

1. 이차함수 $y = -3x^2 + 6x - 5$ 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$\begin{aligned}y &= -3x^2 + 6x - 5 \\ &= -3(x^2 - 2x + 1 - 1) - 5 \\ &= -3(x - 1)^2 - 2\end{aligned}$$

$x = 1$ 일 때, 최댓값 -2 를 갖는다.

2. 이차함수 $y = -x^2 + 2kx + 2k$ 의 최댓값을 M 이라 할 때, M 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$\begin{aligned}y &= -x^2 + 2kx + 2k \\ &= -(x^2 - 2kx) + 2k \\ &= -(x - k)^2 + k^2 + 2k\end{aligned}$$

최댓값 $M = k^2 + 2k = (k + 1)^2 - 1$

따라서 M 의 최솟값 -1 이다.

3. $x^2 + y^2 = 5$ 를 만족시키는 실수 x, y 에 대하여 $2x - y$ 는 $x = \alpha, y = \beta$ 에서 최댓값 m 을 갖는다. 이때, $m + \alpha + \beta$ 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$2x - y = k$ 로 놓으면

$$y = 2x - k \cdots \textcircled{㉠}$$

㉠을 $x^2 + y^2 = 5$ 에 대입하면

$$x^2 + (2x - k)^2 = 5$$

$$\therefore 5x^2 - 4kx + k^2 - 5 = 0 \cdots \textcircled{㉡}$$

㉡을 x 에 대한 이차방정식으로 보면

x 가 실수이므로

$$\frac{D}{4} = 4k^2 - 5(k^2 - 5) \geq 0, k^2 \leq 25$$

$$\therefore -5 \leq k \leq 5$$

따라서 k 의 최댓값은 5이다.

이 때의 x, y 의 값은

$$\textcircled{㉡} \text{에서 } 5x^2 - 20x + 20 = 0, 5(x - 2)^2 = 0 \therefore x = 2$$

$$\textcircled{㉠} \text{에서 } y = 4 - 5 = -1$$

따라서, $m = 5, \alpha = 2, \beta = -1$ 이므로

$$m + \alpha + \beta = 6$$

4. 함수 $f(x) = x^3 - 2x^2 + ax + b$ 의 그래프와 $g(x) = 3x - 4$ 의 그래프가 서로 다른 세 점 (x_1, y_1) , (x_2, y_2) , (x_3, y_3) 에서 만난다고 한다. 이 때 $y_1 + y_2 + y_3$ 의 값은?

① -6

② -5

③ -4

④ -3

⑤ -2

해설

x_1, x_2, x_3 는 방정식 $x^3 - 2x^2 + ax + b = 3x - 4$

즉 $x^3 - 2x^2 + (a - 3)x + b + 4 = 0$ 의 세 근 $x_1 + x_2 + x_3 = 2$

이 때, $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3)$ 는

직선 $y = 3x - 4$ 위의 점이므로

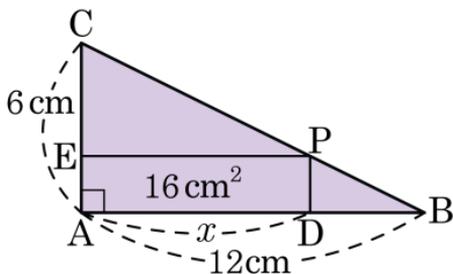
$$y_1 = 3x_1 - 4, y_2 = 3x_2 - 4, y_3 = 3x_3 - 4$$

$$\therefore y_1 + y_2 + y_3 = 3(x_1 + x_2 + x_3) - 12$$

$$= 3 \cdot 2 - 12$$

$$= -6$$

5. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 12\text{cm}$, $\overline{AC} = 6\text{cm}$ 인 직각삼각형 ABC의 빗변 위에 점 P를 잡아 직사각형 EADP를 만들었을 때, 이 직사각형의 넓이가 16cm^2 이었다. 이 때, \overline{AD} 의 길이를 구하면? (단, $\overline{AD} > 6\text{cm}$)



① 7cm

② 8cm

③ 9cm

④ 10cm

⑤ 11cm

해설

$\triangle CEP \sim \triangle CAB$ (AA 닮음) 이므로

$$\overline{CE} : \overline{EP} = \overline{CA} : \overline{AB}$$

즉, $\overline{CE} : x = 6 : 12$

$$\therefore \overline{CE} = \frac{1}{2}x$$

따라서 $\overline{EA} = 6 - \frac{1}{2}x$ 이므로 $x \left(6 - \frac{1}{2}x \right) = 16$

$$-\frac{1}{2}x^2 + 6x = 16$$

$$x^2 - 12x + 32 = (x-4)(x-8) = 0$$

$\therefore x = 4$ 또는 $x = 8$

그런데 $6 < x < 12$ 이므로 $x = 8(\text{cm})$