

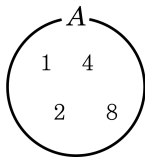
1. 다음 중에서 집합인 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- ① 10보다 작은 짝수의 모임 ② 눈이 큰 사람의 모임
- ③ 애국가 1절의 모임 ④ 착한 사람의 모임
- ⑤ 키가 큰 사람의 모임

해설

- ① 2, 4, 6, 8이므로 집합이다.
- ② ‘큰’이라는 단어가 개인에 따라 그 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.
- ③ ‘애국가 1절’이라는 명확한 기준이 있으므로 집합이다.
- ④ ‘착한’이라는 단어는 기준이 명확하지 않으므로 집합이 아니다.
- ⑤ ‘키가 크다’는 기준이 명확하지 않으므로 집합이 아니다.

2. 다음 중 벤 다이어그램을 조건제시법으로 나타낸 것으로 옳은 것은?



- ① $A = \{x \mid x \text{는 } 3 \text{의 배수}\}$ ② $A = \{x \mid x \text{는 } 16 \text{의 배수}\}$
③ $A = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 배수}\}$ ④ $A = \{x \mid x \text{는 } 16 \text{의 배수}\}$
⑤ $A = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}$

해설

집합 A 의 원소는 1, 2, 4, 8이다.

8의 약수가 1, 2, 4, 8이므로 집합 A 를 조건제시법으로 나타내면 $A = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}$ 이다.

3. 세 집합 사이에 $\{1, 2\} \subset A \subset \{1, 2, 3, 4\}$ 를 만족하는 집합 A 가 될 수 없는 것은?

① $\{1, 2\}$

② $\{1, 2, 3\}$

③ $\{1, 2, 4\}$

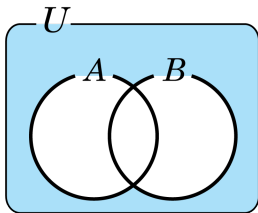
④ $\{2, 3, 4\}$

⑤ $\{1, 2, 3, 4\}$

해설

④ $\{1, 2\} \not\subset \{2, 3, 4\}$

4. 전체집합 $U = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A = \{1, 3, 7\}, B = \{1, 3, 9\}$ 일 때, 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분을 나타내는 집합은?



① $\{1\}$

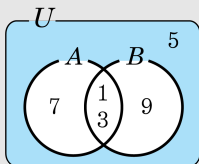
② $\{3\}$

③ $\{5\}$

④ $\{1, 3\}$

⑤ $\{5, 6\}$

해설



따라서 색칠한 부분을 나타내는 집합은 $\{5\}$ 이다.

5. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A^c \cup B^c = \{1, 3, 4, 5, 7\}$ 일 때, 집합 $A \cap B$ 의 모든 원소의 합을 구하면?

① 8

② 9

③ 10

④ 11

⑤ 12

해설

$$A^c \cup B^c = (A \cap B)^c$$

$$\therefore A \cap B = \{2, 6\}$$

$$\therefore 2 + 6 = 8$$

6. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(U) = 20$, $n(A) = 9$, $n(B) = 7$, $n(A^c) = a$, $n(B^c) = b$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 11

② 13

③ 16

④ 20

⑤ 24

해설

$$a = n(A^c) = n(U) - n(A) = 20 - 9 = 11$$

$$b = n(B^c) = n(U) - n(B) = 20 - 7 = 13$$

$$\therefore a + b = 11 + 13 = 24$$

7. 수영이네 반 학생 중 자장면을 좋아하는 학생은 20명, 짬뽕을 좋아하는 학생은 15명, 자장면만을 좋아하는 학생은 10명이다. 이때, 자장면과 짬뽕을 모두 좋아하는 학생은 몇 명인가?

① 6명

② 8명

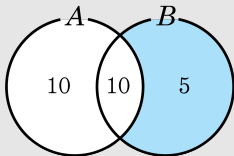
③ 10명

④ 12명

⑤ 14명

해설

주어진 문제를 벤 다이어그램을 활용하여 해결할 수 있다. 벤 다이어그램의 각 영역에 해당하는 학생의 수를 기입하면 다음과 같다.



8. 다음 중 명제가 아닌 것은?

① $2(x-3) = -x+5+3x$

② $x > -1$ 이면 $x > 0$ 이다.

③ x 가 실수이면 $x^2 \geq 0$ 이다.

④ $x^2 + 4x - 5 = 0$

⑤ $x = 2$ 이면 $x^3 = 8$ 이다.

해설

참인 명제 : ③, ⑤

거짓인 명제 : ①, ②

④의 경우 $x = -5$ 또는 $x = 1$ 일 때는 참이고, 그 외의 경우는 거짓이므로 명제가 아니다.

9. $x > 0, y > 0$ 일 때 두 식 $\sqrt{x} + \sqrt{y}, \sqrt{2(x+y)}$ 를 바르게 비교한 것은?

① $\sqrt{x} + \sqrt{y} < \sqrt{2(x+y)}$

② $\sqrt{x} + \sqrt{y} \leq \sqrt{2(x+y)}$

③ $\sqrt{x} + \sqrt{y} > \sqrt{2(x+y)}$

④ $\sqrt{x} + \sqrt{y} \geq \sqrt{2(x+y)}$

⑤ $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{2(x+y)}$

해설

$$\sqrt{x} + \sqrt{y} > 0, \sqrt{2(x+y)} > 0$$

$$\begin{aligned}\text{이 때 } & (\sqrt{x} + \sqrt{y})^2 - \left\{ \sqrt{2(x+y)} \right\}^2 \\ &= (x + y + 2\sqrt{xy}) - (2x - 2y) \\ &= -(x - 2\sqrt{xy} + y) \\ &= -(\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 \leq 0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{이므로 } & (\sqrt{x} + \sqrt{y})^2 \leq \left\{ \sqrt{2(x+y)} \right\}^2 \\ \therefore & (\sqrt{x} + \sqrt{y}) \leq \sqrt{2(x+y)} \\ & (\text{단, 등호는 } \sqrt{x} = \sqrt{y}, \text{ 즉 } x = y \text{ 일 때 성립})\end{aligned}$$

10. 양의 실수 a, b, c 사이에 대하여 $\frac{a+b+c}{a} + \frac{a+b+c}{b} + \frac{a+b+c}{c}$ 의 최솟값을 구하여라.

① 9

② 11

③ 13

④ 15

⑤ 17

해설

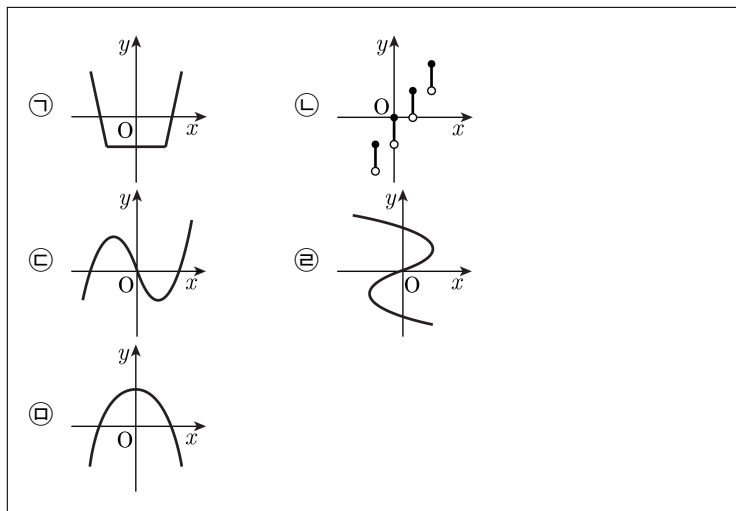
$$\begin{aligned} & \frac{a+b+c}{a} + \frac{a+b+c}{b} + \frac{a+b+c}{c} \\ &= 1 + \frac{b}{a} + \frac{c}{a} + \frac{a}{b} + 1 + \frac{c}{b} + \frac{a}{c} + \frac{b}{c} + 1 \\ &= 3 + \frac{b}{a} + \frac{a}{b} + \frac{c}{a} + \frac{a}{c} + \frac{c}{b} + \frac{b}{c} \text{에서} \end{aligned}$$

$$\frac{b}{a} + \frac{a}{b} \geq 2\sqrt{\frac{b}{a} \cdot \frac{a}{b}} = 2$$

$$\sqrt{\frac{c}{a} \cdot \frac{a}{c}} = 2, \frac{c}{b} + \frac{b}{c} \geq 2\sqrt{\frac{c}{b} \cdot \frac{b}{c}} = 2$$

따라서 주어진 식의 최솟값은 $3 + 2 = 5$

11. 다음 그래프 중 함수인 것은?



① ㉠, ㉡, ㉢

② ㉠, ㉢, ㉤

③ ㉠, ㉢, ㉣

④ ㉡, ㉢, ㉤

⑤ ㉢, ㉣, ㉤

해설

㉠ 함수

㉡ 함수가 아니다.

㉢ 함수

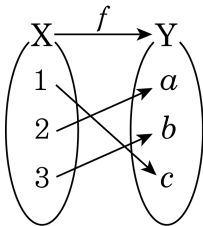
㉣ 함수가 아니다.

㉤ 함수

따라서 ㉠, ㉢, ㉤ 만이 함수이다.

해설

12. 두 집합 $X = \{1, 2, 3\}$, $Y = \{a, b, c\}$ 에 대하여 함수 $f : X \rightarrow Y$ 가 그림과 같이 주어질 때, $f^{-1}(a) + f^{-1}(c)$ 의 값은 얼마인가?



① 2

② 3

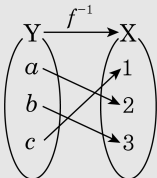
③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

역함수 f^{-1} 는 그림과 같으므로



$$f^{-1}(a) + f^{-1}(c) = 2 + 1 = 3$$

13. 함수 $f(x) = ax + b$ 의 역함수가 $f^{-1}(x) = \frac{1}{3}x + 2$ 일 때, $a + b$ 의 값은 얼마인가? (단 a, b 는 실수)

① -5

② -4

③ -3

④ -2

⑤ -1

해설

$$(f^{-1})^{-1}(x) = f(x) \text{ 이므로}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{1}{3}x + 2 \text{ 의 역함수는}$$

$$f(x) = ax + b \text{ 이다.}$$

$$y = \frac{1}{3}x + 2 \text{ 로 놓고 } x, y \text{ 를 서로 바꾸면}$$

$$x = \frac{1}{3}y + 2, y = 3x - 6$$

$$a = 3, b = -6$$

$$\therefore a + b = -3$$

14. 분수식 $\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-2} - \frac{1}{x-3} - \frac{1}{x-4}$ 을 간단히 하면 $\frac{ax^2 + bx + c}{(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)}$ 일 때, 상수 a, b, c 에 대하여 $a+b+c$ 의 값은?

① -6

② -3

③ 0

④ 3

⑤ 6

해설

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-2} - \frac{1}{x-3} - \frac{1}{x-4} \\
 &= \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x-3} \right) + \left(\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x-4} \right) \\
 &= \frac{-2}{(x-1)(x-3)} + \frac{-2}{(x-2)(x-4)} \\
 &= \frac{-2(x^2 - 6x + 8 + x^2 - 4x + 3)}{(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)} \\
 &= \frac{-2(2x^2 - 10x + 11)}{(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)} \\
 &= \frac{ax^2 + bx + c}{(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)} \\
 \therefore a &= -4, b = 20, c = -22 \\
 \therefore a + b + c &= -6
 \end{aligned}$$

15. 다음 식을 계산하면?

$$\frac{x^3 - 1}{x^4 + x^2 + 1} \times \frac{x^3 + 1}{x^4 - 1}$$

① x

② x^2

③ $\frac{1}{x}$

④ $\frac{1}{x^2}$

⑤ $\frac{1}{x^2 + 1}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{x^3 - 1}{x^4 + x^2 + 1} \times \frac{x^3 + 1}{x^4 - 1} \\ &= \frac{(x - 1)(x^2 + x + 1)}{(x^2 - x + 1)(x^2 + x + 1)} \\ & \quad \times \frac{(x + 1)(x^2 - x + 1)}{(x^2 + 1)(x + 1)(x - 1)} \\ &= \frac{1}{x^2 + 1} \end{aligned}$$

16. 다음 중 $2x = 3y$ 일 때, $\frac{2x^2 + xy - 3y^2}{x^2 + 2y^2}$ 의 값을 구하면? (단, $xy \neq 0$)

① $\frac{2}{7}$

② $\frac{3}{7}$

③ $\frac{12}{17}$

④ 7

⑤ 1

해설

$$\begin{aligned} x &= \frac{3}{2}y \Rightarrow \frac{2x^2 + xy - 3y^2}{x^2 + 2y^2} \\ &= \frac{2 \cdot \frac{9}{4}y^2 + \frac{3}{2}y^2 - 3y^2}{\frac{9}{4}y^2 + 2y^2} = \frac{12}{17} \end{aligned}$$

해설

$$x = 3k, y = 2k \quad (k \neq 0)$$

$$\begin{aligned} &\frac{2x^2 + xy - 3y^2}{x^2 + 2y^2} \\ &= \frac{2(3k)^2 + 3k \times 2k - 3(2k)^2}{(3k)^2 + 2(2k)^2} \\ &= \frac{12k^2}{17k^2} = \frac{12}{17} \end{aligned}$$

17. 등식 $a(1 + 3\sqrt{2}) + b(2 - \sqrt{2}) = -4 + 9\sqrt{2}$ 를 만족하는 유리수 a, b 의 값은?

① $a = 1, b = -3$

② $a = 1, b = -2$

③ $a = 2, b = -3$

④ $a = -2, b = -1$

⑤ $a = -2, b = 3$

해설

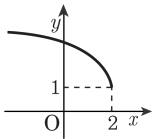
$(a + 2b) + (3a - b)\sqrt{2} = -4 + 9\sqrt{2}$ 이므로

$$\begin{cases} a + 2b = -4 \\ 3a - b = 9 \end{cases} \quad \text{를 연립하면,}$$

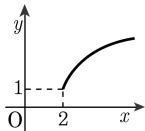
$$\therefore a = 2, b = -3$$

18. 함수 $y = 2\sqrt{-3x+6} + 1$ 의 그래프는?

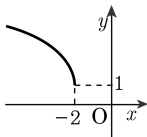
①



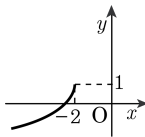
②



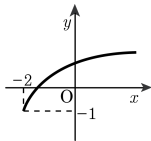
③



④



⑤



해설

$$y = 2\sqrt{-3(x-2)} + 1$$

$\Rightarrow$ 꼭짓점 : (2, 1)

정의역 : $x \leq 2$, 치역 : $y \geq 1$

19. 다음 함수의 그래프의 식을 구하면?

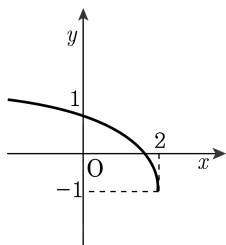
① $y = \sqrt{-2x+4} - 1$

② $y = \sqrt{-x+1} - 1$

③ $y = -\sqrt{-2x+4} + 1$

④ $y = \sqrt{x-1} - 1$

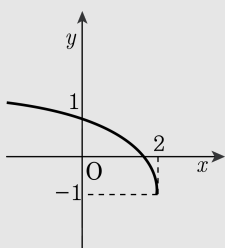
⑤ $y = \sqrt{2x-4} + 1$



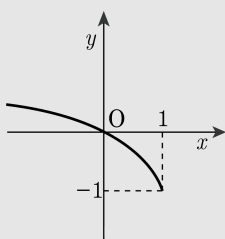
해설

보기의 함수의 그래프를 그려보면 다음과 같다.

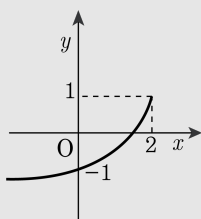
① $y = \sqrt{-2(x-2)} - 1$



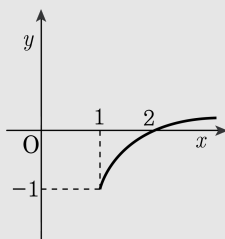
② $y = \sqrt{-(x-1)} - 1$



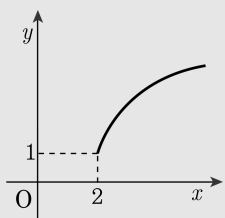
③ $y = -\sqrt{-2(x-2)} + 1$



④ $y = \sqrt{x-1} - 1$



⑤ $y = \sqrt{2(x-2)} + 1$



20. 함수 $f(x) = \sqrt{2x-4}$ 에 대하여 $(f \circ f)(52)$ 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$(f \circ f)(x) = f(f(x))$$

$$f(52) = \sqrt{2 \cdot 52 - 4} = 10$$

$$\therefore (f \circ f)(52) = f(10) = \sqrt{2 \cdot 10 - 4} = 4$$