

1. 24 를 어떤 자연수로 나누면 나누어 떨어진다고 한다. 이 때 어떤 자연수는 모두 몇 개인가?

① 5 개 ② 6 개 ③ 7 개 ④ 8 개 ⑤ 9 개

해설

어떤 수를 나누어 떨어지게 하는 수를 그 어떤 수의 약수라 한다.
24의 약수는 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24이다.

2. 다음 중 옳은 것은?

- ① 0은 모든 자연수의 약수이다.
- ② 합성수의 약수는 4개 이상이다.
- ③ 소수가 아닌 자연수는 모두 합성수이다.
- ④ 소수의 약수는 1과 자기 자신뿐이다.
- ⑤ 소수는 홀수이다.

해설

소수는 1보다 큰 자연수 중에서 1과 자기 자신만을 약수로 가지는 수이다.

3. 다음 중 자연수 180 를 바르게 소인수분해한 것은?

① $2^4 \times 5$

② $2^2 \times 3^2 \times 5$

③ $2 \times 3 \times 5^2$

④ $2 \times 3^3 \times 5$

⑤ $3^4 \times 5$

해설

$$2 \overline{) 180}$$

$$2 \overline{) 90}$$

$$3 \overline{) 45}$$

$$3 \overline{) 15}$$

$$5$$

$$\therefore 180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$$

4. 49의 소인수의 개수와 120의 소인수의 개수의 합은?

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

$49 = 7^2$, $120 = 2^3 \times 3 \times 5$ 이므로
49의 소인수는 7, 120의 소인수는 2, 3, 5
 $\therefore 1 + 3 = 4$

5. 세 수 $2^2 \times 3^3 \times 7$, $2^3 \times 5^2 \times 7$, $2^3 \times 5^4 \times 7^3$ 의 최대공약수는?

① $2^3 \times 5^3$

② $2^3 \times 3^2$

③ $3^2 \times 5^2$

④ $2^2 \times 7$

⑤ $3^3 \times 7^3$

해설

$2^2 \times 3^3 \times 7$, $2^3 \times 5^2 \times 7$, $2^3 \times 5^4 \times 7^3$ 에서
최대공약수: $2^2 \times 7$ (지수가 작은 쪽)

6. 다음은 나몰라가 잘풀어에게 보낸 암호문이다. 아래 네모 칸에 쓰여진 수 중에서 270의 약수를 모두 찾아 색칠하면 나몰라가 제일 좋아하는 숫자가 나타난다. 그 수를 구하여라.

2×5	$2 \times 3 \times 5$	$3^2 \times 5$
1	$2 \times 3^3 \times 5^2$	$2^4 \times 3^3$
$2 \times 3^2 \times 5$	$2 \times 3^3 \times 5$	45
$3^2 \times 11$	200	2×3^2
90	3^3	$3^3 \times 5$

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

270을 소인수분해하면 $270 = 2 \times 3^3 \times 5$ 이므로 3^3 의 약수는

$1, 3, 3^2, 3^3$

2의 약수는 1과 2

5의 약수는 1과 5이다.

$200 = 2^3 \times 5^2$, $45 = 3^2 \times 5$, $90 = 2 \times 3^2 \times 5$ 이다.

270의 약수를 모두 찾아 색칠하면 다음 표와 같다.

2×5	$2 \times 3 \times 5$	$3^2 \times 5$
1	$2 \times 3^3 \times 5^2$	$2^4 \times 3^3$
$2 \times 3^2 \times 5$	$2 \times 3^3 \times 5$	45
$3^2 \times 11$	200	2×3^2
90	3^3	$3^3 \times 5$

따라서 나몰라가 가장 좋아하는 숫자는 5이다.

7. 10 보다 크고 20 보다 작은 자연수 중에서 6 과 서로소인 것은 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 4 개

해설

10 보다 크고 20 보다 작은 자연수 중에서 6 과 최대공약수가 1 인 수들을 모두 구하면

11, 13, 17, 19 의 4 개이다.

따라서 10 보다 크고 20 보다 작은 자연수 중에서 6 과 서로소인 자연수는 모두 4 개이다.

8. 45와 75의 공약수의 개수는?

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 8

해설

$45 = 3^2 \times 5$, $75 = 3 \times 5^2$
45와 75의 최대공약수는 $3 \times 5 = 15$
공약수의 개수는 $2 \times 2 = 4$ (개)

9. 두 자연수 $12 \times x$, $18 \times x$ 의 최소공배수가 108 일 때, 자연수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\frac{18 \times x = 2^2 \times 3 \times x}{18 \times x = 2 \times 3^2 \times x}$$

$$\text{최소공배수 : } 2^2 \times 3^2 \times x = 108 \cdots \textcircled{1}$$

①에 의해

$$36 \times x = 108$$

$$x = 108 \div 36 = 3$$

10. 가로 길이가 16cm, 세로 길이가 20cm, 높이가 8cm 인 직육면체 모양의 나무토막을 같은 방향으로 빈틈없이 쌓아서 가장 작은 정육면체를 만들려고 한다. 만들어지는 정육면체의 한 변의 길이를 구하여라.

- ① 70cm ② 80cm ③ 90cm
④ 100cm ⑤ 110cm

해설

가장 작은 정육면체 한 모서리의 길이는 16, 20, 8 의 최소공배수이다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 16 \ 20 \ 8} \\ 2 \overline{) \ 8 \ 10 \ 4} \\ 2 \overline{) \ 4 \ 5 \ 2} \\ \quad 2 \ 5 \ 1 \end{array}$$

$$\therefore 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 = 80(\text{cm})$$

11. 서로 다른 세 자연수 30, , 24 의 최대공약수가 6 이고, 최소 공배수가 1080 일 때, 의 최솟값은?

- ① 36 ② 42 ③ 48 ④ 54 ⑤ 108

해설

$$\begin{aligned} 30 &= 2 \times 3 \times 5, 24 = 2^3 \times 3 \\ \text{최대공약수는 } 6 &= 2 \times 3, \\ \text{최소공배수는 } 1080 &= 2^3 \times 3^3 \times 5 \\ \therefore \text{ } &= 2 \times 3^3 = 54 \end{aligned}$$

12. 100 이하의 자연수 중 5의 배수이거나 7의 배수인 것의 개수는?

- ① 31 개 ② 32 개 ③ 33 개 ④ 34 개 ⑤ 35 개

해설

100 이하의 자연수 중 5의 배수의 개수는 20개
100 이하의 자연수 중 7의 배수의 개수는 14개
100 이하의 자연수 중 5의 배수이면서 7의 배수인 것의 개수는 2개
100 이하의 자연수 중 5의 배수이거나 7의 배수인 것의 개수는 $20 + 14 - 2 = 32$

13. 옛날부터 우리나라에는 십간(☉☉)과 십이지(☉☉☉)를 이용하여 매 해에 이름을 붙였다. 십간과 십이지를 차례대로 짝지으면 다음과 같이 그 해의 이름을 만들 수 있다. 다음 표에서 알 수 있듯이 2010년은 경인년이다. 다음 중 경인년이 아닌 해는?

병	정	무	기	경	신	임	계
자	축	인	묘	진	사	오	미
병자	정축	무인	기묘	경진	신사	임오	계미
1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003
갑	을	병	정	무	기	경	
신	유	술	해	자	축	인	
갑신	을유	병술	정해	무자	기축	경인	
2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	

- ① 1830년 ② 1890년 ③ 1950년
 ④ 2070년 ⑤ 2110년

해설

십간(☉☉)의 10 가지와 십이지(☉☉☉)의 12 가지를 계속 돌아가면서 조합이 이루어지므로 같은 이름의 년도는 60년 만에 한 번씩 돌아오게 된다. 따라서 2010년이 경인년이면 1830년, 1890년, 1950년, 2070년도 경인년이다.

14. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ① 1은 소수이다.
- ② 29는 소수가 아니다.
- ③ 37과 43은 모두 소수이다.
- ④ 소수이면서 합성수인 자연수는 존재하지 않는다.
- ⑤ 자연수는 소수와 합성수로 이루어져 있다.

해설

- ① 1은 소수가 아니다.
- ② 29는 소수이다.
- ⑤ 1은 소수도 합성수도 아니다.

15. $n = 4p^2q^3$ 일 때, n 의 약수의 개수를 구하여라. (단, $p \neq q \neq 2$ 인 소수)

▶ 답: 개

▷ 정답: 36 개

해설

n 을 소인수분해하면 $n = 4p^2q^3 = 2^2 \times p^2 \times q^3$ 이다.
따라서 약수의 개수는 $(2+1) \times (2+1) \times (3+1) = 36$ (개) 이다.

16. 다음에서 350 과 서로소인 수를 모두 골라라.

- ㉠ 21 ㉡ 46 ㉢ 9 ㉣ 23 ㉤ 25
㉥ 169

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉢

▶ 정답 : ㉣

▶ 정답 : ㉥

해설

$350 = 2 \times 5^2 \times 7$ 이므로
2, 5, 7의 배수가 아닌 수를 찾는다.
2의 배수는 46, 5의 배수는 25, 7의 배수는 21 이므로 350 과
서로소인 수는 9, 23, 169이다.

17. 최대공약수가 $3^2 \times x$ 인 두 자연수의 공약수가 12 개일 때, x 의 값이 될 수 있는 한 자리의 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

공약수, 즉 최대공약수의 약수가 12 개이므로 최대공약수는 $a \times b^5$, $a^2 \times b^3$ (단, a, b 는 소수, $a \neq b$) 또는 a^{11} 풀이어야 한다.

하지만 $3^2 \times x$ 풀이므로 $3^2 \times b^3$ (단, b 는 소수, $b \neq 3$) 풀이어야 하고, x 는 한 자리의 자연수 이므로 $b = 2$ 이다.

따라서 $x = 2^3 = 8$ 이다.

18. 6으로 나누면 5가 남고, 5로 나누면 4가 남고, 4로 나누면 3이 남는 세 자리의 자연수 중 가장 작은 수를 구하여라.

① 116 ② 117 ③ 118 ④ 119 ⑤ 120

해설

구하는 수를 x 라 하면 $(x+1)$ 은 6, 5, 4의 공배수이다.

$$\begin{array}{r} 6 \overline{) 6 \ 5 \ 4} \\ \underline{3 \ 5 \ 2} \end{array}$$

$$\therefore \text{최소공배수} = 2 \times 3 \times 5 \times 2 = 60$$

세 자리의 공배수 중 가장 작은 수는 $60 \times 2 = 120$ 이고

$$x+1 = 120 \quad \therefore x = 119$$

19. 여섯 자리의 수 3124□8 은 3 의 배수이면서 4 의 배수이다.

□ 안에 알맞은 숫자를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

▷ 정답 : 6

해설

3 의 배수이면서 4 의 배수인 수는 312408 , 312468 이다.

20. 자연수 $2^3 \times A$ 의 약수의 개수가 12 개일 때, 가장 작은 두 자리 자연수 A 를 구하여라.

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

해설

$12 = 12 \times 1 = 6 \times 2 = 4 \times 3$
(1) $12 = 12 \times 1 = (11 + 1)$ 일 때,
 $2^3 \times A = 2^{11} \quad \therefore A = 2^8 = 256$
그러나 $2^8 = 256$ 은 두 자리 수가 아니다.
(2) $12 = 6 \times 2 = (5 + 1) \times (1 + 1)$ 일 때,
 $2^3 \times A = 2^5 \times (2 \text{가 아닌 소수}) = 2^3 \times (2^2 \times (2 \text{가 아닌 소수}))$
 $\therefore A = 12, 20, 28, 44, 52, \dots$
(3) $12 = 4 \times 3 = (3 + 1) \times (2 + 1)$ 일 때,
 $2^3 \times A = 2^3 \times (2 \text{가 아닌 소수})^2$
 $\therefore A = 9, 25, 49, 121, \dots$
따라서 가장 작은 두 자리 자연수 A 는 12 이다.

21. 화장실 바닥의 가로와 세로의 길이가 각각 300 cm, 270 cm인 화장실 벽의 적당한 높이에 정사각형 모양의 타일을 빈틈없이 띠처럼 둘러 붙이려고 한다. 타일을 쪼개지 않고 붙이려고 할 때, 가능한 타일의 한 변의 길이가 아닌 것은?



- ① 1 cm ② 2 cm ③ 4 cm ④ 5 cm ⑤ 10 cm

해설

타일의 한 변의 길이가 300과 270의 공약수이면 타일을 쪼개지 않고 붙일 수 있다.

$$300 = 2^2 \times 3 \times 5^2, 270 = 2 \times 3^3 \times 5 \text{ 이므로}$$

두 수의 최대공약수는 $2 \times 3 \times 5 = 30$ 이다.

따라서 타일의 한 변의 길이는 1 cm, 2 cm, 3 cm, 5 cm, 6 cm, 10 cm, 15 cm, 30 cm가 가능하다.

22. 세 수 949, 1579, 2209 를 자연수 k 로 나누었을 때, 나머지를 같게 하는 자연수 k 중 가장 큰 수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 630

해설

949, 1579, 2209 를 동일한 자연수로 나눌 때 나머지가 모두 같으므로

$A = Ga + r, B = Gb + r, C = Gc + r$ 라고 하면

$B - A = G(b - a), C - B = G(c - b)$

이므로 $B - A, C - B$ 의 공약수는 A, B, C 를 나누어서 나머지가 같아지는 수들이다.

$1579 - 949 = 630, 2209 - 1579 = 630$ 이므로 최대공약수는 630 이다.

23. 두 자연수 A, B 의 최대공약수가 16, 최소공배수가 240 일 때, $B - A$ 의 값 중 가장 큰 것을 구하여라. (단, $A < B$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 224

해설

$A = 16 \times a, B = 16 \times b$ 이고,
두 자연수 A, B 는 최대공약수가 16, 최소공배수가 240 이므로
 $16 \times a \times b = 240$
 $a \times b = 15$ (단, a, b 는 서로소)
 $A < B$ 이므로
 $a = 1, b = 15$ 또는 $a = 3, b = 5$
(i) $a = 1, b = 15$ 일 때
 $B - A = 16 \times 15 - 16 \times 1 = 224$
(ii) $a = 3, b = 5$ 일 때
 $B - A = 16 \times 5 - 16 \times 3 = 32$
차가 가장 큰 A, B 의 값을 구해야 하므로
 $a = 1, b = 15$
 $\therefore A = 16 \times 1 = 16$
 $B = 16 \times 15 = 240$
따라서 $B - A = 240 - 16 = 224$ 이다.