

1. 직선 $y = 2x - 3$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동 하였더니 다시 $y = 2x - 3$ 의 그래프가 되었다. 이 때, $\frac{b}{a}$ 의 값은? (단, $a \neq 0$)

① $\frac{1}{2}$

② 1

③ $\frac{3}{2}$

④ 2

⑤ $\frac{5}{2}$

해설

직선 $y = 2x - 3$ 의 그래프를
 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동한
직선의 방정식은
 $y - b = 2(x - a) - 3$
직선의 방정식을 정리하면
 $y = 2x - 2a - 3 + b$
원래 직선과 같아졌으므로
 $-2a + b - 3 = -3, 2a = b,$
 $\therefore \frac{b}{a} = 2$

2. 평행이동 $(x, y) \rightarrow (x + a, y + b)$ 에 의하여 점 $(2, 1)$ 이 점 $(1, -1)$ 로 옮겨질 때, $(0, 0)$ 는 어느 점으로 옮겨지는가?

① $(1, 2)$

② $(-1, 2)$

③ $(1, -2)$

④ $(-1, -2)$

⑤ $(2, 1)$

해설

점 $(2, 1)$ 이 점 $(1, -1)$ 로 옮겨지면, x 축 방향으로 -1 , y 축 방향으로 -2 만큼 평행이동 하므로 $(0 - 1, 0 - 2) = (-1, -2)$ 로 이동한다.

3. 원 $x^2 + y^2 = 1$ 을 y 축의 방향으로 b 만큼, 평행이동하면 직선 $4x - 3y - 4 = 0$ 에 접한다고 할 때 b 의 값은?(단, $b > 0$)

- ㉠ $\frac{1}{3}$ ㉡ $\frac{2}{3}$ ㉢ 1 ㉣ $\frac{4}{3}$ ㉤ $\frac{5}{3}$

해설

y 축 방향으로 b 이동시키면
 $x^2 + (y - b)^2 = 1$ 이 된다.
이 원과 $4x - 3y - 4 = 0$ 이 접하므로,
원 중심과 직선 사이 거리는 반지름과 같다.

$$\Rightarrow \frac{|-3 \times b - 4|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = 1$$

$$\Rightarrow |-3b - 4| = 5$$

$$\Rightarrow b = \frac{1}{3} \quad (\because b > 0)$$

4. 좌표평면 위의 점 P 를 y 축에 대하여 대칭이동 하고 x 축 방향으로 2 , y 축 방향으로 3 만큼 평행이동한 후 다시 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동 하였더니 원래의 점 P 가 되었다. 점 P 의 좌표는?

- ① $\left(\frac{5}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ ② $\left(\frac{5}{2}, \frac{1}{2}\right)$ ③ $\left(\frac{7}{2}, \frac{1}{3}\right)$
 ④ $\left(\frac{7}{2}, -\frac{1}{3}\right)$ ⑤ $\left(\frac{7}{2}, \frac{3}{2}\right)$

해설

$P = (x, y)$ 라 하면,

$$(x, y) \xrightarrow{y\text{축 대칭}}$$

$$(-x, y) \xrightarrow{x\text{축으로 2, } y\text{축으로 3만큼 평행이동}}$$

$$(-x + 2, y + 3) \xrightarrow{y=x\text{에 대칭}} (y + 3, -x + 2)$$

$$\Rightarrow (y + 3, -x + 2) = (x, y)$$

$$\Rightarrow x = y + 3, \quad y = -x + 2$$

$$\text{두 식을 연립하면, } x = \frac{5}{2}, \quad y = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore P \left(\frac{5}{2}, -\frac{1}{2} \right)$$

5. 도형 $y = 2x + 3$ 을 점 $(2, 3)$ 에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식을 구하면?

① $2x - y + 5 = 0$

② $2x + 2y - 5 = 0$

③ $2x + y + 5 = 0$

④ $2x - y - 5 = 0$

⑤ $2x - 2y + 5 = 0$

해설

점 (a, b) 에 대하여 대칭이동하려면

$x \rightarrow 2a - x$, $y \rightarrow 2b - y$ 를 대입하면 된다. $y = 2x + 3$ 위의 점 $(0, 3)$ 과 (a, b) 의 중점 $(2, 3)$

$$\frac{0+a}{2} = 2, \frac{3+b}{2} = 3$$

$$a = 4, b = 3$$

$\therefore y = 2x + 3$ 과 기울기는 동일하며 $(4, 3)$ 지남.

$$\rightarrow y = 2x + b, (4, 3) \rightarrow 3 = 8 + b \rightarrow b = -5$$

$$\therefore y = 2x - 5$$

6. 점(4, 3)을 $y = 2x$ 에 대칭이동한 점의 좌표는?

- ① (0, 5)
- ② (0, 1)
- ③ (-1, 2)
- ④ (0, -5)
- ⑤ (-1, -2)

해설

점 P(4, 3)을 직선 $y = 2x$ 에 대칭 이동한 점을 $Q(\alpha, \beta)$ 라 할 때 직선 PQ가 $y = 2x$ 에 수직이므로 직선 PQ의 기울기는 $-\frac{1}{2}$ 이다.

$$\frac{\beta - 3}{\alpha - 4} = -\frac{1}{2} \dots \textcircled{㉠}$$

점 P, Q의 중점 $\left(\frac{\alpha + 4}{2}, \frac{\beta + 3}{2}\right)$ 이

직선 $y = 2x$ 위에 있으므로

$$\frac{\beta + 3}{2} = 2 \times \frac{\alpha + 4}{2} \dots \textcircled{㉡}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$$\alpha = 0, \beta = 5$$

따라서 (0, 5)이다.

7. 점 $(2, 1)$ 을 직선 $y = 2x + 1$ 에 대하여 대칭이동한 점의 좌표를 구하면?

- ① $\left(-\frac{6}{5}, \frac{13}{5}\right)$ ② $\left(-\frac{7}{5}, \frac{11}{5}\right)$ ③ $\left(-\frac{7}{6}, \frac{13}{6}\right)$
④ $\left(-\frac{5}{6}, \frac{11}{6}\right)$ ⑤ $\left(\frac{5}{6}, -\frac{11}{6}\right)$

해설

대칭이동한 점의 좌표를 (α, β) 라 하자.

i) $(2, 1), (\alpha, \beta)$ 를 잇는 선분의 기울기는

$y = 2x + 1$ 와 수직이다.

$$\Rightarrow \frac{\beta - 1}{\alpha - 2} \times 2 = -1 \quad \therefore 2\beta + \alpha = 4$$

ii) $(2, 1), (\alpha, \beta)$ 의 중점은 $y = 2x + 1$ 위에 있다.

$$\Rightarrow \frac{\beta + 1}{2} = 2\left(\frac{\alpha + 2}{2}\right) + 1$$

$$\therefore 2\alpha - \beta + 5 = 0$$

$$\text{i), ii) 를 연립하면, } \alpha = -\frac{6}{5} \quad \beta = \frac{13}{5}$$

$$\therefore \text{대칭이동한 점은 } \left(-\frac{6}{5}, \frac{13}{5}\right)$$

8. 다음 중 원 $x^2 + y^2 + 4x - 4y + 4 = 0$ 을 평행이동하여 겹쳐질 수 있는 원의 방정식은?

- ① $x^2 + y^2 = \frac{1}{3}$ ② $x^2 + y^2 = 1$
③ $x^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}$ ④ $x^2 + y^2 = 4$
⑤ $(x + 1)^2 + (y - 1)^2 = \frac{1}{2}$

해설

평행이동하여 겹쳐질 수 있으려면

반지름의 길이가 같아야 한다.

$x^2 + y^2 + 4x - 4y + 4 = 0$ 에서 $(x + 2)^2 + (y - 2)^2 = 4$

따라서 겹쳐질 수 있는 원의 방정식은

반지름의 길이가 2인 ④이다.