

1. 24 를 어떤 자연수로 나누면 나누어 떨어진다고 한다. 이 때 어떤 자연수는 모두 몇 개인가?

① 5 개

② 6 개

③ 7 개

④ 8 개

⑤ 9 개

해설

어떤 수를 나누어 떨어지게 하는 수를 그 어떤 수의 약수라 한다.  
24의 약수는 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24이다.

2. 다음 중 옳은 것은?

- ① 0 은 모든 자연수의 약수이다.
- ② 합성수의 약수는 4 개 이상이다.
- ③ 소수가 아닌 자연수는 모두 합성수이다.
- ④ 소수의 약수는 1 과 자기 자신뿐이다.
- ⑤ 소수는 홀수이다.

해설

소수는 1 보다 큰 자연수 중에서 1 과 자기 자신만을 약수로 가지는 수이다.

3. 다음 중 자연수 180 를 바르게 소인수분해한 것은?

①  $2^4 \times 5$

②  $2^2 \times 3^2 \times 5$

③  $2 \times 3 \times 5^2$

④  $2 \times 3^3 \times 5$

⑤  $3^4 \times 5$

해설

$$2 \overline{) 180}$$

$$2 \overline{) 90}$$

$$3 \overline{) 45}$$

$$3 \overline{) 15}$$

5

$$\therefore 180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$$

4. 49의 소인수의 개수와 120의 소인수의 개수의 합은?

① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

⑤ 5개

해설

$49 = 7^2$ ,  $120 = 2^3 \times 3 \times 5$  이므로

49의 소인수는 7, 120의 소인수는 2, 3, 5

$\therefore 1 + 3 = 4$

5. 세 수  $2^2 \times 3^3 \times 7$ ,  $2^3 \times 5^2 \times 7$ ,  $2^3 \times 5^4 \times 7^3$  의 최대공약수는?

①  $2^3 \times 5^3$

②  $2^3 \times 3^2$

③  $3^2 \times 5^2$

④  $2^2 \times 7$

⑤  $3^3 \times 7^3$

해설

$2^2 \times 3^3 \times 7$ ,  $2^3 \times 5^2 \times 7$ ,  $2^3 \times 5^4 \times 7^3$  에서  
최대공약수:  $2^2 \times 7$  (지수가 작은 쪽)

6. 다음은 나몰라가 잘풀어에게 보낸 암호문이다. 아래 네모 칸에 쓰여진 수 중에서 270의 약수를 모두 찾아 색칠하면 나몰라가 제일 좋아하는 숫자가 나타난다. 그 수를 구하여라.

|                         |                           |                  |
|-------------------------|---------------------------|------------------|
| $2 \times 5$            | $2 \times 3 \times 5$     | $3^2 \times 5$   |
| 1                       | $2 \times 3^3 \times 5^2$ | $2^4 \times 3^3$ |
| $2 \times 3^2 \times 5$ | $2 \times 3^3 \times 5$   | 45               |
| $3^2 \times 11$         | 200                       | $2 \times 3^2$   |
| 90                      | $3^3$                     | $3^3 \times 5$   |

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

#### 해설

270을 소인수분해하면  $270 = 2 \times 3^3 \times 5$  이므로  $3^3$ 의 약수는 1, 3,  $3^2$ ,  $3^3$

2의 약수는 1과 2

5의 약수는 1과 5이다.

$200 = 2^3 \times 5^2$ ,  $45 = 3^2 \times 5$ ,  $90 = 2 \times 3^2 \times 5$ 이다.

270의 약수를 모두 찾아 색칠하면 다음 표와 같다.

|                         |                           |                  |
|-------------------------|---------------------------|------------------|
| $2 \times 5$            | $2 \times 3 \times 5$     | $3^2 \times 5$   |
| 1                       | $2 \times 3^3 \times 5^2$ | $2^4 \times 3^3$ |
| $2 \times 3^2 \times 5$ | $2 \times 3^3 \times 5$   | 45               |
| $3^2 \times 11$         | 200                       | $2 \times 3^2$   |
| 90                      | $3^3$                     | $3^3 \times 5$   |

따라서 나몰라가 가장 좋아하는 숫자는 5이다.

7. 10 보다 크고 20 보다 작은 자연수 중에서 6 과 서로소인 것은 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답:                           개

▷ 정답: 4 개

해설

10 보다 크고 20 보다 작은 자연수 중에서 6 과 최대공약수가 1 인 수들을 모두 구하면

11, 13, 17, 19 의 4 개이다.

따라서 10 보다 크고 20 보다 작은 자연수 중에서 6 과 서로소인 자연수는 모두 4 개이다.

8. 45와 75의 공약수의 개수는?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 8

해설

$$45 = 3^2 \times 5, 75 = 3 \times 5^2$$

45와 75의 최대공약수는  $3 \times 5 = 15$

공약수의 개수는  $2 \times 2 = 4(\text{개})$

9. 두 자연수  $12 \times x$ ,  $18 \times x$ 의 최소공배수가 108 일 때, 자연수  $x$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$18 \times x = 2^2 \times 3 \times x$$

$$18 \times x = 2 \times 3^2 \times x$$

---

$$\text{최소공배수} : 2^2 \times 3^2 \times x = 108 \cdots \textcircled{1}$$

①에 의해

$$36 \times x = 108$$

$$x = 108 \div 36 = 3$$

10. 가로 길이 16cm, 세로 길이 20cm, 높이 8cm 인 직육면체 모양의 나무토막을 같은 방향으로 빈틈없이 쌓아서 가장 작은 정육면체를 만들려고 한다. 만들어지는 정육면체의 한 변의 길이를 구하여라.

① 70cm

② 80cm

③ 90cm

④ 100cm

⑤ 110cm

### 해설

가장 작은 정육면체 한 모서리의 길이는 16, 20, 8 의 최소공배수이다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 16 \quad 20 \quad 8} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 8 \quad 10 \quad 4} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 4 \quad 5 \quad 2} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \quad 5 \quad 1 \end{array}$$

$$\therefore 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 = 80(\text{cm})$$

11. 서로 다른 세 자연수 30, , 24 의 최대공약수가 6 이고, 최소 공배수가 1080 일 때,  의 최솟값은?

① 36

② 42

③ 48

④ 54

⑤ 108

해설

$$30 = 2 \times 3 \times 5, 24 = 2^3 \times 3$$

$$\text{최대공약수는 } 6 = 2 \times 3,$$

$$\text{최소공배수는 } 1080 = 2^3 \times 3^3 \times 5$$

$$\therefore \text{  } = 2 \times 3^3 = 54$$

12. 100 이하의 자연수 중 5의 배수이거나 7의 배수인 것의 개수는?

- ① 31 개    ② 32 개    ③ 33 개    ④ 34 개    ⑤ 35 개

해설

100 이하의 자연수 중 5의 배수의 개수는 20개

100 이하의 자연수 중 7의 배수의 개수는 14개

100 이하의 자연수 중 5의 배수이면서 7의 배수인 것의 개수는 2개

100 이하의 자연수 중 5의 배수이거나 7의 배수인 것의 개수는  
 $20 + 14 - 2 = 32$

13. 옛날부터 우리나라에는 십간(☰☷)과 십이지(☰☷☷)를 이용하여 매 해에 이름을 붙였다. 십간과 십이지를 차례대로 짝지으면 다음과 같이 그 해의 이름을 만들 수 있다. 다음 표에서 알 수 있듯이 2010 년은 경인년이다. 다음 중 경인년이 아닌 해는?

|      |      |      |      |      |      |      |      |
|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 병    | 정    | 무    | 기    | 경    | 신    | 임    | 계    |
| 자    | 축    | 인    | 묘    | 진    | 사    | 오    | 미    |
| 병자   | 정축   | 무인   | 기묘   | 경진   | 신사   | 임오   | 계미   |
| 1996 | 1997 | 1998 | 1999 | 2000 | 2001 | 2002 | 2003 |

  

|      |      |      |      |      |      |      |
|------|------|------|------|------|------|------|
| 갑    | 을    | 병    | 정    | 무    | 기    | 경    |
| 신    | 유    | 술    | 해    | 자    | 축    | 인    |
| 갑신   | 을유   | 병술   | 정해   | 무자   | 기축   | 경인   |
| 2004 | 2005 | 2006 | 2007 | 2008 | 2009 | 2010 |

- ① 1830 년                      ② 1890 년                      ③ 1950 년  
 ④ 2070 년                      ⑤ 2110 년

#### 해설

십간(☰☷)의 10 가지와 십이지(☰☷☷)의 12 가지를 계속 돌아가면서 조합이 이루어지므로 같은 이름의 년도는 60 년 만에 한 번씩 돌아오게 된다. 따라서 2010 년이 경인년이면 1830 년, 1890 년, 1950 년, 2070 년도 경인년이다.

14. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

① 1은 소수이다.

② 29는 소수가 아니다.

③ 37과 43은 모두 소수이다.

④ 소수이면서 합성수인 자연수는 존재하지 않는다.

⑤ 자연수는 소수와 합성수로 이루어져 있다.

해설

① 1은 소수가 아니다.

② 29는 소수이다.

⑤ 1은 소수도 합성수도 아니다.

15.  $n = 4p^2q^3$  일 때,  $n$  의 약수의 개수를 구하여라. (단,  $p \neq q \neq 2$  인 소수)

▶ 답 :        개

▷ 정답 : 36 개

해설

$n$  을 소인수분해하면  $n = 4p^2q^3 = 2^2 \times p^2 \times q^3$  이다.

따라서 약수의 개수는  $(2+1) \times (2+1) \times (3+1) = 36$  (개) 이다.

16. 다음에서 350 과 서로소인 수를 모두 골라라.

㉠ 21

㉡ 46

㉢ 9

㉣ 23

㉤ 25

㉥ 169

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉣

▷ 정답 : ㉥

해설

$350 = 2 \times 5^2 \times 7$  이므로

2, 5, 7의 배수가 아닌 수를 찾는다.

2의 배수는 46, 5의 배수는 25, 7의 배수는 21 이므로 350 과 서로소인 수는 9, 23, 169이다.

17. 최대공약수가  $3^2 \times x$  인 두 자연수의 공약수가 12 개일 때,  $x$  의 값이 될 수 있는 한 자리의 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

### 해설

공약수, 즉 최대공약수의 약수가 12 개이므로  
최대공약수는  $a \times b^5$ ,  $a^2 \times b^3$  (단,  $a, b$  는 소수,  $a \neq b$ ) 또는  $a^{11}$   
꼴이어야 한다.

하지만  $3^2 \times x$  꼴이므로  $3^2 \times b^3$  (단,  $b$  는 소수,  $b \neq 3$ ) 꼴이어야  
하고,  $x$  는 한 자리의 자연수 이므로  $b = 2$  이다.

따라서  $x = 2^3 = 8$  이다.

18. 6으로 나누면 5가 남고, 5로 나누면 4가 남고, 4로 나누면 3이 남는 세 자리의 자연수 중 가장 작은 수를 구하여라.

① 116

② 117

③ 118

④ 119

⑤ 120

#### 해설

구하는 수를  $x$  라 하면  $(x+1)$  은 6, 5, 4 의 공배수이다.

$$\begin{array}{r} 6 \overline{) 6 \ 5 \ 4} \\ \underline{3 \ 5 \ 2} \end{array}$$

$$\therefore \text{최소공배수} = 2 \times 3 \times 5 \times 2 = 60$$

세 자리의 공배수 중 가장 작은 수는  $60 \times 2 = 120$  이고

$$x+1 = 120 \quad \therefore x = 119$$

19. 여섯 자리의 수  $3124\boxed{\phantom{000}}8$  은 3 의 배수이면서 4 의 배수이다.  
 $\boxed{\phantom{000}}$  안에 알맞은 숫자를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

▷ 정답 : 6

해설

3 의 배수이면서 4 의 배수인 수는 312408 , 312468 이다.

20. 자연수  $2^3 \times A$  의 약수의 개수가 12 개일 때, 가장 작은 두 자리 자연수  $A$  를 구하여라.

① 11

② 12

③ 13

④ 14

⑤ 15

### 해설

$$12 = 12 \times 1 = 6 \times 2 = 4 \times 3$$

(1)  $12 = 12 \times 1 = (11 + 1)$  일 때,

$$2^3 \times A = 2^{11} \quad \therefore A = 2^8 = 256$$

그러나  $2^8 = 256$  은 두 자리 수가 아니다.

(2)  $12 = 6 \times 2 = (5 + 1) \times (1 + 1)$  일 때,

$$2^3 \times A = 2^5 \times (2\text{가 아닌 소수}) = 2^3 \times (2^2 \times (2\text{가 아닌 소수}))$$

$$\therefore A = 12, 20, 28, 44, 52, \dots$$

(3)  $12 = 4 \times 3 = (3 + 1) \times (2 + 1)$  일 때,

$$2^3 \times A = 2^3 \times (2\text{가 아닌 소수})^2$$

$$\therefore A = 9, 25, 49, 121, \dots$$

따라서 가장 작은 두 자리 자연수  $A$  는 12 이다.

21. 화장실 바닥의 가로와 세로의 길이가 각각 300 cm, 270 cm인 화장실 벽의 적당한 높이에 정사각형 모양의 타일을 빈틈없이 띠처럼 둘러 붙이려고 한다. 타일을 쪼개지 않고 붙이려고 할 때, 가능한 타일의 한 변의 길이가 아닌 것은?



① 1 cm

② 2 cm

③ 4 cm

④ 5 cm

⑤ 10 cm

### 해설

타일의 한 변의 길이가 300과 270의 공약수이면 타일을 쪼개지 않고 붙일 수 있다.

$300 = 2^2 \times 3 \times 5^2$ ,  $270 = 2 \times 3^3 \times 5$  이므로

두 수의 최대공약수는  $2 \times 3 \times 5 = 30$ 이다.

따라서 타일의 한 변의 길이는 1 cm, 2 cm, 3 cm, 5 cm, 6 cm, 10 cm, 15 cm, 30 cm가 가능하다.

22. 세 수 949, 1579, 2209 를 자연수  $k$  로 나누었을 때, 나머지를 같게 하는 자연수  $k$  중 가장 큰 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 630

해설

949, 1579, 2209 를 동일한 자연수로 나눌 때 나머지가 모두 같으므로

$$A = Ga + r, B = Gb + r, C = Gc + r \text{ 라고 하면}$$

$$B - A = G(b - a), C - B = G(c - b)$$

이므로  $B - A$ ,  $C - B$  의 공약수는  $A$ ,  $B$ ,  $C$  를 나누어서 나머지가 같아지는 수들이다.

$1579 - 949 = 630$ ,  $2209 - 1579 = 630$  이므로 최대공약수는 630 이다.

23. 두 자연수  $A, B$ 의 최대공약수가 16, 최소공배수가 240 일 때,  $B - A$ 의 값 중 가장 큰 것을 구하여라. (단,  $A < B$ )

▶ 답 :

▷ 정답 : 224

해설

$A = 16 \times a, B = 16 \times b$ 이고,

두 자연수  $A, B$ 는 최대공약수가 16, 최소공배수가 240 이므로

$$16 \times a \times b = 240$$

$$a \times b = 15 \text{ (단, } a, b \text{ 는 서로소)}$$

$A < B$  이므로

$$a = 1, b = 15 \text{ 또는 } a = 3, b = 5$$

( i )  $a = 1, b = 15$  일 때

$$B - A = 16 \times 15 - 16 \times 1 = 224$$

( ii )  $a = 3, b = 5$  일 때

$$B - A = 16 \times 5 - 16 \times 3 = 32$$

차가 가장 큰  $A, B$ 의 값을 구해야 하므로

$$a = 1, b = 15$$

$$\therefore A = 16 \times 1 = 16$$

$$B = 16 \times 15 = 240$$

따라서  $B - A = 240 - 16 = 224$ 이다.