

1. 원 $x^2 + y^2 = r^2$ 을 x 축의 방향으로 2 , y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 원의 방정식을 구하여라.

① $(x+2)^2 + (y+1)^2 = r^2$

② $(x-1)^2 + (y+2)^2 = r^2$

③ $(x+2)^2 + (y-1)^2 = r^2$

④ $(x-2)^2 + (y-3)^2 = r^2$

⑤ $(x+2)^2 + (y+3)^2 = r^2$

해설

원 $x^2 + y^2 = r^2 \dots$ ①

위의 임의의 점 $P(x, y)$ 를 x 축의 방향으로 2, y 축의 방향으로 3만큼 평행이동한 점을 $P(x', y')$ 이라 하면

$$\begin{cases} x' = x + 2 \\ y' = y + 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = x' - 2 \\ y = y' - 3 \end{cases} \dots \text{②}$$

②를 ①에 대입하면 $(x' - 2)^2 + (y' - 3)^2 = r^2$

점 $P(x', y')$ 는 평행이동한 원 위의 임의의 점이므로 구하는 방정식은 $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = r^2$ 이다.

2. 포물선 $y = -x^2 - 2x$ 을 x 축에 대하여 대칭이동한 후 y 축의 양의 방향으로 3 만큼 평행이동한 포물선의 꼭짓점의 좌표는?
- ① $(-1, 2)$ ② $(-1, -1)$ ③ $(-1, 1)$
- ④ $(1, 2)$ ⑤ $(1, 1)$

해설

포물선 $y = -x^2 - 2x$ 의 꼭짓점은 $(-1, 1)$ 이다.
포물선 $y = -x^2 - 2x$ 을
 x 축에 대하여 대칭이동한 후
 y 축의 양의 방향으로 3 만큼 평행이동시켰으므로
꼭짓점은 $(-1, 1) \rightarrow (-1, -1) \rightarrow (-1, 2)$ 로 이동한다.

3. $y = x + 3$ 을 x 축에 대하여 대칭이동한 후, 다시 원점에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식을 구하면?

- ① $y = -x + 3$ ② $y = x - 3$ ③ $y = -x - 3$
④ $y = 3x + 1$ ⑤ $y = 3x + 3$

해설

x 축대칭은 y 의 부호를 반대로, 원점대칭은 x, y 부호를 각각 반대로 해주면 된다.

4. 두 점 A(-6, 1), B(2, 5) 가 직선 $y = ax + b$ 에 대하여 대칭일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = -3$

해설

두 점 A 와 B 가 $y = ax + b$ 에 대하여 대칭이므로

$\overline{AB}$ 의 중점 (-2, 3) 은 직선

$y = ax + b$ 위에 있다.

$$\therefore 3 = -2a + b \cdots \textcircled{1}$$

또한, 직선 AB 와 직선 $y = ax + b$ 가

서로 수직이므로

($\overline{AB}$ 의 기울기) $\times a = -1$ 에서

$$\frac{5-1}{2-(-6)} \times a = -1$$

$\therefore a = -2$ $a = -2$ 를 $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$$b = -1 \therefore a + b = -3$$

5. 두 점 A(1, 3), B(4, m) 과 x 축 위를 움직이는 점 P 에 대하여 $\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 최솟값이 5가 되도록 하는 양수 m 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

점 A 를 x 축에 대하여 대칭이동한 점을 A' 라 하면
 $\overline{AP} + \overline{BP} = \overline{A'P} + \overline{BP} \geq \overline{AB}$ 이므로
 $\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 최솟값은 선분 A'B 의 길이와 같다.
점 A 를 x 축에 대하여 대칭이동한 점은 A'(1, -3) 이므로
 $\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 최솟값은
 $\overline{A'B} = \sqrt{(4-1)^2 + (m+3)^2} = 5$
 $(m+3)^2 + 9 = 25, (m+3)^2 = 16$
 $m+3 = \pm 4 \quad \therefore m = 1 (\because m > 0)$