - 1$



⑤ $y = \sqrt{2(x-2)} + 1$



20. 함수 $f(x) = \sqrt{2x-4}$ 에 대하여 $(f \circ f)(52)$ 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$(f \circ f)(x) = f(f(x))$$

$$f(52) = \sqrt{2 \cdot 52 - 4} = 10$$

$$\therefore (f \circ f)(52) = f(10) = \sqrt{2 \cdot 10 - 4} = 4$$